

Е. И. Смирнов

Мотивации  
в профессиональной  
подготовке учителя математики

Проблема мотивации поведения личности в процессе обучения всецело зависит от потребностей личности (биологических, социальных, гностических, эстетических и т. д.) и движущих сил, определяющих поведение человека.

Влияние мотивации на эффективность обучения было понятно еще Квинтилиану (100 год н.э.), провозгласившему в своем «*Institutio oratoria*» (ораторское образование) принцип пробуждения интереса играми, прежде чем начнется обучение [3. С. 17]. И далее Ф.Рабле с его «предметными уроками», Я.Коменский, Ж.Руссо, И.Песталоцци, Ф.Фребель, К. Д. Ушинский развивают теорию обучения в соответствии с принципами природосообразности, педагогического реализма и естественного развития ребенка, придавая мотивации важное место в системе обучения.

Потребность в «моторном воспитании и педагогике действия» [3. С. 103] начала XX века привела к дальнейшему развитию наглядного и лабораторного методов обучения, активизации самостоятельной работы учащихся, введению образовательного ручного труда для младших школьников. Развитие производительных сил, научных и прикладных исследований поставило перед мировой общественностью задачи коренной реформы школьного обучения математике. Именно в этот период ставятся вопросы фуркации и фузионизма, методологии обучения математике, практического использования результатов психофизиологических исследований личности.

В дидактике математики XX века доминировали мотивации долженствования, определяемые неравномерностью социально-политического развития общества, и стремления к логической безупречности мыслительной

деятельности в процессе обучения математике (видимо, как одно из следствий мощного продвижения в математической логике и основаниях математики). Последнее привело к необходимости развития и совершенствования форм представления математического знания (логических, реляционных, фреймовых) и их знаково-символического отражения, к сожалению, без должной мотивации в школьной и вузовской математике. Все это привело к нарастанию негативных тенденций в преподавании математики и в отношении к математике (на фоне дальнейшего глубокого развития математического знания и практических приложений).

Психологи проводят классификации мотиваций на грани сознательного и бессознательного, врожденного и приобретенного, качественной характеристики [1. С. 15]. Безусловно, врожденные детерминанты человеческой активности играют в учебной деятельности основополагающую роль: стремление к новизне, доминированию и рационализации, иерархичности и целостности, самоутверждению и эмоциональной насыщенности и т. п. Но особенно в процессе обучения важна стимулирующая деятельность педагога по формированию мотивационной сферы обучаемого.

В учебной деятельности мотивации (мотивы деятельности) формируются в сложном переплетении сознательного и бессознательного, разнообразии качественных характеристик уровневой вариативности и профессиональных особенностей. В то же время в процессе подготовки учителя математики мотивационная сфера студента активно формируется в учебной деятельности (особенно познавательная мотивация) наглядным моделированием профессионально-важных учебных элементов (знаний, умений, навыков, математических методов, алгоритмов, процедур — ЗУНМА) на основе познавательного интереса (значимость, новизна, деловые игры, информационные технологии и т. п.). Задача педагога — обеспечить условия для стимулирования и создания целостной структуры познавательных интересов обучаемого в направлении формирования

мотиваций учебной деятельности (личностный смысл деятельности). Таким образом, стимулирование учебной деятельности студента — это процесс создания условий для устойчивого изменения психического состояния обучаемого в направлении разрешения противоречий в удовлетворении познавательных потребностей. Последнее изменение внутреннего психического состояния обучаемого есть мотивации учебной деятельности. В процессе такого обучения знание становится для обучаемого лично-значимым, что способствует качеству его усвоения и, в конечном счете, эффективности обучения.

Технология наглядного моделирования [2] позволяет стимулировать мотивации разного уровня и длительности. Моделирование своим объектом имеет модели. В исследовании Н. Г. Салминой [4] разводятся понятия схемы и модели в учебной деятельности. Если модель не предполагает исследовательской функции, а применяется для иллюстрации каких-то положений или выступает как средство усвоения готового материала, то это схема, а вид знаково-символической деятельности — схематизация.

Представление знаний связано со знаково-символической деятельностью и характеризуется структурированностью, связностью и активностью восприятия. Виды знаково-символической деятельности порождают тип моделей представления знаний, принятых в инженерии знаний и решении проблем искусственного интеллекта: логические, реляционные, семантические сети, продукционные, фреймовые.

