[10] См.: Айвазян В. А. Конвергентны ли социализм и капитализм? // Вестн. обществ, наук. 1971. № 7. С. 28-36; Арон Р. Этапы развития социологической мысли. М.: Прогресс, 1993. 606 с.; Бур-тин Ю. Россия и конвергенция. Идеи Сахарова вчера, сегодня и завтра // Октябрь, 1998, № 1. С. 145-166; Иванов Г. И. Социальная сущность теории конвергенции. М.: Политиздат, 1975.200 с.; Чучин-Русов А. Е. Конвергенция культур. М.: Магистр, 1997. 40 с.

[11] См.: Александров Г. Ф. “Демократический социализм” — реакционная идеология современных правых социалистов // Уч. зап. АОН при ЦК ВКП (б). 1949. Вып. 4. С. 3-30; Буржуазные и мелкобуржуазные экономические концепции социализма. (Критические очерки). 1848-1917. М.: Наука, 1974.341 с.; Лернер Ф. О модели “демократического социализма” // Экон. науки. 1977. № i.e. 80-87; Любимцев Ю. И. Социальные координаты демократического социализма// Экон. науки. 1991. № 1, С. 59-66; Что такое “демократический социализм”? / П. Н. Федосеев, С. В. Александров, Г. Л. Еганов и др. 2-е изд., доп. М.: Политиздат, 1979. 248 с.; Шахназаров Г. X. Фиаско футурологии: (Критич. очерк немарксист, теорий общест. развития). М.: Политиздат, 1979. 352 с.

[12] См.: Арсланов В. Г. “Лагерный нэп” и рыночные программы // Экон. науки. 1991. № 1. С. П1-117;№2. С. 123-130; ВетчиновИ. А. Куца ведут теории “рыночного социализма”. Киев: Политиздат, 1978. 142 с.; Ерёмин А. О концепции “рыночного социализма” // Экон. науки. 1969. № 11. С, 89-98; Леонтьев Л. А. План и стоимость. М.: Экономика, 1965. 32 с.; Лисичкин Г. Спустя два года // Новый мир. 1967. № 2. С. 160-185; Ник Г. Рыночное хозяйство: миф и действительность. М.: Экономика, 1976.127 с.; Оль-севич Ю. “Рыночный социализм” как одно из направлений буржуазных и ревизионистских экономических теорий // Вопр. экономики. 1969. № 4. С. 95-104; Его же. Советы постороннего, или к чему призывает нас Запад // Вопр. экономики. 1991. № 5. С. 25-32; Хавина С. Синдикалистский вариант теории “рыночного социализма” // Экон. науки. 1976. № 7. С. 96-104; Шена-ев В. Место доктрины “социального рыночного хозяйства” в теории и практике капитализма // МЭ и МО. 1972. № 11. С. 47-57.

[13] В каждой из подсистем имеется целый ряд переходных экономических форм. Так, уже в натуральном хозяйстве зарождаются и развиваются элементы товарного обмена и товарного производства, в социалистически непосредственно общественном планомерно организованном производстве имеют место сохранившиеся и первые, и вторые и т. д. Речь идёт о преимущественно преобладающей (господствующей в качестве коренной тенденции) их форме на той или иной исторической ступени развития производственных отношений всемирного хозяйства.

[14] Маркс К. К критике политической экономии // Маркс К., Энгельс Ф. Соч. 2-е изд. Т. 13. С. 7.

[15] См.: Румянцев А. М. Конвергенция или обновление? //Коммунист. 1990. № 17. С. 18.

[16] 300 лет назад. В. Петти впервые в мировой истории макроэкономической статистики разработал приблизительные оценки национального дохода. (См.: Петти В. Экономические и статистические работы. М.: Соцэкгиз, 1940. 323 с.).

[17] См.: Ткач В. И., Ткач М. В. Международная система учёта и отчётности. М.: Фин. и стат., 1991. 160 с.

[18] См.: Иванов Ю. К. К выходу в свет новой Системы национальных счетов ООН // Вопр. экономики. 1994. № 5. С. 141-152.

[19] См.: Ольсевич Ю. К проблеме общественных деформаций // Экон. науки. 1992. № 1. С. 66-74.

Т. Л. Трошина

Формула пятикратных точек

Цель настоящей работы - получить формулу 5-кратных точек для собственного морфизма локально полного пересечения посредством конструкции производных морфизмов С.Клеймана (см.[1],[2],[3]).

