корректное построение отрицаний, правильную интерпретацию материала, его осмысление в конкретизациях, аналогиях и обобщениях.

Литература

1. Основы педагогического мастерства / Под ред. И.А.Зюзина, М., 1989.
2. Львова Ю.Л. Как рождается урок. М., 1976.
3. Архангельский С.И. Учебный процесс в высшей школе, его закономерные основы и методы. М.: Высшая школа, 1980.
4. Александров А.Д. О геометрии // Математика в школе. 1980. № 3. С. 56.
5. Соколов В.М., Захарова Л.Н., Соколова В.В., Гребнев И.В.. Проектирование и диагностика качества подготовки преподавателя. М., 1994.
6. Любецкий В.А. Основные понятия школьной математики. М.: Просвещение, 1987. 400с.

В. Ф. Чаплыгин

Общекультурные и гносеологические аспекты курса «История и методология математики»

История и методология математики (ИММ) как учебная дисциплина включена в учебный план специальности «Математика» классических университетов сравнительно недавно. Значение этой дисциплины, на наш взгляд, очень важно для завершения образования математика вообще и тем более будущего педагога. Первой проблемой, связанной с преподаванием курса ИММ, является разработка программы, от которой зависит его содержание. Коллектив математиков Ярославского госуниверситета им. П.Г. Демидова создал свой вариант программы и представил его на конкурс, проводившийся министерством. Один из главных вопросов, который при этом возникает, состоит в выборе приоритетов, а именно, в определении того, что должно превалировать в содержании ИММ. Можно уделять большее внимание истории возникновения и развития основных математических идей и теорий или ученым, их создававшим. Речь не идет о противопоставлении двух точек зрения, а лишь о расстановке акцентов, и, по нашему мнению, предпочтение следует отдавать развитию идей и методов.

Историки математики выделяют в развитии этой науки четыре этапа, которые мы приводим без указания временных рамок:

1) накопление математических фактов, зарождение математики;

2) построение математики как науки, период элементарной математики;

3) создание математики переменных величин;

4) период современной математики.

При изложении материала, особенно относящегося к первым трем этапам, на наш взгляд, совершенно необходимо рассматривать саму математику и ее историю как составную часть общей культуры человечества, материальной и духовной. Ее происхождение, безусловно, было вызвано практическими потребностями человека. Земледелие, в частности, землемерие, строительство ирригационных сооружений (дамб, плотин, каналов), мореплавание и связанные с ним навигационные проблемы, торговля, обмен, налоговое дело, необходимость счета, измерение площадей и объемов, военное и инженерное дело, искусство - все это требовало математических знаний. В начале XVII века создается математическое естествознание. Обширные теоретические исследования проводятся в области механики: Г.Галилей открывает закон свободного падения тел, И.Кеплер - закон движения планет, Р.Бойль получает закон зависимости объема газа от давления, Р.Гук - закон упругости. Серьезные математические вопросы, которые успешно решает Х.Гюйгенс, возникли при создании точных хронометров. Рождается идея создания универсального математического метода (Р.Декарт, Б.Спиноза, Г.Лейбниц, И.Ньютон), что приводит к необходимости изучения переменных величин, открытию дифференциального и интегрального исчисления. И, конечно, не случаен тот факт, что многие выдающиеся ученые внесли огромный вклад не только в математику, но и в смежные науки и решили множество прикладных проблем. Ярким примером может служить творчество Архимеда, Л.Эйлера, К.Ф.Гаусса, П.Л.Чебышева, А.Пуанкаре и др.