*Логические модели* представляют математические знания посредством исчисления предикатов и адекватных «иерархических деревьев». Достоинством знаково-символических средств, использующих буквенно-цифровую символику, являются фиксированность алфави-

та и существование мощных процедур логического вывода. Дерево — это плоский, связный, ациклический граф. Каждый граф, не содержащий циклов, называется лесом. Таким образом, компонентами леса являются деревья. В вершинах графа обычно располагаются учебные элементы (понятия, теоремы, алгоритмы, математические методы, спирали фундирования и т. п.), ребра обозначают отношение между учебными элементами. Таким образом, можно построить логическую структуру понятий или теорем учебного предмета. Однако здесь прямые аналогии инженерии знаний и представления знаний в мышлении человека заканчиваются. Глубина и ширина поиска, процедуры поиска оптимального пути вступают в противоречие с физиологическими и психологическими возможностями восприятия (миллеровские числа, законы гештальта, психомоторика и т. п.), поэтому, например, в логической структуре понятий должно быть  $7 \pm 2$  базовых понятий (вершин) и 3-4 уровня глубины дерева, с теми же миллеровскими числами в каждой промежуточной вершине. Если это не выполнимо в рамках данного учебного материала, то необходима его дополнительная глобальная структуризация.

*Реляционные модели* в основном представляются разнообразными таблицами. В математике таблицы являются не только средством представления знаний, но и учебными элементами, например, матрицы в алгебре, таблицы производных и интегралов в математическом анализе, электронные таблицы в информатике и т. д. Таблицы легко воспринимаются, структура их доступна, данные группируются компактно.

*Семантическая модель* представляет собой ориентированный граф, в котором вершины соответствуют определенным объектам

или понятиям, а дуги отражают отношения между вершинами. Семантическая модель допускает циклы, разнотипность отношений между вершинами, разнообразие видов информации о математических объектах в вершинах: это могут быть блок-схема изучения темы или доказательства теоремы, структурная модель полноты изучения понятия, спирали фундирования и мотивации базового школьного знания и т. д. Требования к построению семантических сетей коррелируют с основными закономерностями восприятия знаково-символических систем.

Производственная модель фиксирует процедуру математических действий при решении определенных задач. Например, схема исследования функции  $f$  действительного переменного выглядит следующим образом:

1. Найти область определения  $D(f)$  и область значений  $R(f)$  функции, точки пересечения с координатными осями, особые точки и пределы функции  $f$  на бесконечности и в особых точках.
2. Найти асимптоты  $f$  и построить эскиз графика.
3. Найти первую производную функции  $f$ , стационарные и критические точки. Найти промежутки монотонности  $f$ , экстремальные точки и значения  $f$  в них.
4. Найти вторую производную функции  $f''$ , точки перегиба функции  $f$ . Найти промежутки выпуклости функции вверх и вниз.
5. Построить график функции.

Таким образом, данная процедура состоит из 5 правил (продукций).

По мере того, как математические и дидактические объекты усложняются, представ-

ления знаний в виде сетей уступают место фреймовым моделям. Основатель теории фреймов М. Минский дает следующее определение: «Фрейм (рамка) — это единица представления знаний, запомненная в прошлом, детали которой при необходимости могут быть изменены согласно текущей ситуации». В тех случаях, когда многое можно сказать о содержимом вершины сети, целесообразен переход к фреймовому представлению, содержащему ячейки (слоты) и имена ячеек. Фрейм может иметь многоуровневую структуру. Наличие имен фреймов и имен слотов обеспечивает возможность внутренней интерпретируемости знаний, хранимых во фреймах, а также активизации фрейма за счет процедурных слотов. Таким образом, фреймовые модели удовлетворяют всем четырем основным требованиям к знаниям (внутренняя интерпретируемость, структурированность, связность и активность).

Определение и наглядное моделирование ориентированной основы деятельности (ООД) в процессе обучения математике и предъявление ее обучаемому создают положительную мотивацию учения диагностируемого уровня. В основе такого подхода лежит методологический тезис А. Н. Леонтьева: «...актуально сознается только то содержание, которое является предметом целенаправленной деятельности студента, то есть занимает структурное место непосредственно цели внутреннего или внешнего действия в системе той или иной деятельности».

