

## Организация учебной деятельности студентов по математике с использованием малых средств информатизации

*В. В. Богун, Е. И. Смирнов*

В статье рассматривается концепция использования малых средств информатизации в обучении математике. В качестве дидактического материала авторами разработан учебно-методический комплекс по использованию графического калькулятора в процессе обучения математике. В рамках применения малых средств информатизации и реализации интегративных связей в обучении математике приводится описание учебной дисциплины «Единая математика в задачах».

**Ключевые слова:** малые средства информатизации, графический калькулятор, интеграция математических и информационных знаний, единая математика в задачах, лабораторный практикум, численные методы.

## Organisation of Educational Activity of Students on Mathematics with Use of Small Means of Informatisation

*V. V. Bogun, E. I. Smirnov*

In this article the using concept of small means of informatization in training Mathematics is considered. As a didactic material authors develop a methodical complex on using the graphic calculator during training Mathematics. Within the framework of using the small means of informatization and realization of integrates communications in training Mathematics we describe the subject matter of «Uniform Mathematics in Problems».

**Key words:** small means of informatization, a graphic calculator, integration of mathematical and information knowledge, uniform Mathematics in problems, laboratory and practical work, numerical methods.

В настоящее время компьютерные технологии активно переходят на уровень мобильных устройств, о чем свидетельствуют четко наметившиеся тенденции потребительского рынка. Несомненными преимуществами мобильных устройств вне зависимости от принадлежности к определенному классу являются компактность материальных размеров, минимальная масса и независимая работоспособность в течение относительно длительных временных промежутков. Следует отметить, что большинство мобильных устройств являются комбинированными по конструкции и функциональному оснащению, выполняя, помимо вычислительных и алгоритмических функций, целый ряд прикладных пользовательских задач, связанных с использованием данных малых средств информатизации в качестве аудио- и видеоплеера, мобильного телефона, GPS-навигатора и цифрового фотоаппарата. В силу глобальной технической мобилизации общества просто недопустима слабая разработанность методик применения информационно-коммуникационных средств (графических калькуляторов, сотовых телефонов, смартфонов, коммуникаторов, нетбуков) в учебном процессе. И это несмотря на наличие подобных устройств у учащихся всех образовательных уровней, особенно в процессе решения прикладных задач при изучении различных учебных предметов естество-

венно-математического цикла – математики, информатики, физики и т. д.

Таким образом, в настоящее время актуальной является задача разработки концепции в целом и различных методик в частности использования различных классов малых средств информатизации в обучении предметам естественно-математического цикла. Необходимо отметить, что разработка концепции использования малых средств информатизации в обучении математике является первоочередной задачей. Ведь именно на примере математики можно наглядно продемонстрировать весь спектр возможностей, которые предоставляет применение мобильных средств информатизации для выполнения вычислительных и логических операций в сочетании с визуальным представлением значений необходимых расчетных параметров (исходных данных, промежуточных и итоговых результатов) в виде графиков и чертежей.

Очевидно, что в таком случае представляется возможной и даже необходимой полноценная реализация методик наглядного обучения математике и фундирования математических знаний, умений и навыков, разработанных В. Д. Шадриковым и Е. И. Смирновым [6] и активно внедряемых в процессе обучения математике Е. И. Смирновым и В. В. Богун.

## I

При разработке концепции использования малых средств информатизации в обучении математике за целевую основу следует принимать такие важные методические составляющие, как необходимость, *во-первых*, повышения учебной и профессиональной мотивации студентов, и в частности по отношению к математике, на основе использования информационных технологий; *во-вторых*, повышение эффективности решения поставленных учебных и исследовательских задач; *в-третьих*, развитие компетентностей разного уровня: предметных, профессиональных, инструментальных и др. Поскольку малые средства информатизации являются мобильными и относительно энергонезависимыми устройствами, то очевидной особенностью достижения поставленных задач является использование данных устройств непосредственно в процессе освоения предметных знаний на основе дидактического диалога преподавателей и студентов. Направления и историогенез использования мобильных средств в процессе изучения определенного раздела или темы в рамках рассматриваемого предмета возможно реализовать на лекционных занятиях, при изучении практических аспектов применения данных устройств в процессе решения определенного круга прикладных и исследовательских задач на практических занятиях. Самостоятельная реализация комплексных проектов в процессе решения учебно-исследовательских и профессионально ориентированных задач может осуществляться при проведении лабораторных занятий или элективных курсов.

