А. В. Ястребов

О процессе формулировки одной исследовательской задачи

В работах автора [31, 32] изложена концепция, согласно которой обучение математике в педагогическом вузе может быть организовано таким образом, чтобы в процессе преподавания воспроизводились некоторые важные свойства, характерные для научных исследований. Основное внимание в них уделялось точности формулировок, полноте раскрытия основных утверждений, логической строгости изложения в целом и т. д. При этом оказались отодвинутыми на второй план *причины*, побудившие работать именно в этом направлении, то есть происхождение концепции. Настоящая статья предназначена для ликвидации пробела. В ней рассматриваются разнохарактерные литературные источники, которые, будучи объективно объединены некой общей идеей, тем не менее редко рассматриваются одновременно. В процессе их сравнительного анализа постепенно вырисовывается объединяющая идея и, тем самым, описывается процесс возникновения исследовательской задачи. Ниже публикуется первая часть статьи.

1. Общий подход

Структура данной статьи в определенной мере отражает структуру определения науки [22]: «Наука — сфера человеческой деятельности, функцией которой является выработка и теоретическая систематизация объективных знаний о действительности... Понятие науки включает в себя как *деятельность* по получению нового знания, так и *результат* этой деятельности — сумму полученных к данному моменту научных знаний...» (Всюду, где не оговорено противное, курсив мой.— А. Я.) В соответствии с этим будут рассмотрены две группы литературных источников: работы, относящиеся к математической и педагогической деятельности, и работы, касающиеся содержания образования. В свою очередь, первая группа разбивается на две подгруппы: работы по философии и истории математики и работы, связанные с исследованиями в области образования. Вторая группа включает в себя монографическую литературу по математике, вузовские учебники и задачники, а также отдельные школьные учебники.

Каждое положение, извлеченное из того или иного источника, будет рассматриваться под следующим углом зрения: что может и чего не может оно дать для организации *обычного, повседневного* преподавания математики в педагогическом вузе. Под «обычным и повседневным» мы понимаем в буквальном смысле то, что означают эти слова: обычный, а не столичный и не экспериментальный педагогический вуз; подготовка учителей для массовой, а не профильной школы; базовый курс алгебры, геометрии или математического анализа, а не специальный курс или спецсеминар; обычная академическая группа, а не специально сформированная группа талантливых студентов. Для контраста процитируем одного из ведущих математиков нашего века Н.Винера: «Лучший и, пожалуй, единственный способ обучать хорошо подготовленных студентов, занимающихся наукой,— это делать что-то вместе с ними» [4. С. 336] Соглашаясь по существу с высказанной мыслью, автор обращает внимание на то, что Н. Винер не задается вопросом о том, кто и как хорошо подготовит студентов и привлечет их к занятиям наукой. Автор концентрируется на начальных этапах высшего образования, на которых особенно трудно воспроизводить в учебном процессе базовые свойства научных исследований и вырабатывать у студентов соответствующие навыки.

Для того, чтобы еще отчетливее выразить специфику нашего подхода, сравним сказанное в предыдущем абзаце с концепцией О. А. Иванова, посвященной подготовке учителей профильных школ. Одно из ее основных положений звучит так: «Обучение на математических факультетах университетов должно быть направлено на подготовку специалиста — учителя высшей квалификации — с профессиональными навыками *научного работника и учителя-методиста* ([14. С. 31]. Курсив О. А. Иванова). При этом во главу угла ставятся так называемые интегративные курсы, которые характеризуются двумя особенностями: во-первых, изложение материала происходит не строго последовательно, а группируется вокруг определенных понятий, математических идей и утверждений; во-вторых, в этом изложении понятия и идеи элементарной математики связываются с общими математическими понятиями, идеями и утверждениями, известными студентам по базовым университетским курсам [14. С. 51]. Такая точка зрения невольно оказывается достаточно узкой: учитель высшей квалификации с навыками научного работника оказывается учителем профильной школы, хотя массовая школа нуждается в таких учителях в той же, если не в большей мере и имеет огромное поле деятельности для учителя-исследователя; подготовка учителя высшей квалификации становится прерогативой математических факультетов университетов, хотя педагогический институт не только может, но и должен ставить перед собой такую задачу; чтение интегративных курсов откладывается до завершения базовых курсов, тем самым задерживая начало формирования исследовательских навыков. В отличие от сказанного концепция моделирования научных исследований ориентирована на воспроизведение свойств исследовательской деятельности в условиях изучения базовых курсов математики в обычном педагогическом вузе — тем самым два подхода взаимно дополняют и усиливают друг друга.

