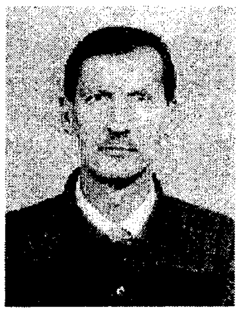
жалованьи членам Совета.

ВЕЧЕР, посвященный ПЕРИКЛУ, заканчивается подведением итогов. Жюри называет команду, наиболее глубоко изучившую личность Перикла и его деятельность, разобравшуюся в сущности афинской демократии середины V в. до н.э.

**В. В. Афанасьев, Е. И. Смирнов**

# ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТВОРЧЕСКОЙ АКТИВНОСТИ СТУДЕНТОВ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

*Афанасьев Владимир Васильевич, профессор кафедры геометрии, действительный член академии естественных наук, ректор Ярославского педагогического университета*



*Смирнов Евгений Иванович, профессор кафедры математического анализа, декан физико-математического факультета Ярославского педагогического университета*

Содержание профессиональной подготовки учителя математики в педвузе существенно меняется в последние годы. Дело в том, что, несмотря на высокий уровень фундаментальной подготовки студентов, устойчивость знаний, действенность практических умений и навыков математическая деятельность не соответствует потребностям средней школы и изменчивому характеру стратегии и тактики высшего образования в нашей стране. Ситуацию практически не изменили принятые временные Государственные стандарты (по крайней мере касающиеся подготовки учителя математики), нормирующие учебную деятельность и структуру профессиональной подготовки учителя математики в педвузе. Как показывают диагностические исследования профессиональной готовности, у учителей математики г.Ярославля не сформировано целостное представление о таких основных понятиях и методах математики, как предел, производная, интеграл, элементарная функция, вероятность, аксиоматический метод и т.п. Ясно, что целостность представления об основных понятиях математики является вторичной по отношению к оперативным единицам восприятия целого и формируется мотивированным применением разнообразных дидактических методов и приемов: репродуктивных, наглядных, поисковых и других.

В методике математики утвердилось положение о том, что решение задач является и целью и средством обучения (Д. Пойа, Ю.М. Колягин, А.М. Пышкало и др.). Эффективное функционирование системы задач в качестве средства обучения математике является необходимым условием повышения качества обучения, формирования математического мышления, формирования качеств, присущих творческой личности.

Один из путей формирования целостного представления о математических понятиях — это целенаправленное решение математических задач посредством опоры на устойчивые ассоциации (наглядное обучение). Любая математическая задача (особенно учебного характера) предполагает один или несколько вариантов ее решения, опирающихся на четко обозначенный метод или даже алгоритм решения. Даже не будучи сообщенными заранее для обучаемого, они, тем не менее, являются исходным материалом для квазиисследовательской деятельности разных уровней.

Следуя Ю.М. Колягину и А.Г. Мордковичу, выделим следующие основные функции математических задач в обучении в педвузе:

- обучающая (направленная на формирование системы математических знаний, умений, навыков)
- развивающая (направлена на развитие математического мышления)
- воспитывающая (направленная на формирование научного мировоззрения, познавательного интереса, творческой активности, самостоятельности, качеств личности)
- контролирующая (связанная с проверкой качества усвоения изучаемого материала)
- методическая.

Ясно, что реализация функций математических задач в процессе обучения не осуществляется изолированно, а напротив, в существенной взаимосвязи. И основной, мотивационной базой деятельности является творческая активность студентов в процессе обучения.

Для педагога готовность к творчеству имеет особый смысл: с одной стороны, она является компонентом общей образованности выпускника вуза, с другой — компонентом профессиональной готовности будущего учителя. Поэтому формирование творческой активности будущих учителей в различных областях учебной деятельности является важной задачей педвуза.

Творчество есть свойственная человеку целенаправленная деятельность, отмеченная неординарностью, оригинальностью, нешаблонностью мышления, чувствований, действий и направленная на получение новых, существенных свойств, признаков, качеств у привычных процедур и процессов, конечного продукта практического и умственного труда, а также на реализацию своих собственных возможностей в интеллектуальной, эмоциональной и предметно-практических сущностных сферах человека.