Следует отметить, что западная дидактика давно и прочно осваивает нишу использования малых средств информатизации (графические калькуляторы Casio ALGEBRA FX 2.0 PLUS, ClassPad300 и др.) в процессе обучения естественно-научным дисциплинам. Такой подход наиболее соответствует современным методологическим тенденциям в дидактике, направленным на центрирование ученика, расширение приоритета индивидуальных различий, интегративное единство предметных, информационных и профессионально ориентированных знаний, фундирование личностного опыта, свойств и качеств индивидуума. Этим же целям, несомненно, служат различные системы электронного обучения: e-learning, адаптивные обучающие системы (АОС), пакеты символьных вычислений и компьютерной алгебры (MathLab, MathCad, Maple, Mathematica

и др.), современные пакеты динамической геометрии (Aftograph, Geogebra и др.).

В качестве определенного дидактического материала авторами разработан учебно-методический комплекс по использованию графического калькулятора как типового представителя малых средств информатизации в процессе обучения математике. Учебные материалы включают описание лабораторных работ, практических и факультативных занятий по различным разделам вузовской и школьной математики с описанием наименования, цели работы, теоретического аспекта, необходимых программ с примерами (авторские программы В. В. Богуна) и методики реализации учебных занятий (Е. И. Смирнов). Занятия проводятся в обычной лекционной аудитории параллельно с изучением математической тематики рассматриваемой проблемной области с представлением соответствующих последовательных этапов использования графического калькулятора.

Детальное описание рассматриваемых разработок отражено в изданном В. В. Богуном и Е. И. Смирновым учебном пособии [1]. В пособии представлены необходимые дидактические и методические материалы для проведения лабораторных, практических и факультативных занятий по математике через призму таких разделов, как численные методы, аналитическая геометрия на плоскости в рамках определения и визуализации различных параметров треугольников. Интеграция тригонометрии и элементарной геометрии на плоскости и в пространстве представлена с точки зрения исследования геометрических свойств равнобедренных треугольников и правильных четырехугольных пирамид в пространстве.

Основная цель рассматриваемых в пособии учебных занятий, независимо от тематики, состоит в использовании графического калькулятора как средства интеграции математических и информационных знаний при выполнении различных вычислительных алгоритмов с последующим визуальным анализом полученных промежуточных и итоговых результатов.

Методика проведения лабораторных работ, практических занятий и элективных курсов подразумевает наличие следующих компонентов:

– актуализация знаний, методов, исследовательских умений и контроль теоретических аспектов и практических навыков по использованию малых средств информатизации (графического калькулятора);

– организационный момент: формулировка названия, цели и плана проведения учебного занятия;

– реализация аналитического решения математических (прикладных, профессионально ориентированных) задач на показательном (модельном) примере и выявление проблемных узлов по использованию малых средств информатизации (графического калькулятора);

– распределение студентов на малые группы (по 3–4 человека) с целью анализа различных вариантов исходных данных проблемы, оптимизации дидактического диалога в процессе поисковой и творческой активности студентов;

– наглядное моделирование и решение предлагаемой математической задачи с применением необходимых расчетных методов на основе интеграции математических и информационных знаний с использованием графического калькулятора (малых средств информатизации);

– рефлексия, верификация и проведение сравнительного анализа полученных результатов с целью формулирования выводов и проверки гипотез;

– оформление работы с последующим представлением преподавателю;

– презентация результатов;

– индивидуальные собеседования или проверочное тестирование.

Суть методики проведения лабораторных работ состоит в использовании графического калькулятора как средства интеграции естественнонаучных, математических и информационных знаний при выполнении численных алгоритмов на основе построения и визуализации итерационных процессов, сходящихся к искомому решению.

Реализация лабораторных работ осуществляется в три этапа:

1. Преподаватель разделяет исходную группу студентов на определенное количество малых групп (по 3–4 студента), что позволяет выявить различные личностные психологические особенности студентов. Для каждой малой группы преподавателем предоставляется уникальная комбинация числовых значений исходных данных в рамках малого количества расчетных шагов с целью выполнения расчетов аналитическими методами и встроенными стандартными функциональными возможностями графического калькулятора. Таким образом реализуется вариативность значений исходных данных для проведения необходимых сравнительных процедур в рамках

изучения соответствующего объекта с точки зрения математического анализа.