Сформулированное выше определение науки предъявляет к педагогическому образованию естественное требование: *подготовка учителя математики должна быть ориентирована, причем одновременно и в равной мере, как на передачу студентам системы математических знаний, так и на формирование умений и навыков деятельности внутри математики.* Первым шагом на пути выполнения этого требования должно стать выявление неотъемлемых, характеристических свойств научного, в частности, математического творчества, которые не зависят ни от специфики предметных областей математики, ни от уровня исследований.

Для выявления таких свойств проанализируем некоторые литературные источники.

2. Философия и история математики

Обратимся прежде всего к взглядам крупнейших математиков XIX-XX вв. на сущность создаваемой ими науки. Анализируя природу математического творчества, А.Пуанкаре в своей книге «Наука и гипотеза» (1902 г.) пишет следующее: «Какова природа умозаключения в математике? Действительно ли она дедуктивна, как думают обыкновенно? Более глубокий анализ показывает, что это не так,— что в известной мере ей свойственна природа индуктивного умозаключения, *и потому-то она столь плодотворна.* Но от этого она не теряет своего характера абсолютной строгости…» [29. С. 8]. Вопрос о сущности математического творчества оказывается для А. Пуанкаре настолько важным, что он возвращается к нему вновь и вновь в своих последующих книгах «Ценность науки» и «Наука и метод», написанных в 1905 г. и 1908 г. соответственно. Дедуктивное и индуктивное начала математики выступают в виде конкретных проявлений деятельности математика — логики и интуиции соответственно. Замечательно, что вопрос о соотношении логики и интуиции решен поистине диалектически: «… Интуиция и логика играют каждая свою необходимую роль. Обе они неизбежны. Логика, которая одна может дать достоверность, есть орудие доказательства; интуиция есть орудие изобретательства» [29. С. 8]

Рисуя творческий портрет Б. Римана, Ф. Клейн пишет: «Венец здания математической теории состоит, конечно, в убедительном доказательстве всех ее утверждений… Но тайна гениальной работы мысли — умение находить новые постановки проблем, угадывать новые теоремы, извлекать ценные результаты и устанавливать важные связи — останется навсегда. Если не вырабатывать новых точек зрения, не ставить новых целей, то математика со всеми ее строгими логическими доказательствами вскоре исчерпает себя и в ней начнется застой, ибо иссякнет запас питающих ее веществ. *Поэтому развитию математики в известном смысле более всего содействуют те, кто наделен не столько способностью к проведению строгих доказательств, сколько интуицией.* Нет сомнения, что Риман является тем из математиков последних десятилетий, кто и поныне оказывает наибольшее влияние». (Цитируется по [3. С. 260]). О самом Ф. Клейне один из крупнейших математиков нашего века Г. Вейль сказал, что «главным оружием математической методологии Клейна было *интуитивное постижение взаимосвязей* [Verstehen], *основанное на наглядном усмотрении.* (Там же; курсив Г. Вейля.) В своей книге [1. Гл. 8], посвященной психологии процесса изобретения в области математики, Ж. Адамар приводит целый ряд парадоксальных случаев интуиции, связанных с творчеством П. Ферма, Б. Римана, Э. Галуа, А. Пуанкаре и оказавших существенное влияние на развитие математики.

Основа, на которой базируется интуиция создателей математики, чрезвычайно выразительно описана в книгах Д. Пойа [24, 25, 26]. Ею оказывается совокупность методов, применяемых в естественных науках: наблюдение, эксперимент, гипотеза, неполная индукция, аналогия, правдоподобные рассуждения в широком смысле слова. Помимо вышеупомянутых авторов, в пользу такого взгляда в разное время и по разным поводам высказывались Гаусс, Декарт, Кеплер, Кирхгоф, Лаплас, Лейбниц, Ньютон, Рассел, Шур, Эйлер, Эрмит [24, 25]. Известный российский математик С. А. Яновская пишет об Эйлере, что он «не только с непревзойденным до сих пор успехом пользовался индуктивными методами в математике, но откровенно сообщал читателю пути, по которым он шел в своем математическом творчестве» [25. С. 10]. Таким образом, математика предстает в трудах классиков как индуктивная, эвристическая наука.