Чтение курса ИММ естественно начинать с определения математики как таковой, а затем переходить к предмету изучения ИММ, его содержанию и значению. Определение математики с течением времени эволюционировало, и это понятно. Возможно, первым, кто определил математику, был Платон, писавший, что основными объектами, которые изучают математики, являются числа, величины и фигуры. Хорошо известно определение, данное Ф.Энгельсом в «Анти-Дюринге», которое достаточно полно характеризовало математику в тот исторический момент. Позже математику стали понимать как науку, имеющую объектами своего изучения математические модели и структуры. Из российских математиков близкую точку зрения высказывали академики Л.Д.Кудрявцев, И.Н.Моисеев, А.Н.Тихонов. Последнее определение отражает современное состояние математики и носит существенно более общий абстрактный характер. Но это отнюдь не означает, что с некоторых пор математика изучает саму себя. Конечно, имея свои внутренние потребности, она должна решать присущие ей проблемы. Но необходимо помнить, что, во-первых, они родились из менее отвлеченных фактов, а во-вторых, математика непрерывно подпитывается задачами извне, которые она решает и тем самым обслуживает, обеспечивает другие науки и дает немало практических приложений. Кстати, история знает немало примеров, когда та или иная теория, созданная математиками, находила применение спустя многие десятилетия, а то и века. Так было с булевыми алгебрами, теорией функций комплексного переменного, неевклидовыми геометриями и др. Таким образом, на протяжении чтения всего курса ИММ сохраняется возможность демонстрировать происхождение математических теорий и их практическую значимость. Этот курс необходимо использовать для того, чтобы показать пути зарождения, формирования и развития отдельных частей математики: алгебры, геометрии, теории чисел, дифференциальных уравнений, теории функции и их взаимосвязи. Коснемся лишь первых двух наук. Алгебра, возникшая еще в глубокой древности, начиналась с решения простейших уравнений и систем, затем пришла к буквенной символике и создала методы решения в радикалах уравнений третьей и четвертой степеней. Проблемы, связанные с решением уравнений степени выше четвертой, привели к возникновению теории групп, после чего алгебра становится учением об операциях над различными математическими объектами, тем самым завершается классический период ее развития и начинается современный. Не менее поучительна история развития геометрии от древности до Евклида, от Евклида до Лобачевского и Римана и далее. Создание неевклидовой геометрии, пересмотр ее оснований имели огромное значение, так как давали возможность построения новых математических теорий. Нам представляется необходимым подчеркнуть то удивительное обстоятельство, что история математики знает не один случай, когда к одной и той же теории приходили практически одновременно и независимо друг от друга несколько ученых. Так было с упомянутыми выше открытиями и рядом других (например, создание дифференциального и интегрального исчисления И.Ньютоном и Г.Лейбницем или открытие неевклидовой геометрии К.Гауссом, Я.Больяи, Н.Лобачевским).

С точки зрения теории познания и теории обучения очень важно проследить историю формирования и развития основных математических понятий, идей и методов, их генезис. К ним прежде всего можно отнести число, функцию, непрерывность, производную, дифференцируемость и дифференциал, меру, интеграл, алгоритм и др. Проследив логику их происхождения, дальнейшую эволюцию, преподаватель сможет методически грамотно построить процесс обучения. Такой подход принято называть генетическим. Речь не идет о буквальном повторении всех этапов и моментов развития, а лишь о логике и последовательности их введения. Эта мысль не оригинальна, ее не раз высказывали видные математики Дж.Валлис, А.Клеро, А.Пуанкаре, наш соотечественник В.В.Бобынин, М.Клайн.

Если говорить о средней школе, то при формировании понятия действительного числа естественно следовать историческим путем, а именно, начинать с натуральных чисел, затем вводить аликвотные дроби, рациональные положительные числа, отрицательные целые числа, множество рациональных чисел в целом, иррациональные числа и, наконец, множество действительных чисел. При этом иррациональные числа можно определить как бесконечные десятичные непериодические дроби и связать их с несоизмеримостью отрезков. Имеет смысл дать историю развития понятия функции, способов ее задания и сопровождавшую ее дискуссию, к которой были причастны И.Бернулли, Д. Бернулли, Л.Эйлер, Ж.Фурье, К.Вейерштрасс, Н.Лобачевский, П.Дирихле и др. В качестве аргумента, подтверждающего высказанное предложение, приведем слова М.Клайна: «Нет никакого сомнения, что затруднения, которые встретили великие математики, являются теми же камнями преткновения, какие встречают студенты, и что никакие попытки смазать эти трудности с помощью логической словесности не достигнут цели». Не случайно за последние тридцать лет определение функции в школьном учебнике менялось трижды.