2. Преподаватель предоставляет каждой малой группе студентов уникальные комбинации численных значений количества или размеров промежуточных шагов для каждого численного метода. Целью применения данного приема является автоматизированная реализация трудоемких математических расчетов в рамках соответствующей разработанной программы на графическом калькуляторе для демонстрации природы изучаемого математического объекта с точки зрения применения численных методов расчетов.

3. Студенты проводят сравнительный анализ результатов, полученных при реализации соответствующих численных методов для различного количества (размеров) расчетных шагов в рамках изучения природы рассматриваемого математического объекта. Далее для выявления различных динамических характеристик с последующей презентацией проводится обсуждение сформулированных выводов и выдвигаемых гипотез с преподавателем и среди малых групп.

В основе эффективности учебной деятельности студентов лежат инструментальные особенности представленных в работах авторских программ:

– реализация принципа сохранения значений исходных данных и результатов расчетов в соответствующих матрицах (в режиме выполнения арифметических и матричных расчетов «RUN.MATrix»);

– реализация принципа сохранения значений промежуточных вычислений в соответствующих последовательно идущих списках (в режиме выполнения статистических расчетов «STATistics»);

– интеллектуальная и удобная в использовании система навигации внутри программы в виде совокупности последовательных меню с корректной обработкой ошибок ввода необходимых параметров;

– возможность варьирования различных параметров и исходных данных непосредственно при работе внутри программы;

– возможность проведения статистического (сравнительного) анализа получаемых при реализации различных численных методов решения математических задач промежуточных вычислений (итоговых) результатов в процессе (после) выполнения программы.

В рамках лабораторных занятий осуществляется решение следующих проектных задач из курса математического анализа:

– расчет значений минимальных номеров приближения к пределу числовых последовательностей вида  $x_n = \frac{a_2 n^2 + a_1 n + a_0}{b_2 n^2 + b_1 n + b_0}$  (для  $\varepsilon > 0$ ,

$$a_2 \neq 0, b_2 \neq 0, \left| x_n - \frac{a_2}{b_2} \right| < \varepsilon) \text{ с использованием мето-}$$

дов золотой пропорции, Фибоначчи, дихотомии и их сравнительный анализ (раздел «Пределы и непрерывность»);

– приближенные решения алгебраических и трансцендентных уравнений с использованием метода дихотомии (бисекции), комбинированного метода хорд и касательных (Ньютона), метода итераций и их сравнительный анализ (раздел «Дифференциальное исчисление»);

– приближенные вычисления значений определенных интегралов по формулам средних прямоугольников, трапеций, параболических трапеций (Симпсона) и их сравнительный анализ (раздел «Интегральное исчисление»);

– приближенные решения обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка с использованием методов Эйлера, Рунге-Кутты второго, четвертого порядков точности и их сравнительный анализ (программа «APROXDFE», раздел «Дифференциальные уравнения»).

## II

Целостному и личностно-ориентированному подходу к организации учебного процесса с использованием малых средств информатизации отвечает содержание учебной дисциплины «Единая математика в задачах», которое базируется на материале всех основных математических курсов (алгебры, математического анализа, геометрии, стохастике, математической логики). Данный подход согласуется с Государственным образовательным стандартом высшего педагогического образования по специальности 032100 «Математика» и с образовательными стандартами третьего поколения (бакалавр-магистр). При этом учебно-познавательная деятельность студентов направлена на поиск, анализ, выявление механизмов и существенных интегративных связей в математике на основе профессионально ориентированного исследовательского подхода с использованием малых средств информатизации. Познавательная деятельность студентов связана с формированием ключевых профессиональных компетенций будущего учителя математики в таких направлениях, как проектный метод исследования, метод опережающего отражения при проведении практических за-

ятий, освоение приемов организации работы в малых группах учащихся, формирование устойчивой мотивации к изучению математики. В основе учебной дисциплины лежит исследование интегративных связей в математике посредством рассмотрения так называемых интегративных задач (генезис, содержание, анализ, применение, оценка, презентация), выбор которых осуществляется выявлением обоснованных критериев.