В историческом плане так было всегда. Д. Пойа, названный в справочнике [2] «основоположником современной эвристики», указывает на своих предшественников, которых мы перечислим в порядке, обратном хронологическому: Больцано (1781-1848), Лейбниц (1646-1716), Декарт (1596-1650), Папп (ок. 300 н. э.). В свою очередь, Папп в качестве создателей эвристики называет Евклида (ок. 340 — ок. 287 до н.э.) и Аполлония (2-я половина III в.— 1-я половина II в. до н.э.). Б.Больцано посвятил более восьмидесяти страниц своего исчерпывающего изложения логики предмету эвристики. Г.-В.Лейбниц оставил неоконченное сочинение «Искусство изобретения». Что касается Р.Декарта, то он рассматривал эвристические методы не столько в своем знаменитом «Рассуждении о методе» [12], сколько в менее известном сочинении «Правила для руководства ума» [13]. Таким образом, естественно сделать вывод, который мы выскажем словами С. А. Яновской: «Над вопросом о том, возможна ли теория, предметом которой являются не математические доказательства, а способы догадываться о таких доказательствах, открывать математические истины и решать математические задачи, люди бьются еще со времен античной древности» [25. С. 13].

Итак, *одной из важнейших характеристик математики является ее индуктивно-дедуктивный дуализм, равноправие интуиции и логики, изобретательства и доказательности на всех этапах ее развития.*

Естественно, что преподавание должно адекватно отражать изучаемый предмет, в частности, преподавание математики должно в полном объеме раскрывать ее индуктивно-дедуктивный дуализм. В сложившихся условиях, когда индуктивная природа математического творчества недостаточно раскрывается в процессе преподавания, когда абсолютное большинство учебников написано дедуктивным методом, а задачники в значительной мере ориентированы на тренировку в выполнении алгоритмов, *преподавателям следует акцентировать индуктивное начало математики и выдерживать этот акцент до тех пор, пока в студенческом сообществе не сформируется устойчивое представление о равноправии обоих компонентов математики.*

Чрезвычайно важным является то обстоятельство, что для классиков науки размышления о природе умственных действий в области математики оказываются тесно связанными с вопросами ее преподавания. Вновь обратимся к А. Пуанкаре, теперь уже к педагогическим аспектам его работ: «Без нее (интуиции — А. Я.) молодые умы не могли бы проникнуться пониманием математики; они не научились бы ее любить и увидели в ней лишь пустое словопрение; без нее особенно они никогда не сделались бы способными применять ее» [29. С. 165]. Ключевая мысль А. Пуанкаре указывает на сходство мыслительных процессов исследователя и студента: «Нам нужна способность, которая позволяла бы видеть цель издали, а эта способность есть интуиция. Она необходима исследователю в выборе пути, она *не менее* необходима для того, кто идет по его следам и хочет знать, почему он выбрал его» [29. С. 166].

Будучи нашим современником, Д. Пойа в своих книгах [24, 25, 26] показывает возможность и *целесообразность* взгляда на математику как на разновидность эвристики, причем делает это на чрезвычайно широкой предметной базе, а именно, на основе задач по арифметике, алгебре, геометрии, математическому анализу, теории вероятностей, топологии, в области «высшей» математики и в области «элементарной» математики. С. А. Генкин [9], В. А. Гусев [10] и многие другие авторы предлагают материал той же идейной направленности для внеклассной работы по математике.

Крупный математик, автор широко известного учебника по математическому анализу, член международной комиссии по математическому образованию Л. Д. Кудрявцев, выдвигая основные положения преподавания математики в вузе, пишет следующее: «ПОЛОЖЕНИЕ ЧЕТВЕРТОЕ. Целью обучения математике является приобретение учащимися определенного круга знаний, умение использовать математические методы, *развитие математической интуиции*, воспитание математической культуры» [19. С. 89]. И далее: «ПОЛОЖЕНИЕ ВОСЬМОЕ. На первых порах надо отдавать предпочтение индуктивному методу, постепенно подготавливая и используя дедуктивный подход» [19. С. 127].