Если говорить об основных математических понятиях, излагаемых в университетах, то, на наш взгляд, преподаватель вместе со студентами должен проделать путь от отображений, действующих из R *в* R, R^2 в R, R^n в R до отображений в топологических векторных пространствах, проследив при этом за понятиями предела в точке, непрерывности, дифференцируемости и т.д. Полезно, по нашему мнению, дать представление о развитии понятия интеграла хотя бы на примере задачи о восстановлении первообразной по схеме: интеграл Римана, Лебега, Данжуа-Перрона.

Нельзя не отметить, что существует точка зрения, отличная от высказанной. Некоторые преподаватели предпочитают вводить понятия сразу в полной общности без какой-либо пропедевтики, без конкретных простых примеров и задач, которые к ним приводят. Это примерно то, что французы называют термином «парашютировать» (идеи падают с неба, как бы спускаясь на парашюте).

Сказанное выше имеет прямое отношение к вопросу о соотношении индуктивного и дедуктивного методов в преподавании. Однозначный ответ в пользу одного из них даже в отдельном конкретном случае вряд ли возможен, но, по мнению автора, в большем числе случаев индуктивный метод предпочтительнее. Особенно он полезен при введении новых определений и понятий и дальнейшем их развитии и расширении, при доказательстве теорем в простейших случаях и в дальнейшем - их обобщении. Примером могут служить теоремы о свойствах функций, непрерывных на компактных множествах.

Конечно, элементы историзма можно и нужно включать в любую учебную дисциплину, но у ИММ для этого существенно больше возможностей. Эта дисциплина может выделить общие идеи, провести аналогии, дать синтезированное изложение теории. Приведем примеры. Как известно, интегральное уравнение Фредгольма второго рода и сопряженное с ним уравнение имеют единственное решение для любых правых частей в том и только в том случае, когда выполняются соответствующие условия ортогональности правых частей всем решениям сопряженного однородного уравнения. Фактически с похожей ситуацией студенты сталкиваются в теории линейных алгебраических систем, а затем в качественной теории обыкновенных дифференциальных уравнений при отыскании периодических решений. Аналогично обстоит дело с обобщением понятия скалярного произведения, которое первоначально вводится в двумерном евклидовом пространстве, затем - в n-мерном и далее - в гильбертовом пространстве. Заслуживает внимания также и алгоритм Евклида, позволяющий находить общую меру двух отрезков, наибольший общий делитель двух чисел или двух многочленов.

Мы не касаемся здесь еще одной чрезвычайно важной задачи, которую можно решать в процессе чтения курса ИММ, а именно - формирования личности будущего специалиста, особенно учителя, но это уже другая тема.

Литература

1. Бурбаки Н. Очерки по истории математики. М: ИЛ, 1963.
2. Колмогоров А.Н. Математика в ее историческом развитии. М: Физматгиз, 1991.
3. Кудрявцев Л.Д. Мысли о современной математике и ее изучении. М: Физматгиз, 1977.
4. Моисеев И.Н. Математика ставит эксперимент. М: Физматгиз, 1979.
5. Тихонов А.Н., Костомаров Д.П. Вводные лекции по прикладной математике. М: Физматгиз, 1984.
6. Фройденталь Г. Математика как педагогическая задача. Ч. I, II. М: Просвещение, 1982, 1983.
7. Энгельс Ф. Анти-Дюринг. М: Госполитиздат, 1950.
8. Рыбников К.А. История математики. Ч. I, II. М.: Изд-во МГУ, 1960, 1963.
9. Белобородов С.В. Об историко-генетическом методе // Математика в школе. 1999. №6.

Программа курса «История и методология математики»

Основные этапы развития математики. Математика и другие науки.

Зарождение математики (Египет, Вавилон, Индия, Китай). Период накопления математических знаний.

Формирование математики как науки. Древняя Греция. Появление аксиоматического построения математики и дедуктивного метода рассуждения. Пифагор, Архимед, «Начала» Евклида.