Чтобы развить творческие способности и умения, необходимо осуществление программы обучения творчеству, направленной на разрешение трех принципиальных противоречий, выделенных рядом исследователей и сформулированных В.И.Загвязинским [1].

Первое связано с мотивационным обеспечением учебной деятельности студента: это противоречие между ориентацией на изучаемый предмет, на науку и научную деятельность и ориентацией на педагогическую деятельность. Второе противоречие — между стремлением к творчеству и невозможностью его осуществить без достаточного запаса знаний и опыта. Третье противоречие кроется в самой природе творческого процесса. С одной стороны, нужно дать студентам определенные образцы и правила, нормы деятельности, а с другой — учитывать то обстоятельство, что творчество не поддается жесткой регламентации и алгоритмизации.

В процессе творческой деятельности рельефно выделяются постановка и формулирование проблемы, ее идеальное или внутренее решение, опирающееся на внутренние умственные действия, и, наконец, внешнее выражение этого решения в форме опытной проверки его правильности, получения продукта в творческой деятельности. В творческой учебной деятельности новизна решений всегда выступает в объективном и субъективном плане. Выполняемые студентами творческие задания обладают субъективной новизной, если они являются "открытием" для него. И тем не менее при организации творческой деятельности отдельных студентов, групп следует ориентироваться как на объективную, так и на субъективную новизну продуктов творчества.

То новое, что открывает для себя студент, существует не как нечто ни с чем не связанное, а находится в определенной связи, зависимости с уже известным знанием по данной проблеме. Исследования С.Л.Рубинштейна [2], А.В. Брушлинского [3] показывают, что в ходе самого мыслительного процесса создаются внутренние предпосылки, условия для актуализации нужных знаний, выдвижения проблем, гипотез, планов решений.

Ход творческого процесса, творческой активности определяется и самой задачей, которая как бы создает исходную детерминацию для мышления, определяет общее направление поиска неизвестного.

Существенной частью математической подготовки студентов является решение задач как эффективное средство обучения математике, формирования математического мышления и качеств, присущих творческой личности. Например, каждая крупная научно-методическая работа ярославской геометрической школы содержит сборник задач, раскрывающих технологию реализации ведущей идеи работы. Так, среди них имеется идея З.А.Скопеца: задача одна — решения различны [4].

Такому подходу чужды формализм, начетничество, игнорирование или недостаточное внимание к субъекту восприятия сущности математических объектов. Со времен великих педагогов (Я.А. Коменский, И.Г. Песталоцци, К.Д. Ушинский и др.) педагогическая мысль стремилась к такой организации учебного процесса, когда достигается сознательное понимание смысла (сути) и содержания математических действий. Один из таких путей - сделать процесс обучения математике наглядным, т.к. именно наглядное обучение позволяет обеспечить разностороннее и полное формирование математических умений, поддерживает интерес и мотивацию обучения, приводит к более высокому уровню развития математического мышления, формированию творческой активности. Такой подход особенно эффективен для студентов гуманитарных специальностей, ввиду явного превалирования у них наглядно-образного мышления над словесно-логическим.

Анализ свидетельствует, что математики стремятся сделать изучаемые ими проблемы геометрически наглядными, поэтому геометрическое воображение или, как говорят, "геометрическая интуиция" играет большую роль в процессе развития математического творчества.

В этой связи исторический подход к наглядности в обучении математике как опоре на чувственное восприятие дает максимальный эффект в начальной школе и явно недостаточен при изучении высших разделов математики. Динамика развития предметного содержания перцептивных действий характеризуется переходом от конкретных свойств математических объектов к восприятию внутренних существенных взаимосвязей. На этом уровне задачи предметности восприятия выполняют различные мнемосхемы, на которых наглядно воспроизводятся существенные параметры математических объектов и действий. Такое расширительное толкование наглядного обучения математике было дано Е.И.Смирновым и Т.Н.Карповой [5].