Описанные выше представления порождают целый ряд вопросов. Как организовать базовый курс алгебры, геометрии и т. д. для педагогического вуза, который, оставаясь в рамках государственных образовательных стандартов, в равной мере представляет индуктивное и дедуктивное начала математики? В какой мере такой курс полезен для будущих учителей массовой школы? Какие еще свойства научных исследований подлежат воспроизведению в учебном процессе? Несмотря на то, что частичные ответы на них рассеяны в литературе, ни одно из известных автору руководств, ставящее себе целью высветить индуктивное начало математики в той же мере, что и дедуктивное, *не покрывает целиком материал базового математического курса для педагогического вуза*. По-видимому, для анализа отрасли знаний — методики преподавания математики — в полной мере применимо высказанное А. Н. Колмогоровым правило о том, что «нужно изучать методологию ученого в первую очередь непосредственно по его научным работам, а не по его методологическим высказываниям» [18. С. 92]. Справедливости ради следует сказать, что задача создания такого руководства чрезвычайно трудна.

Одна из идей, которые целесообразно использовать при его построении, подсказывается историей математики. Работы Д. Я. Стройка [30], Ф. Клейна [17] и ряда других авторов показывают чрезвычайно большую роль гипотез в развитии математики. Гипотеза, затрагивающая существенно важные проблемы, становится фактом математики задолго до того, как она доказана или опровергнута, является мощным стимулом развития теории независимо от того, является она истинной или ложной. Самый известный пример такого рода связан с открытием неевклидовой геометрии. Примерно две тысячи лет существовала гипотеза о том, что так называемый пятый постулат Евклида о параллельных линиях является не постулатом, а теоремой. Как выяснил Н. И. Лобачевский, гипотеза оказалась ошибочной, однако в процессе осознания этого факта предшественниками Н. И. Лобачевского было получено много интересных геометрических теорем, а само построение геометрии Лобачевского привело к кардинальному изменению взглядов не только на геометрию и математику в целом, но и на представления о физической картине мира. Другой известный пример — проблема Ферма, сформулированная в XVII в. и решенная в 1993 г. В процессе работы над ней была создана теория алгебраических чисел (см. [27] и получены глубокие результаты по алгебраической геометрии. В 1900 г. Д. Гильберт прочитал доклад на II Международном математическом конгрессе, в котором указал 23 важнейшие проблемы, требующие разрешения. Решение их оказало заметное влияние на развитие математики (см. [28]).

Коль скоро роль гипотез в деятельности ученых велика, естественно попытаться увеличить роль гипотез, высказываемых студентами в процессе обучения, попросту говоря, необходимо насытить изучение математической дисциплины циклами задач, в процессе решения которых студенту необходимо сначала *сформулировать* утверждение и лишь затем доказать его. Проблема построения системы таких задач, которая обеспечивала бы потребности базового курса *в целом* по той или иной математической дисциплине, пока остается открытой.

Завершая математическую часть настоящего обзора, отметим, что вопрос о соотношении логики и интуиции в математике (а значит, и в ее преподавании!) целесообразно рассматривать еще в двух аспектах: в связи с естественнонаучным происхождением многих математических понятий и в связи с кризисом оснований математики. Первое направление отражено, например, в книге М. Клайна [16] и в знаменитой статье Дж. фон Неймана [23]. По поводу второго направления, показывающего «нелогичное развитие логичнейшей из наук», укажем работы М. Клайна [15] и А. Н. Колмогорова [18].

Итак, анализ работ по философии и истории математики позволяет сделать следующие выводы. Во-первых, вновь, теперь уже с других позиций, подтверждена необходимость одновременного усвоения как системы математических знаний, так и навыков исследовательской деятельности внутри математики. Во-вторых, выявлено одно из характерных свойств деятельности математика — индуктивность математического творчества.