Развитие математики на Востоке, начало II тысячелетия (Индия, Средняя Азия, Египет).

Начало развития математики в Европе в средние века (XII-XVI вв.). Тарталья, Кардано, Феррари и их вклад в решение алгебраических уравнений.

XVII век - начало периода математики переменных величин. «Геометрия» Б.Кавальери, «Арифметика» Д.Валлиса и исчисление бесконечно малых. П.Ферма, Р.Декарт, Б.Паскаль, работы по алгебре, геометрии, теории вероятностей. Создание аналитической геометрии. И.Ньютон, Г.Лейбниц - создатели дифференциального и интегрального исчисления.

XVIII век - продолжение деятельности И.Ньютона, Г.Лейбница. Бернулли (Якоб, Иоганн, Даниил и др), Л.Эйлер, Ж.Лагранж. Развитие математического анализа, алгебры, вариационного исчисления, теории дифференциальных уравнений.

XIX век - вклад К.Ф.Гаусса в развитие теории чисел, алгебры, геометрии, математического анализа. Н.Абель и Э.Галуа - создатели современной алгебры. Г.Монж, В.Понселе, создание начертательной и проективной геометрии. Работы Ж.Фурье, П.Дирихле, Б.Римана, пересмотр основ математических понятий и строгости математических доказательств. О.Коши и К.Вейерштрасс - создатели математического анализа.

Развитие математики в России. Вклад в математическую науку Н.И.Лобачевского, П.Л. Чебышева, С.В. Ковалевской, М.В. Остроградского, В.А. Стеклова, А.А. Маркова, А.М. Ляпунова и др.

Математика XX столетия. А.Пуанкаре, Д.Гильберт, Г.Кантор. Работы по основаниям математики. Появление новых разделов алгебры, анализа, геометрии. Развитие теории функций действительного и комплексного переменного, топологии, функционального анализа, теории уравнений математической физики, математической логики, теории алгоритмов.

Творчество Н.Бурбаки. Появление новых направлений математики: кибернетики, теории игр, исследования операций и др. Работы русских математиков П.С. Александрова, А.Н. Колмогорова, С.Л. Соболева, Л.С. Понтрягина, П.С. Урысона, И.М. Виноградова, А.И.Мальцева, П.С.Новикова, Ю.В.Линника, Н.Н.Боголюбова и др.

Особенностью указанной программы является выделение роли отечественных ученых, что весьма важно для гражданского становления будущего преподавателя. По данному курсу к студенту предъявляются следующие требования:

Студент должен знать:

– пути зарождения математики, основные периоды ее развития, формирование ее как науки, ее место среди других наук и взаимосвязи с ними;

– роль наиболее выдающихся ученых в развитии математики;

– возникновение и развитие основных идей и понятий математики: числа, бесконечности, бесконечно малых величин, дифференциального и интегрального исчисления, геометрических, алгебраических структур, алгоритма;

– значение классических задач древности для развития математики;

– историю возникновения и развития аксиоматического метода построения математики;

– процессы образования новых направлений в математике (особенно в двадцатом столетии); образование смежных направлений;

– основные литературные источники по истории математики.

Он должен иметь представление:

– о нерешенных проблемах в различных областях математики;

– о единстве и постоянном развитии математики.

Литература

1. Александров А.Д. Общий взгляд на математику // Математика, ее содержание, методы и значение. Т. 1. М.: Изд-во АН СССР, 1956. С. 5-78.
2. Боголюбов Н.Н., Мергелян С.Н. Советская математическая школа. М.: Знание, 1967.
3. Бурбаки Н. Очерки по истории математики. М.: Иностр. лит-ра, 1963.
4. Бюлер В. Гаусс. М.: Наука, 1989.
5. Вейль Г. Математическое мышление. М.: Наука, 1989.
6. Вилейтнер Г. История математики от Декарта до середины XIX столетия, 2-е изд. М.: Наука, 1966.
7. Выгодский М.Я. Арифметика и алгебра в древнем мире. М.: Наука, 1967.
8. Гиндикин С.Г. Рассказы о физиках и математиках. М.: Наука, 1982.