Поэтому актуальной является проблема такой организации процесса обучения математике, когда представления, возникающие в мышлении обучаемых, отражают основные, существенные стороны математической деятельности, в том числе посредством разумного моделирования математических действий. Именно формирование этих узловых, опорных качеств объекта восприятия (модель) и представляет суть процесса наглядного обучения. Такой подход a priori предполагает моделирование объекта восприятия с опорой на нейрофизиологические механизмы памяти и психологию восприятия. В частности, особое внимание уделяется таким психофизиологическим характеристикам, как константность наглядного обучения (относительная инвариативность образа объекта в изменяющихся условиях наблюдения), целостность, структурность, селективность, осмысленность. При этом особую значимость приобретают модели, фиксирующие процедуру математических действий. Процесс моделирования, поиск устойчивых ассоциаций, проверка адекватности восприятия предполагают серьезное проникновение в современные исследования человека.

В то же время вариативность как принцип является важнейшим в творческом процессе человека. Именно выбор варианта решения любой проблемы интенсифицирует мыслительную деятельность человека, создает условия для самостоятельных действий. Принцип вариативности поиска решения математических задач обуславливает актуализацию разнообразных знаний студентов из различных областей математики и включение их в поиск нестандартных решений предлагаемых известных задач.

Основными требованиями этого принципа являются:

1. Выделение в процессе решения известных и нетрадиционных путей решения.

2. Осуществление учебных действий с позиции поиска новых решений задачи или рассмотрение новых возможностей известных математических положений.

3. Ориентация педагогического стимулирования на новизну путей решения предлагаемых задач.

4. Психологическое обоснование на возбуждение интереса к математическим теориям, имеющим теоретическое и практическое значение.

В учебных действиях по решению задач курса "Теория вероятностей и математическая статистика" предполагается новый подход к технологизации математического моделирования вероятностных процессов путем использования наглядных моделей теории графов [7].

В процессе решения задач формируется такой важный компонент эвристической деятельности, как преобразование объекта, а у студентов формируется способность к этому.

В процессе решения подобных задач студенты определяют сущностность постановки проблемы, выявляют возможности использования графов, выделяют те элементы задачи, которые можно изобразить с помощью графов.

Важно, чтобы студенты самостоятельно смогли построить графы и интерпретировать результаты этого построения для решения данной задачи. Такой алгоритм позволяет постепенно пройти этапы от решения задач известным способом к новым решениям задач, которые решались ранее другими традиционными способами.

Изучив возможности использования графов, студенты должны быть готовы осуществить перенос знаний в другие отрасли науки, а также использовать это умение для нетрадиционных подходов в вычислениях.

Внедрение и апробация результатов исследования осуществлялась в период с 1986 по 1996 годы. Новая методика нашла свое отражение в чтении курса "Теория вероятностей и математическая статистика" для студентов II и III курсов специальностей "математика", "физика" физико-математического факультета и для студентов исторического факультета ЯГПУ. Ввиду отсутствия до настоящего времени основных требований, объема, структуры и способов реализации курса "Математика" для гуманитарных специальностей педвузов в Государственном Стандарте РФ один из авторов разработал и внедрил образовательную программу курса "Математика" в соответствии с концепцией исследования.

Также с 1991 года был разработан блок экзаменационной программы по "Теории вероятностей и математической статистике" для итоговой аттестации студентов специальности "математика" в контексте методики микродипломов.

Экспериментальная работа по диагностике и становлению творческой активности студентов физико-математического факультета ЯГПУ проводилась в течение 6 лет в процессе чтения специального курса "Избранные задачи школьной математики".

На подготовительном этапе констатирующего эксперимента решались следующие задачи:

- отбор содержания учебного материала, удовлетворяющего целям и задачам исследования;
- выбор экспериментальных и контрольных групп студентов для будущего исследования;
- анализ и выделение методических приемов

и видов наглядного обучения математике, ориентированных на творческую активность обучаемых;

- разработка методических рекомендаций, листов анкетирования и опросов, учебных пособий и монографий по теме исследования.

В ходе формирующего эксперимента изучалось влияние новой методики решения математических задач на становление творческой активности студентов.