ООД представляет собой свернутую структурированную модель (дидактический модуль) содержания учебной деятельности, адекватно отражающую динамику и логику развертывания учебного содержания (учебных элементов) реального педагогического про-

цесса, включающую таксономию учебных целей и спирали фундирования (см. рис. 1).

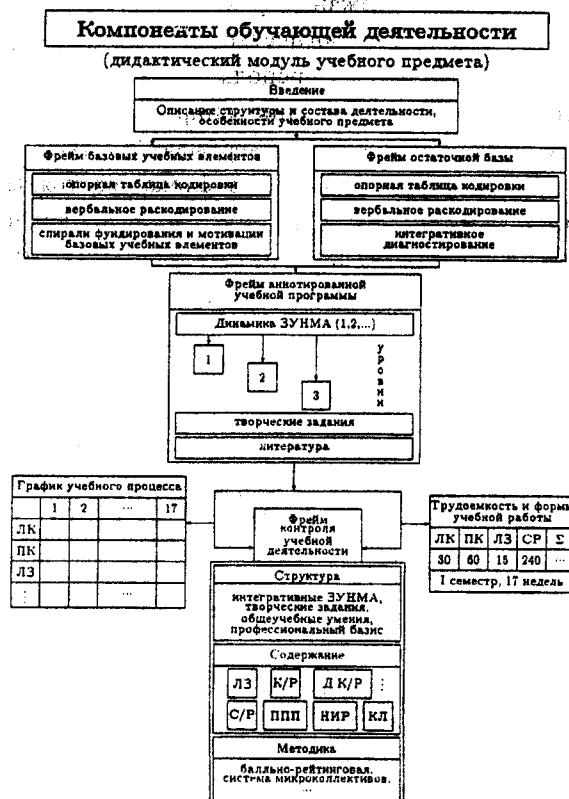


Рис. 1

В ходе подготовки будущего учителя математики стимулирование мотиваций средствами ООД формирует модель профессиональной деятельности, ориентированную на развитие мотивационной сферы школьника. Важным элементом, стимулирующим мотивационную сферу обучаемого, являются спирали фундирования [2].

В связи с выявленными тенденциями академик В.Д.Шадриков предложил углубить теоретическую и практическую составляющие математического образования будущего учителя математики, изменив содержание и структуру математической и методической подготовки в направлении усиления школьного компонента математического образования с последующим фундированием знаний на раз-

ных уровнях. Принципиальным отличием формулируемого принципа фундирования является определение основы для спиралевидной схемы моделирования базовых знаний, умений, навыков математической подготовки студентов педвузов. Если мы начнем со школьного предмета через послойное фундирование его в разных теоретических дисциплинах, то объем, содержание и структура математической подготовки должны претерпеть значительные изменения в направлении практической реализации теоретического обобщения школьного знания по принципу «буферанга». Например, возможна такая цепочка фундирования:

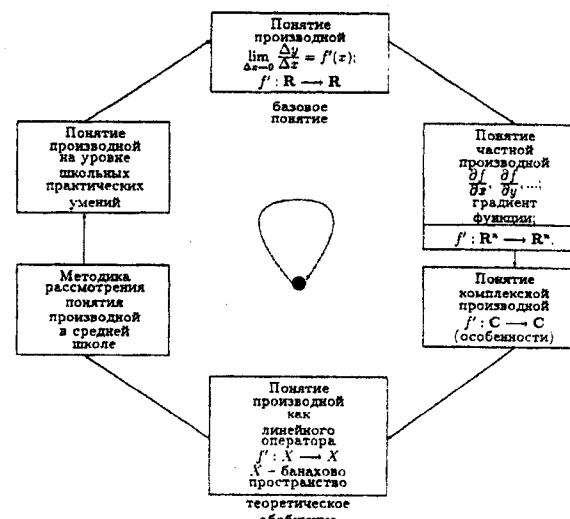


Рис. 2  
Схема фундирования школьного знания

Такое фундирование знаний выводит на уровень, когда уже педагог вместе со студентом, владеющим предметной стороной, начинает отрабатывать с ним методическую сторону преподавания. Школьные знания станут выступать структурообразующим фактором, позволяющим отобрать теоретические знания из математики более высокого уровня, через которые происходит фундирование школьного знания.