Вариационные принципы занимают важное место в естествознании в силу их универсальности. Более того, область их применимости распространилась за рамки естественно научных дисциплин также охватывает и общественно-исторические, экономические, кибернетические явления. Вариационный принцип с успехом используется в филосовских науках, в частности, для обоснования позитивистского принципа “экономии мышления”, принципов детерминизма, категорий целесообразности и оптимальности [1]. В этой связи значение вариационных принципов вышло за пределы чистой математики, и встает проблема методического обеспечения процесса преподавания этой дисциплины на основе менее абстрактных посылок, чем это традиционно делается для чисто математической аудитории (см., например, [2-7]).

В нижеследующем изложении проводится вывод условий трансверсальности, для определения экстремальных пространственных кривых, концы которых свободно скользят по трехмерным поверхностям, адаптированный к нуждам физики. Предлагаемый вывод основан на использовании понятий векторного анализа, то есть дисциплины, появившиеся в рамках математической теории поля. Он более нагляден для физической аудитории по сравнению с традиционным для классических учебников по вариационному исчислению [2-7].

1. Формулировка задачи.

Пусть даны две трехмерные поверхности:

$$\Phi(x,y,z) = x - \varphi(y,z).$$

Среди трехмерных кривых, получающихся при пересечении поверхностей: $y = y(x)$ и $z = z(x)$ непрерывных вместе со своими производными до второго порядка включительно, имеющих начало на поверхности

$\Phi(x,y,z) = 0$ требуется найти кривую, дающую экстремум функционалу

$$\int_{x_0}^{x_*} F(x,y,z,\frac{\partial y}{\partial x},\frac{\partial z}{\partial x})dx. \quad (1)$$

Как известно [2-7], искомые двухмерные поверхности $y = y(x)$ и $z = z(x)$, пересечением которых задается трехмерная экстремальная кривая, должны удовлетворять системе уравнений Эйлера:

$$\frac{\partial F}{\partial y} - \frac{d}{dx}\frac{\partial F}{\partial\left(\frac{dz}{dx}\right)} = 0; \quad (2)$$

которые необходимо дополнить граничными условиями пересечения искомой кривой с поверхностями $\Phi(x,y,z) = 0$ и $\Psi(x,y,z) = 0$, по которым свободно перемещаются ее концевые точки. Эти граничные условия и называются условия трансверсальности.

2. Вывод условий трансверсальности.

Запишем выражение для общей формы первой вариации функционала *(1)* с учетом уравнений Эйлера *(2)* для обоих концов экстремальной кривой [2-7].

$$+\frac{\partial F}{\partial\left(\frac{dy}{dx}\right)}\cdot\delta y + \frac{\partial F}{\partial\left(\frac{dy}{dx}\right)}\cdot\delta z\Bigg|_{x=x_0} = 0. \quad (3)$$

$$+\frac{\partial F}{\partial(dy/dx)}\cdot\delta y + \frac{\partial F}{\partial(dz/dx)}\cdot\delta z\Bigg|_{x=x_*} = 0. \quad (4)$$

В этих выражениях δx, δy, δz есть проекции вариации радиус — вектора $\delta\vec{r} = \delta x\cdot\vec{n}_x + \delta y\cdot\vec{n}_y + \delta z\cdot\vec{n}_z$, определенного в окрестности концов экстремальной кривой, то есть на поверхностях $\Phi(x,y,z) = 0$ и $\Psi(x,y,z) = 0$. Следовательно вектор $\delta\vec{r}$ в окрестности начала экстремальной кривой лежит в плоскости касательной к поверхности $\Phi(x,y,z) = 0$, а в окрестности конца экстремальной кривой он лежит в плоскости, касательной к поверхности $\Psi(x,y,z) = 0$.

Выражения *(3)* и *(4)* по своей структуре представляют собой скалярное произведение вектора вариации радиус вектора $\delta\vec{r}$ на некий ортогональный вектор $\delta\vec{r}$.