Целью проведения констатирующего и формирующего эксперимента были

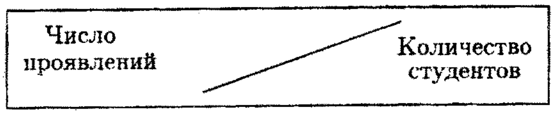
- определение и анализ уровня творческой активности студентов в процессе проведения лекций, практических и лабораторных занятий, внеаудиторных форм работы (качественного и количественного);
- корреляция между уровнем творческой активности студентов и качеством знаний, умений и навыков, формируемых в учебном процессе;
- определение вариативности, новизны, самостоятельности решения студентами математических задач по курсу "Теория вероятностей и математическая статистика";
- моделирование, сбор данных, рефераты с творческой ориентацией, участие в научных конференциях, наличие курсовых и дипломных работ по вероятностно-статистической тематике.

Качественные и количественные признаки творческой активности студентов определялись накануне и по окончании чтения обязательного курса "Теория вероятностей и математическая статистика" параллельно по трем смежным учебным дисциплинам: "Математический анализ", "Геометрия", "Алгебра".

**I уровень.** В предварительном и основном эксперименте принимали участие 428 студентов (за пять лет проведения эксперимента) дневного отделения специальности "математика". На 8 лекциях, 8 практических занятиях в первые два и последние два месяца учебных занятий (сентябрь, октябрь, апрель, май) отслеживались количественные характеристики следующих качественных признаков творческой активности студентов (физико-математический факультет):

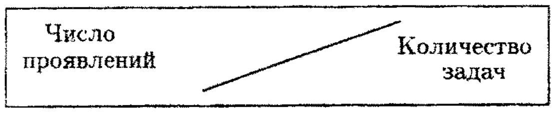
**Лекционные занятия (ЛК):**

$x^{(1)}$ – относительная частота проявления квазиисследовательской творческой деятельности студентов (новизна реальных ответов на поисковые вопросы, предложение вариативности решений поставленных целевых задач, постановка новых проблем в процессе работы с учебным материалом, проявление критического отношения к содержанию, структуре, способу изложения учебного материала).




**Практические занятия (ПК):**

$x^{(2)}$ – относительная частота проявлений инициативной потребности **моделирования** у студентов как средство решения математических задач; предложение вариативности решений поставленных целевых задач.




**Успеваемость:**

$x^{(3)}$ – средний балл успеваемости по математическому анализу, алгебре, геометрии, теории вероятностей и математической статистике (по результатам летних сессий); средний балл усвоения математического содержания по курсу ТВ и МС.

**Условные сокращения:** МА — математический анализ, А — алгебра, Г — геометрия, ТВ — теория вероятностей, МС — математическая статистика.

**Результативность:**

$x^{(4)}$ – относительная частота наличия курсовых и дипломных работ, рефератов с творческой ориентацией, участие в научных конференциях по вероятностно-статистической тематике (проверяется на выпускном курсе для экспериментальной и контрольной групп).

Выборка вариант $x^{(1)}$, $x^{(2)}$ производилась в экспериментальной и контрольной группах студентов III курса специальности "математика" 2 раза в год (по 8 выборок лекционных и практических занятий в начале учебного года — сентябрь, октябрь — и по 8 выборок соответственно в конце учебного года — апрель, май) в течение 5 лет. Сравнительный анализ проводился по следующим годовым дисциплинам: математический анализ, алгебра, геометрия, теория вероятностей и математическая статистика (констатирующий эксперимент), а по последней дисциплине — также формирующий эксперимент (таблица 1).

Таблица 1

| Учебный год | III курс Контр. группа | Экспер. группа | Σ | Дисциплины |
|---|---|---|---|---|
| 1991/1992 | 46 | 43 | 89 | МА, А, Г, ТВ и МС |
| 1992/1993 | 41 | 48 | 89 | МА, А, Г, ТВ и МС |
| 1993/1994 | 43 | 41 | 84 | МА, А, Г, ТВ и МС |
| 1994/1995 | 40 | 44 | 84 | МА, А, Г, ТВ и МС |
| 1995/1996 | 35 | 47 | 82 | МА, А, Г, ТВ и МС |
| Σ | 205 | 223 | 428 | |

## Лекционные занятия

(Все числовые данные в таблицах 2 и 3 умножены на 100.)