Другой слой фундирования может образовать при этом совершенствование и углубле-

ние практических умений, проектируемых ориентированной основой деятельности по типу описанной схемы.

В деятельностном аспекте педагогического процесса реализация принципа фундирования приобретает спиралевидный характер, это соответствует диалектическому пониманию развития системы знаний.

*Концепция фундирования* школьных математических элементов (знаний, умений, навыков, математических методов) предполагает развертывание в процессе математической подготовки студентов следующих компонентов:

- определение содержания уровней базового школьного учебного элемента (знания, умения, навыки, математические методы);
- определение содержания уровней и этапов (профессионального, фундаментального и специального) развертывания базового вузовского учебного элемента;
- определение технологии фундирования (диагностируемое целеполагание, наглядное моделирование уровней глобальной структуры, локальной модельности, управления познавательной и творческой деятельностью студентов, блоки мотивации базовых учебных элементов);
- определение методической адекватности базовых школьных и вузовских (фундированных) учебных элементов на основе современных методологических концепций.

Реализация рассматриваемого принципа фундирования в педагогической системе математического образования должна осуществляться в следующих компонентах содержания образования:

- учебном плане предметного блока Государственного образовательного стандарта;
- учебных программах (образовательно-профессиональных программах) математических дисциплин;

— теоретических и практических материалах учебных дисциплин, отражающих содержание учебных дисциплин;

— методологическом и методическом обеспечении преподавания математики.

Предъявление спирали фундирования сопровождается развертыванием так называемого мотивационного блока, состоящего из системы прикладных и профессионально-ориентированных задач, определяющих стимулирование познавательного интереса.

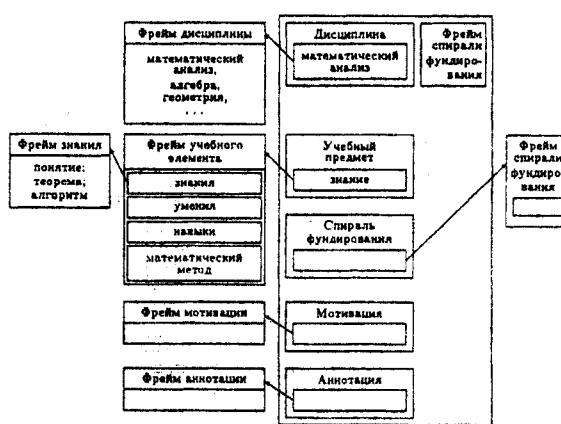


Рис. 3  
Фрейм представления теоретического обобщения  
школьного знания (спираль фундирования)

Большие возможности для формирования мотивационной сферы обучаемых предоставляет популяризация проблем математики. В течение последних десятилетий «рухнули» веками и десятилетиями не поддающиеся решению математические проблемы: большая теорема Ферма, проблема 4 красок; базисы в сепарабельном банаховом пространстве, 10-я проблема Д. Гильберта и другие. Блестящие теоретические исследования (а также использование компьютерной техники) А. Вайлса, Т. Энфло, Ю. Матиясевича и других «лишили» математический мир в сфере побуждений к математической деятельности отдельных энтузиастов творческого поиска, но создали основу для эффективной квазисследовательской деятельности обучаемых.

В процессе подготовки учителя математики мотивационная сфера студента претерпевает существенные изменения как объективного, так и субъективного характера. В. Д. Шадриков [3. С. 31] отмечает, что «критическими моментами в генезисе мотивации являются принятие профессии и раскрытие личностно-смысла деятельности». Принятие обучаемым задачи (педагогической, учебной, овладение профессией и т. д.) тесно связано с диагностируемым целеполаганием и мотивацией деятельности. Определение компонентного состава и сущности «цели — уровня достижений» [1], допускающих возможность эффективного диагностирования средствами наглядного моделирования, повышает устойчивость мотивации как связной цепи познавательных интересов и способствует принятию задачи как результата направленного изменения психического состояния обучаемого.