3. Общая психология и педагогика

Описание психологических корней концепции моделирования научных исследований в процессе преподавания следует начать со взглядов Л. С. Выготского на детерминацию индивидуального сознания человека. Описывая генезис высших психических функций, Л. С. Выготский указывал, что первичным является коллективная деятельность человека, производной от которой служит его индивидуальная деятельность. Коллективно-социальную или внешнюю деятельность людей Л. С. Выготский связывал с интерпсихическими процессами, а индивидуальную (или внутреннюю) деятельность человека — с интрапсихическими. Переход от коллективно-социальной к индивидуальной деятельности является, в сущности, процессом интериоризации. В концентрированном виде взгляды Л. С. Выготского могут быть представлены таким образом: «Мы можем сформулировать общий генетический закон культурного развития в следующем виде: всякая функция в культурном развитии ребенка появляется на сцену дважды, в двух планах, сперва — социальном, потом — психологическом, сперва между людьми как категория интерпсихологическая, затем внутри ребенка как категория интрапсихологическая. Это относится одинаково к произвольному вниманию, к логической памяти, к образованию понятий, к развитию воли» [5. С. 145]. Следует отметить, что в некоторых философско-психологических работах обсуждаются существенные особенности именно такого понимания процесса детерминации. Так, В. А. Лекторский пишет: «Индивидуальный субъект, его сознание и познание должны быть поняты, *учитывая их включенность в различные системы коллективной практической и познавательной деятельности* [20. С. 281]. И далее: «Коллективный субъект существует в известном смысле вне каждого отдельного индивидуального субъекта. Коллективный субъект выявляет себя и законы своего функционирования не столько через внутренние структуры сознания индивида, сколько через внешнюю предметно-практическую деятельность и коллективно-познавательную деятельность с системами объективированного знания» [20. С. 283]. Естественно спроецировать эти положения на высшее образование. Понимая под функцией в развитии студентов первичные навыки исследовательской работы, естественно рассматривать три субъекта педагогического процесса: студента (индивидуальный субъект), академическую группу студентов, понимаемую как единое целое (коллективный субъект), и преподавателя, рассматриваемого как организатора познавательной деятельности первых двух субъектов с системой объективированного знания, в нашем случае математики. Управляя интер- и интрапсихологическими процессами деятельности, преподаватель должен работать *одновременно* в двух направлениях. Во-первых, следует в максимальной степени персонифицировать задания, превращая действия студента по решению задач в преимущественно внутренние, индивидуальные, интрапсихологические. Во-вторых, следует организовать в академической группе обмен информацией, самостоятельно полученной студентами при выполнении заданий, превращая тем самым их действия в коллективные, интерпсихологические. Разумеется, при таком подходе встает вопрос о создании методического обеспечения, то есть о запасе упражнений, достаточном для полной персонификации заданий, и о заданиях, результаты выполнения которых могут служить предметом информационного обмена.

Персонификацию заданий и обмен информацией можно трактовать в рамках теории А. Н. Леонтьева о деятельности и ее психическом отражении [21]. Согласно одному из ее положений, «главными процессами деятельности выступают интериоризация внешней ее формы, приводящая к субъективному образу действительности, и экстериоризация ее внутренней формы как опредмечивание образа, как его переход в идеальное свойство предмета». (Цитируется по [11. С. 224]). Можно считать, что лекции, демонстрация образцов решения задач и другие действия преподавателя, внешние по отношению к студенту, в результате интериоризации превратятся в его внутренние действия по решению задач, а затем перейдут во внешние действия по отношению к другим студентам (экстериоризация) в процессе обмена самостоятельно полученной информацией.

Теория поэтапного формирования умственных действий (П. Я. Гальперин, Н. Ф. Талызина и др. [6, 7, 8] указывает прежде всего перечень этапов умственных действий. Так, второй этап — ориентировочная основа действий — указывает на разные типы ориентировки, в частности, на ориентировку III типа по П. Я. Гальперину [7], которая связана с переходом ребенка к опосредованному, теоретическому мышлению. Коль скоро, согласно работам В. В. Давыдова, П. Я. Гальперина и др., такой тип ориентировки доступен детям младшего школьного возраста, естественно предположить, что он доступен и студентам педагогического вуза. Более того, поскольку студенты, став учителями, будут формировать у школьников ориентировку на теоретический стиль мышления, они сами нуждаются в опыте, пусть небольшом, самостоятельно проводимых теоретических обобщений. Это указывает на необходимость создания задач-обзоров, в которых нужно рассмотреть совокупность объектов, сформулировать на их базе обобщающее утверждение и доказать его. Последний этап умственных действий — этап социализированной речи «про себя» — может быть усилен и доведен до логического завершения в процессе обмена информацией, предметом которой служат результаты, самостоятельно полученные студентами в процессе решения задач-обзоров. Тем самым этап внутренней речи выливается в публичные выступления, которые важны как в плане формирования профессионально-педагогических навыков, так и в общем плане выработки коммуникативных способностей.

Мы видим, что различные психологические теории указывают на необходимость организации информационного обмена между студентами в процессе преподавания. Весьма важно, что *на то же самое* указывает анализ форм функционирования науки. С организационной точки зрения научное сообщество является весьма сложным образованием с разветвленной иерархией и многокомпонентными отношениями принадлежности. В него входят отдельные ученые, творческие коллективы, исследовательские институты, учебные заведения, научные журналы, органы по присуждению ученых степеней, национальные академии, международные комитеты. Очевидно, что необходимым (и, возможно, достаточным) условием функционирования такой системы является информационный обмен между ее элементами. На практике он весьма интенсивно осуществляется посредством публикаций, конференций, семинаров, через систему Интернет и т. д. Коль скоро в реальном научном мире объективно существует некое важное явление, оно должно в той или иной форме отражаться в процессе преподавания.