ЛК-К

Таблица 2
Контрольная группа

| Учебный год | Дисциплины МА | | А | | Г | | ТВ и МС | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Начало / Конец 1991/1992 | 14 | 14 | 11 | 13 | 13 | 15 | 11 | 12 |
| Разница | $d_1^1 = 0$ | | $d_1^1 = 2$ | | $d_1^1 = 2$ | | $d_1^1 = 1$ | |
| 1992/1993 | 12 | 13 | 9 | 10 | 12 | 11 | 14 | 16 |
| | $d_2^1 = 1$ | | $d_2^1 = 1$ | | $d_2^1 = -1$ | | $d_2^1 = 2$ | |
| 1993/1994 | 11 | 13 | 12 | 14 | 16 | 14 | 13 | 15 |
| | $d_3^1 = 2$ | | $d_3^1 = 2$ | | $d_3^1 = -2$ | | $d_3^1 = 2$ | |
| 1994/1995 | 16 | 18 | 13 | 14 | 13 | 16 | 11 | 13 |
| | $d_4^1 = 2$ | | $d_4^1 = 1$ | | $d_4^1 = 3$ | | $d_4^1 = 2$ | |
| 1995/1996 | 14 | 15 | 10 | 12 | 15 | 15 | 12 | 13 |
| | $d_5^1 = 1$ | | $d_5^1 = 2$ | | $d_5^1 = 0$ | | $d_5^1 = 1$ | |
| $\bar{d}^1$ | 1,2 | | 1,6 | | 0,4 | | 1,6 | |
| $s_{\bar{d}^1}^{(1)}$ | 1,27 | | 1,03 | | 1,13 | | 0,94 | |
| $t_\Phi$ | 0,95 | | 1,55 | | 0,35 | | 0,70 | |

Здесь $\bar{d}^1$ — средняя разница по годам выборочных средних $\bar{x}^1_m$ $(m=1,2)$, $s_{\bar{d}^1}^{(1)}$ — ошибка разности выборочных средних, $t_\Phi$ — критерий достоверности различий для параметрического $t$ — критерия Стьюдента. Расчеты проводились для 1% уровня значимости при условии нормального распределения выборок. Тогда критическое значение $t$ — критерия Стьюдента для числа степеней свободы $k = 5+5-2 = 8$ найдем по таблице приложений критических значений, $t_{st}=3{,}36$ [6].

Фиксировавшийся размах варьирования признаков показал репрезентативность выборки. Именно: ошибка репрезентативности выборочной средней выражается формулой (по выборке лекционных и практических занятий)

$$s_{\bar{x}}^{(i)} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{n}\left(x_j^{(i)} - \bar{x}_m^{(i)}\right)^2}{n(n-1)}}, \quad (i, m = 1,2;\ n = 8),$$

а

$$C_s = \frac{s_{\bar{x}}}{\bar{x}} \cdot 100\% \qquad (Z)$$

показывает близость выборочной средней к генеральному параметру. Показатель $C_s$ считается вполне удовлетворительным, если варьирует в пределах 3—5%.