Исследования, проведенные Ю. П. Поваренковым и автором [2] в группах студентов физико-математического факультета (диагностировались только математические дисциплины) по 6 уровням профессионализации (дновузовский, I курс, II курс, III курс, IV курс, V курс), показали следующие данные:

Таблица 1

**Оценочные показатели успешности обучения математике**

Показатель	0 курс		1 курс		2 курс		3 курс		4 курс		5 курс	
	к	х	к	х	к	х	к	х	к	х	к	х
Академическая успешность по математическим дисциплинам	8,23	13,4	7,08	21,0	7,92	16,5	8,20	13,2	8,76	13,9	9,0	11,4
Математические способности (интеллектуальные)	8,77	15,3	7,21	17,8	7,3	22,8	8,33	10,4	8,71	12,7	7,8	11,0
Математическая активность и умения (коммуникативные)	8,11	17,1	6,98	19,6	6,8	26,7	7,72	10,4	8,58	14,3	7,6	12,6

х — среднее арифметическое значение;

к — коэффициент вариации.

Показатель	0 курс	1 курс	2 курс	3 курс	4 курс	5 курс	В целом
Коэффициент корреляции Пирсона	0,91	0,79	0,89	0,48	0,56	0,79	0,74
Отношение абсолютных значений в %	4,2	3	9,5	5,9	19,1	17,2	

Общее количество респондентов составило 170 человек, в среднем по 28 человек с каждого курса, 0 курс (дновузовский) был представлен 30 респондентами классов с математическим уклоном.

Полученные в ходе диагностических замеров данные по каждому из 170 респондентов группировались по курсам и другим основаниям, подвергались различным видам статистической обработки (корреляционный, дисперсионный и факторный анализ, оценка значимости отличий по различным критериям). Обобщенные и структурированные данные сводились в таблицы и представлялись в графической форме.

В условиях примерно одинакового уровня требовательности при оценивании результатов обучения средние показатели (по 10-балльной системе) имели явный провал между 0 и 1 уровнем, слабый рост до 3 уровня и заметный подъем на 4, 5 уровнях. Так как блок фундаментальной математической подготовки приходится на I-III уровни, то можно сделать вывод о том, что

- переход от школьного математического образования к вузовскому происходит болезненно и отражает существенную разницу содержания математического образования в школе и на I курсе;
- содержание математической подготовки резко контрастирует с содержанием методической подготовки будущих учителей математики как по уровню сложности, так и по интенсивности информации.

И самое главное, мотивационная сфера обучения претерпевает существенные изменения (сравните с двойным забвением по Ф. Клейну), выравнивание которых представляет актуальную педагогическую проблему.

Поэтому оценочные показатели успешности обучения будут выше, если уровень математических способностей, интеллектуальные возможности, тип мышления, мотивации обучаемых будут ориентиром для отбора со-

держания, средств, методов и форм математического образования. Это повысит эффективность обучения (принцип наилучшего стиля Д. Пойа), так как обучаемый будет получать удовлетворение от самого процесса изучения математики.

Эффективность педагогического процесса математического образования будущих учителей математики в значительной степени определяется ходом дидактического процесса обучения математике, включенностью личности студента в математическую деятельность, активизацией познавательных процессов восприятия сложного математического содержания. К тому же в последние годы математика как образовательный предмет все больше рассматривается как гуманитарная (общекультурная), а не только естественно-научная дисциплина, поэтому продуктивность мышления и восприятия, развитие предметной речи, логическая полноценность аргументации, развитие умственных способностей могут быть реальным результатом математического образования при условии его разумной организации и мотивации.

Таким образом, активное обращение педагогов к формированию мотивационной сферы личности обучаемого способствует повышению роли математики как гуманитарной науки и универсального языка природы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Шадриков В.Д. Психология деятельности и способности человека. Учебное пособие. М.: Логос, 1996. 318 с.
2. Смирнов Е.И. Технология наглядно-модельного обучения математике: Монография. Ярославль, 1998. 323 с.
3. Мрочек В., Филиппович Ф. Педагогика математики. Т. 1. С-Пб., 1910. 380 с.
4. Салмина Н.С. Знак и символ в обучении. М.: Изд-во МГУ, 1988. 288 с.