Изложение учебного материала сопровождается поисковой и творческой активностью студентов в направлении профессионализации, обогащения опыта и развития личностных качеств будущего учителя математики.

*Цели учебного курса:*

– расширить объем профессионально ориентированных математических знаний на основе активизации интегративных связей в математике различных уровней (в том числе школьного знания) и использования малых средств информатизации;

– актуализировать базовые математические методы исследования реального мира (моделирование, аксиоматический метод, методы содержательного обобщения, аналогии, инверсии и др.) на основе генетического подхода;

– практиковать исследовательский метод в освоении содержания учебного курса, включая основные этапы научного познания: наблюдение опыта, исследование опыта, моделирование и объяснение опыта, презентация, анализ и оценка полученных результатов;

– показать будущему учителю значимость, красоту и единство математики как науки, включая интегративные взаимодействия понятий, теорем, методов, идей, алгоритмов и процедур естественно-научных дисциплин: алгебры, геометрии, математического анализа, стохастике, математической логики, – на различных уровнях интеграции математических знаний.

– развить навыки и приемы, творческие и логические акты, принципы и стили научного мышления и научного общения в совместной деятельности студентов в малых группах на основе актуализации интегративных связей в математике: индукции, дедукции, инсайта, аналогии, инверсии и антиципации.

*Задачи учебного курса:*

1. Разработка и реализация методики исследования интегративных связей в математическом объекте (МО) (раздел, тема, процедура, теорема, алгоритм, понятие) на основе разработанных критериев отбора:

– наличие и возможность актуализации в МО 3–4 интегративных связей разного уровня между учебными предметами (алгебра, геометрия, математический анализ, стохастика, математическая логика);

– возможность наглядного моделирования процедуры (алгоритма) актуализации существенных связей в МО;

– содержательность и мотивационная составляющая истории и генезиса состояния существенных связей МО;

– доступность и возможность воспроизведения будущим учителем рассматриваемых процедур (алгоритмов) и приемов формализации исследуемого МО;

– возможность проектирования интегративных связей и существа МО на содержание и методику обучения математике в средней школе;

– наличие новых (по отношению к ГОС) математических знаний, методов, алгоритмов или процедур в содержании исследуемого МО.

2. Отбор 5–7 МО, удовлетворяющих вышеперечисленным критериям, и создание дидактических условий для их освоения студентами из расчета 3 лекционных часа на освоение одного МО.

3. Практическое исследование технологической процедуры анализа интегративных связей МО (10 конкретных проблем) малыми группами студентов (2–3 человека) с текущей презентацией на практических занятиях по специальному графику и с использованием методики опережающе-

го отражения для проведения расчетных работ и применения малых средств информатизации (графические калькуляторы, сотовые телефоны, смартфоны, коммуникаторы, нетбуки, компьютерные математические системы: Maple, Mathematica, MathCAD, MathLab, Derive).

4. Разработка проектов интегративных исследований МО (5 проектов) группами студентов по 10–12 человек с актуализацией приемов научной деятельности и общения, презентацией результатов с использованием программы POWER POINT на основе дифференциации исследовательской деятельности.

*Структура учебной деятельности студентов*

Учебно-исследовательская деятельность студентов по освоению учебной дисциплины «Единая математика в задачах» включает три компонента:

– освоение методологии, методов, приемов и технологии исследовательского поведения в процессе поиска и актуализации интегративных связей в математике;

– работа в малой группе по разработке анализа, решения, моделирования и оценки исследовательских задач с использованием малых средств информатизации;

– проведение проектного исследования генезиса, содержания и модели интегративных связей математического объекта с презентацией в программе POWER POINT.