B, имеющий проекции на оси декартовой системы координат:

$$B_x = F - \frac{dy}{dx}\frac{\partial F}{\partial(dy/dx)} - \frac{dz}{dx}\frac{\partial F}{\partial(dz/dx)};$$

$$B_z = \frac{\partial F}{\partial(dz/dx)} \quad (5)$$

С другой стороны в окресности начала экстремальной кривой всегда можно построить вектор, ортогональный к $\delta\vec{r}$. Этот вектор, есть градиент от уравнения поверхности $\Phi(x, y, z) = 0$:

$$grad\Phi = \frac{\partial\Phi}{\partial x}\vec{n}_x + \frac{\partial\Phi}{\partial y}\vec{n}_y + \frac{\partial\Phi}{\partial z}\vec{n}_z \quad (6)$$

Поскольку введенный нами вектор B и $grad\Phi$ параллельны, то для их проекций должно выполняться соотношение:

$$\frac{B_x}{\partial\Phi/\partial x} = \frac{B_y}{\partial\Phi/\partial y} = \frac{B_z}{\partial\Phi/\partial z} \quad (7)$$

Аналогично в окрестности конца экстремальной кривой получим:

$$\left[\frac{F - \frac{dy}{dx}\frac{\partial F}{\partial(dy/dx)} - \frac{dz}{dx}\frac{\partial F}{\partial(dz/dx)}}{\frac{\partial\Psi}{\partial x}} = \frac{\frac{\partial F}{\partial(dy/dx)}}{\frac{\partial\Psi}{\partial y}} = \frac{\frac{\partial F}{\partial(dz/dx)}}{\frac{\partial\Psi}{\partial z}}\right]_{x=x_*} \quad (8)$$

Из соотношений *(7), (8)* и получаются искомые граничные условия или условия трансверсальности в виде:

$$\dot{F}_{\dot{y}} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\left\{F - \frac{dy}{dx}\frac{\partial F}{\partial(dy/dx)} - \frac{dz}{dx}\frac{\partial F}{\partial(dz/dx)}\right\}\Bigg|_{x=x_0} = 0$$

$$\dot{F}_{\dot{z}} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\left\{F - \frac{dy}{dx}\frac{\partial F}{\partial(dy/dx)} - \frac{dz}{dx}\frac{\partial F}{\partial(dz/dx)}\right\}\Bigg|_{x=x_0} = 0$$

$$\dot{F}_{\dot{y}} + \frac{\partial\psi}{\partial y}\left\{F - \frac{dy}{dx}\frac{\partial F}{\partial(dy/dx)} - \frac{dz}{dx}\frac{\partial F}{\partial(dz/dx)}\right\}\Bigg|_{x=x_*} = 0 \quad (9)$$

$$\dot{F}_{\dot{z}} + \frac{\partial\psi}{\partial z}\left\{F - \frac{dy}{dx}\frac{\partial F}{\partial(dy/dx)} - \frac{dz}{dx}\frac{\partial F}{\partial(dz/dx)}\right\}\Bigg|_{x=x_*} = 0$$

При записи этих условий было учтено, что:

$$\frac{\partial\Phi}{\partial x} = 1; \; \frac{\partial\Phi}{\partial y} = -\frac{\partial\Phi}{\partial y}; \; \frac{\partial\Psi}{\partial z} = -\frac{\partial\psi}{\partial z}.$$

3.Решения системы *(2)* будут содержать четыре произвольных постоянных. Кроме того у нас имеются две неизвестных абсциссы x_0 и x_* пересечения экстремальной кривой с поверхностями $\Phi(x, y, z) = 0$ и $\Psi(x, y, z) = 0$. Таким образом определению подлежат шесть констант. Для их нахождения четыре условия трансверсальности *(9)* следует дополнить условиями:

$$\Phi(x_0, y_0, z_0) = 0; \; \Psi(x_*, y_*, z_*) = 0,$$

где y_0, z_0, y_*, z_* находятся из экстремальных поверхностей. y_0, z_0.

ЛИТЕРАТУРА

1. Асеев В.А. Экстремальные принципы в естествознании и их философское содержание. Л.: Изд. ЛГУ. 1977. 231 с.
2. Смирнов В.И., Крылов В.И., Канторович Л.В. Вариационное исчисление. Л.: Изд. КУБУЧ. 1933. 204 с.
3. Гельфанд И.М., Фомин С.В. Вариационное исчисление. М.: Физматгиз. 1961. 288 с.
4. Эльсголц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: Наука. 1965. 424 с.
5. Буслаев В.С. Вариационное исчисление. Л.: Изд. ЛГУ. 1980. 287 с.
6. Коша А. Вариационное исчисление. М.: Высшая школа. 1983. 280 с.
7. Ректорис К. Вариационные методы в математической физике и технике. М.: Мир. 1985. 590 с.