9. Даан-Дальмедико А., Пейффер Ж. Пути и лабиринты. Очерки по истории математики. М.: Мир, 1986.
10. Дальма А. Эварист Галуа, революционер и математик. М.: Наука, 1984.
11. Житомирский С.В. Архимед. М.: Просвещение, 1981.
12. История математики с древнейших времен до начала XIX века / Под ред. А.П. Юшкевича. Т. 1-3. М.: Наука, 1970-1972.
13. Кац М., Улам С. Математика и логика. Ретроспектива и перспектива. М.: Мир, 1971.
14. Кемени Дж., Снелл Дж. Кибернетическое моделирование. М.: Советское радио, 1972.
15. Клайн М. Математика. Поиск истины. М.: Мир, 1988.
16. Клейн Ф. Лекции о развитии математики в XIX столетии. Т.1. М.: Наука, 1989.
17. Колмогоров А.Н. Математика в ее историческом развитии. М.: Наука, 1991.
18. Кольман Э. История математики в древности. М.: Физматгиз, 1961.
19. Лебег А. Об измерении величин. М.: Учпедгиз, 1960.
20. Математика в современном мире. М.: Мир, 1967.
21. Математика XIX века. Т. 1-3. М.: Наука, 1978, 1981, 1987.
22. Молодший В.Н. Очерки по философским вопросам математики. М.: Просвещение, 1969.
23. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. М.: Наука, 1975.
24. Постников М.М. Введение в теорию алгебраических чисел. М.: Наука, 1982.
25. Пуанкаре А. О науке. М.: Наука, 1983.
26. Розенфельд Б.А. История неевклидовой геометрии. М.: Наука, 1976.
27. Рыбников К.А. История математики. М.: Изд-во МГУ, 1974.
28. Стройк Д.Я. Краткий очерк истории математики / Пер. и доп. И.Б. Погребысского. 2-е изд. М.: Наука, 1969.
29. Тростников В.Н. Конструктивные процессы в математике. М.: Наука, 1975.
30. Тростников В.Н. Всемирный конгресс математиков в Москве. М.: Знание, 1967.
31. Труды международного конгресса математиков. М.: Мир, 1968.
32. Успенский В.А., Семенов АЛ. Теория алгоритмов: основные открытия и приложения. М.: Наука, 1987.
33. Хрестоматия по истории математики / Под ред. А.П. Юшкевича. М.: Просвещение, 1977.
34. Юшкевич А.П. История математики в средние века. М.: Физматгиз, 1961.
35. Юшкевич А.П. История математики в России до 1917 года. М.: Наука, 1968.
36. Яновская С.А. Методологические проблемы науки М.: Мысль, 1972.

Л. Н. Серебренников

Технологическое образование школьников в свете современных задач

В современных социально-экономических условиях подготовка школьников к трудовой и профессиональной деятельности приобретает новое значение. Наряду с сокращением и реструктуризацией рынка труда резко изменились требования к уровню и содержанию подготовки специалистов, основа которой закладывается системой общего образования. Анализ занятости населения показывает, что при достаточно высоком образовательном цензе молодежи вероятность реализации полученных знаний на практике невелика, и лишь малая часть выпускников средних и высших профессиональных учебных заведений получает возможность профильного трудоустройства. Низкая конкурентоспособность молодежи делает ее наиболее незащищенной категорией на рынке труда. Чаще всего это обусловлено несоответствием полученного образования профессиональным интересам и рыночному спросу, недостаточной квалификацией и неготовностью молодых специалистов к практической деятельности.

Качество подготовки специалистов в средних и высших учебных заведениях определяется структурой и содержанием предшествующего общего образования, подготовленностью школьников к профессиональному обучению. Общеобразовательная практикоориентированная подготовка включает в себя трудовое и технологическое обучение, завершающееся специализированной подготовкой старшеклассников. Анализ организации профессиональной подготовки школьников (табл. 1) указывает на современные тенденции и условия развития технологического образования. Отечественный педагогический опыт показывает, что практическая подготовка учащихся в на-