**Расписание учебных занятий**

Лекции (34 часа)		Практические + лабораторные занятия (24 + 24 = 48 ч.)	
1	Математика и ее единство (4 ч.)	1	Методика выполнения исследовательского задания. Ресурсные материалы (2 + 2 ч.)
2	Математика как педагогическая задача (4 ч.)	2	Использование информационных технологий для решения математических задач (2 + 2 ч.)
3	Задача № 1 / Проект № 1 (4 ч.) <b>Задача о делении угла</b> (решение уравнений в радикалах: геометрия, алгебра, математический анализ)	3	Дидактическое поле учебных элементов: виды учебной деятельности, ЗУНМА, интегративные конструкты (спирали фундирования, структурный анализ учебных элементов (УЭ), ваимопереходы знаковых систем) (2 + 2 ч.).
4	Задача № 2 / Проект № 2 (4 ч.) <b>Задача о брахистохроне</b> (вариационное исчисление: физика, дифференциальная геометрия, алгебра, математический анализ)	4	Структурно-логический анализ дидактического поля: базовые УЭ, графы согласования учебных разделов, факторы (оптимизация, целостность, адекватность). Примеры (2 + 2 ч.)
5	Задача № 3 / Проект № 3 (4 ч.) <b>Задача о мгновенном ударе</b> (обобщенные функции: физика, математический анализ, функциональный анализ)	5	Уровни интеграции УЭ (связи, взаимодействия, системы). Интеграция учебных предметов. Конкретизация интегративных связей (2 + 2 ч.)
6	Задача № 4 / Проект № 4 (4 ч.) <b>Элементы фрактальной геометрии</b> (комплексный анализ, размерность Хаусдорфа, топология, геометрия, алгебра)	6	Конкретизация особенностей теоретического и эмпирического обобщения. Касательная к кривой. Исторический генезис и практическая реализация метода нормалей Р. Декарта, метода Ферма (подкаса-

Лекции (34 часа)		Практические + лабораторные занятия (24 + 24 = 48 ч.)	
			тельных), метода касательных Галилея – Роберваля (2 + 2 ч.)
7	Задача № 5 / Проект № 5 (4 ч.) <b>Матрицы и определители в анализе</b> (Якобиан, Гессиан, Вронскиан, Грамма – Шмидта, Вандермонда, критерий Сильвестра)	7	Виды знаково-символической деятельности (моделирование, схематизация, кодирование, замещение). Типология моделей (логические, реляционные, семантические, продукционные, фреймовые). Моделирование разделов математики и математических УЭ (2 + 2 ч.)
8	Презентация исследовательских проектов с использованием информационных технологий (2 ч.)	8	Блок-схема интегративных связей понятия обобщенной функции. Разложение в ряд Фурье обобщенных функций (2 + 2 ч.)
9	Презентация исследовательских проектов с использованием информационных технологий (2 ч.)	9	Линейное многообразие поля экстремалей. Вариационные задачи минимизации длины дуги и площади поверхности вращения
10	Презентация исследовательских проектов с использованием информационных технологий (2 ч.)	10	Дидактические критерии и условия исследовательского поведения. Анализ и оценка методики ресурсного взаимодействия на уроке математики (презентация и видеоматериалы) (2 + 2 ч.)
		11	Исследовательские задания № 1–5 . Анализ, оценка и презентация (2 + 2 ч.)
		12	Исследовательские задания № 6–10. Анализ, оценка и презентация (2 + 2 ч.)
	<b>ИТОГО: 34 часа</b>		<b>ИТОГО: 48 часов</b>

Таким образом, использование малых средств информатизации (графического калькулятора и др.) в процессе обучения математике выполняет мотивационную, обучающую, развивающую и контролирующую функции, повышая эффективность процесса формирования математических, информационных и методических умений будущего учителя математики.

### Библиографический список

1. Богун, В. В. Использование графического калькулятора в обучении математике [Текст] / В. В. Богун, Е. И. Смирнов. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2008. – 231 с.
2. Богун, В. В. Методика использования графического калькулятора в обучении математике студентов педагогических вузов [Текст] : дис. ... канд. пед. на-

ук / В. В. Богун. – Ярославль, 2006. – 245 с.

3. Богун, В. В. Исследование предельных процессов для числовых последовательностей с применением графических калькуляторов [Текст] / В. В. Богун // Ярославский педагогический вестник. – 2004. – № 4. – С. 179–189.

4. Богун, В. В. Использование графического калькулятора в обучении математике [Текст] : труды третьих Колмогоровских чтений / В. В. Богун, Е. И. Смирнов. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2005. – С. 238–249.

5. Наглядное моделирование в обучении математике: теория и практика [Текст] / под ред. Е. И. Смирнова. – Ярославль, 2007. – 454 с.

6. Подготовка учителя математики: Инновационные подходы [Текст] / под ред. В. Д. Шадрикова. – М.: Гардарики, 2002. – 383 с.