ЛК-Э

Таблица 3
Экспериментальная группа

| Учебный год | Дисциплины МА | | А | | Г | | ТВ и МС | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Начало / Конец 1991/1992 | 13 | 15 | 11 | 11 | 16 | 17 | 13 | 18 |
| Разница | $d_1^1 = 2$ | | $d_1^1 = 0$ | | $d_1^1 = 1$ | | $d_1^1 = 5$ | |
| 1992/1993 | 11 | 15 | 9 | 11 | 13 | 13 | 12 | 18 |
| | $d_2^1 = 4$ | | $d_2^1 = 2$ | | $d_2^1 = 0$ | | $d_2^1 = 6$ | |
| 1993/1994 | 9 | 11 | 8 | 10 | 7 | 10 | 6 | 13 |
| | $d_3^1 = 2$ | | $d_3^1 = 2$ | | $d_3^1 = 3$ | | $d_3^1 = 7$ | |
| 1994/1995 | 12 | 16 | 10 | 13 | 7 | 9 | 9 | 15 |
| | $d_4^1 = 4$ | | $d_4^1 = 3$ | | $d_4^1 = 2$ | | $d_4^1 = 6$ | |
| 1995/1996 | 11 | 15 | 7 | 11 | 8 | 10 | 9 | 16 |
| | $d_5^1 = 4$ | | $d_5^1 = 4$ | | $d_5^1 = 2$ | | $d_5^1 = 7$ | |
| $\bar{d}^1$ | 3,2 | | 2,2 | | 1,6 | | 6,2 | |
| $s_{\bar{d}^1}^{(1)}$ | 1,10 | | 0,86 | | 2,34 | | 1,56 | |
| $t_\Phi$ | 2,91 | | 2,56 | | 0,68 | | 3,97 | |

Покажем, например, как были получены выборки из 8 вариант для вертикальной графы "ТВ и МС" в таблице 3 (экспериментальная группа 1991/1992 уч. г.).

В 1991/1992 учебном году признак $x^{(1)}$ варьировал следующим образом:

начало 0,14 0,13 0,12 0,14 0,12 0,11 0,13 0,15 $\bar{x}_1^1 = 0,13$;
конец 0,15 0,16 0,19 0,20 0,21 0,19 0,18 0,16 $\bar{x}_2^1 = 0,18$.

Разница $d^1$ между средними показателями равна 0,05. Для определения репрезентативности выборки воспользуемся формулой (Z)

$$C_{s\bar{x}_m^1} = \frac{s_{\bar{x}_m^1}}{\bar{x}_m^1} \cdot 100\% \quad (m = 1,2).$$

Именно: $C_{s_1^1}$ =3,5%, $C_{s_2^1}$ =4,2%, что показывает репрезентативность выборки. Отметим, что показатель $C_s$ варьировал в таблицах 2 и 3 в пределах от 2,5% до 4,4%.

Таким образом, для экспериментальной и контролирующей групп в ходе 5-летнего эксперимента чтения одинаковых лекционных курсов и проведения практических занятий при корреляции по годам средней успеваемости групп на начало эксперимента получено следующее варьирование разницы средних $d^1_i$ по годам для дисциплин "ТВ и МС" (с множителем 100):

эксперимент 5 6 7 6 7 $\bar{d}_э^1 = 6,2$;
контроль 1 2 2 2 1 $\bar{d}_k^1 = 1,6$.

Разница $\bar{d}^1 = \bar{d}^1_э - \bar{d}^1_k$ между средними показателями равна 4,6. Для определения ошибки этой разницы предварительно рассчитаем

$$\sum_{i=1}^{5}(d_i^1 - \bar{d}^1)^2 = \sum_{i=1}^{5} d_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{5} d_i\right)^2}{5}.$$

Для $\bar{d}_э$ получим 2,81, для $\bar{d}_k$ — 1,24. Отсюда ошибка средней разности

$$s_{\bar{d}^1} = \sqrt{\frac{\bar{d}^1_э + \bar{d}^1_k}{5 \cdot 4}} \approx 0,45$$

и

$$t_Ф = \frac{\bar{d}^1}{s_{\bar{d}^1}} \approx 10,2.$$

В таблице приближенных значений для 1% уровня значимости и числа степеней свободы $k = 8$ находим $t_{st} = 3,36$. Поскольку $t_Ф > t_{st}$, нулевая гипотеза $H_0$ опровергается на 1%-м уровне значимости ($P<0,01$). Разница между средними величинами опыта и контроля оказалась достоверной.

**Это свидетельствует о достоверности роста и формирования творческой активности студентов в процессе решения математических задач посредством интериоризации наглядного опыта.**

Анализ становления приемов моделирования и вариативности решения математических задач на практических занятиях по ТВ и МС (признак $x^{(2)}$) показывает устойчивую положительную разницу между средними величинами в контрольной и экспериментальной группах $\bar{d}^2 = 3,7$, причем $t_Ф = 5,4 > t_{st} = 3,36$, так что разница между средними величинами статистически достоверна.