Итак, анализ психолого-педагогических работ, во-первых, подтверждает справедливость выводов, сделанных в предыдущих разделах. Во-вторых, он указывает на два важных свойства научной деятельности: на то, что она в весьма высокой степени персонифицирована, и на то, что она неотделима от информационного обмена между ее субъектами.

Окончание статьи и общие выводы будут опубликованы в следующем номере журнала.

ЛИТЕРАТУРА

1. Адамар Ж. Исследование психологии процесса изобретения в области математики. М.: Советское радио, 1970. 152 с.
2. Боголюбов А. Н. Математики и механики. Киев: Наукова думка, 1983. 638 с.
3. Вейль Г. Математическое мышление. М.: Наука, 1989. 400 с.
4. Винер Н. Я — математик. М.: Наука, 1967. 355 с.
5. Выготский Л. С. История развития высших психических функций / Собрание сочинений. Т. 3. М.: Педагогика, 1983. 368 с.
6. Гальперин П. Я. О законе поэтапного формирования умственных действий и понятий // Известия АПН РСФСР. 1953. Вып. 45. С. 93-99.
7. Гальперин П. Я. Типы ориентировки и типы формирования действий и понятий // Доклады АПН РСФСР. 1958. № 12. С. 75-78.
8. Гальперин П. Я., Талызина Н. Ф. Современное состояние теории поэтапного формирования умственных действий // Вестник Московского ун-та. Сер. 14. Психология. 1979. № 4. С. 54-63.
9. Генкин С. А., Итенберг И. В., Фомин Д. В. Ленинградские математические кружки. Киров: АСА, 1994. 272 с.
10. Гусев В. А., Орлов А. И., Розенталь А. Л. Внеклассная работа по математике в 6-8-х классах. М.: Просвещение, 1984. 226 с.
11. Давыдов В. В. Проблемы развивающего обучения. М.: Педагогика, 1986. 240 с.
12. Декарт Р. Рассуждение о методе с приложениями. Серия «Классики науки». М.: Наука, 1953. 656 с.
13. Декарт Р. Правила для руководства ума. М.-Л.: Соцэкгиз, 1936. 174 с.
14. Иванов О. А. Теоретические основы построения специальной математической и методической подготовки преподавателей профильных школ. СПб.: Изд-во С.-Пб. ун-та, 1997. 80 с.
15. Клайн М. Математика. Утрата определенности. М.: Мир, 1984. 434 с.
16. Клайн М. Математика. Поиск истины. М.: Мир, 1988. 295 с.
17. Клейн Ф. Лекции о развитии математики в XIX столетии. Т. 1. М.: Наука, 1989. 454 с.
18. Колмогоров Л. Я. Математика в ее историческом развитии. М.: Наука, 1991. 223с.
19. Кудрявцев Л. Д. Современная математика и ее преподавание. М.: Наука, 1980. 144 с.
20. Лекторский В. А. Субъект, объект, познание. М.: Наука, 1981. 359 с.
21. Леонтьев А. Н. Деятельность. Сознание. Личность. М.: Политиздат, 1975. 304с.
22. Наука // Большая Советская Энциклопедия: Т. 17. М.: Советская Энциклопедия, 1974. С. 323-330.
23. Нейман Дж. Фон. Математик // Природа. 1983. № 2. С. 88-95.
24. Пойа Д. Как решать задачу. М.: Учпедгиз, 1959. 207 с.
25. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. М.: Наука, 1975. 464 с.
26. Пойа Д. Математическое открытие. М.: Наука, 1970. 452 с.
27. Постников М. М. Введение в теорию алгебраических чисел. М.: Наука, 1982. 239 с.
28. Проблемы Гильберта. М.: Наука, 1969. 239 с.
29. Пуанкаре А. О науке. М.: Наука, 1983. 559 с.
30. Стройк Д. Я. Краткий очерк истории математики. М.: Наука, 1984. 284 с.
31. Ястребов А. В. Научное мышление и учебный процесс — параллели и взаимосвязи. Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 1997. 137 с.
32. Ястребов А. В. Моделирование научных исследований как средство оптимизации обучения студента педагогического вуза: Дисс... док-ра пед. наук. Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 1997. 386 с.