**Таким образом, формирование творческой активности на уровне моделирования и вариативности решения математических задач становится достоверным педагогическим фактом.**

**II уровень.** Динамика усвоения математического содержания (понятия, теоремы, доказательства, задачный материал и т.п.) в процессе изучения курса ТВ и МС (по экспериментальной методике стимулирования творческой активности студентов) в период с 1991-го по 1996 год прослеживалась для экспериментальной и контрольной групп.

Средний балл уровня усвоения математического содержания по ТВ и МС определялся из анализа 6 контролирующих мероприятий в течение учебного года (тесты, контрольные работы, коллоквиумы) в продолжение 5 лет.

Для доказательства статистической достоверности полученной разницы выборочных средних использовался критерий соответствия $\chi^2$. При этом основанием также являлось примерное равенство исходных данных по экспериментальной и контрольной группам. Именно: средняя успеваемость за последние пять лет (по результатам летней сессии по дисциплинам МА, А, Г на начало эксперимента): контрольная группа — 3,586, экспериментальная группа — 3,592.

Значение критерия $\chi^2$ вычисляется по формуле

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{m} \frac{(p_i - p'_i)^2}{p'_i},$$

где

$p_i$ – относительная частота экспериментального ряда;

$p'_i$ – относительная частота контрольного ряда.

В нашем случае $m = 3$ и количество степеней свободы k = (3 –1)(2 –1)=2. Статистические данные приведены в таблице 4.

Таблица 4

| N | Частота $\bar{p}_э$ | Частота $\bar{p}'_k$ | Отн. частота $p_i$% | Отн. частота $p'_i$% | $(p_i - p'_i)^2$ | $\frac{(p_i - p'_i)^2}{p'_i}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 172 | 120 | 77 | 59 | 324 | 5,49 |
| 2 | 36 | 49 | 16 | 24 | 64 | 2,67 |
| 3 | 15 | 36 | 7 | 17 | 100 | 5,88 |
| | $\Sigma = 223$ | $\Sigma = 205$ | 100% | 100% | - | $\Sigma = 14,04$ |

Из таблицы для критических значений $\chi^2$ для 1% уровня значимости и k = 2 найдем $\chi^2_{st} = 9,21$. Таким образом, из таблицы 4 получим $\chi^2_Ф = 14,04 > \chi^2_{st} = 9,21$, и нулевая гипотеза опровергается на высоком уровне значимости ($P < 0,01$). Это позволяет признать, что разница частот контрольного и экспериментального ряда является статистически достоверной.

**Таким образом, экспериментальная методика изучения курса ТВ и МС, разработанная авторами, приводит к реальному росту качества усвоения математического содержания дисциплины.**

## Литература


[1] *Загвязинский В.И.* Педагогическое творчество учителя. М.: Просвещение, 1987.

[2] *Рубинштейн С.Л.* О мышлении и путях его исследования. М.: Изд-во АН СССР, 1958.

[3] *Брушлинский А.В.* Психология мышления и кибернетика. М: Мысль, 1970.

[4] *Готман Э.Г., Скопец З.А.* Задача одна – решения разные: Для ст. шк. возраста. Киев: Рад. школа, 1988.

[5] *Смирнов Е.И., Карпова Т.Н.* Наглядное обучение математике в педвузе – психология, интуиция, опыт // Непрерывное педагогическое образование. Вып. VII. РГПУ; УМО ОППО; ЯГПУ. Ярославль, 1995. С.41-60.

[6] *Лакин Г.Ф.* Биометрия: Учеб.пособие для биологич.спец.вузов. 3-е изд., перераб и доп. М.: Высш.школа, 1980.

[7] *Афанасьев В.В.* Теория вероятностей в примерах и задачах: Учебное пособие. Ярославль, 1994.

[8] *Афанасьев В.В.* Формирование творческой активности студентов в процессе решения математических задач: Монография. Ярославль, 1996.