# Фундирование опыта личности как основа профессионально-прикладной направленности обучения студентов технических вузов

*К. Н. Лунгу*

В статье рассматривается способ фундирования метода «арифметических действий» решения систем линейных уравнений в модуле «Линейная алгебра» в обучении математике студентов технических вузов. Показано, что методы Жордана – Гаусса, Крамера и обратной матрицы могут быть реализованы по единой схеме в таблице Гаусса, что позволяет достичь существенной экономии времени и места при решении линейных систем.

**Ключевые слова:** фундирование, линейные системы, арифметический метод, матричные методы Жордана – Гаусса, Крамера, таблица Гаусса.

# Funding the Person’s Experience as a Basis of Professional-Applied Orientation in Training Students of Technical Universities

*K. N. Lungu*

The article shows a way of founding the method of “arithmetical actions” in the process of decision of linear equations systems in the module “Linear Algebra” during teaching Mathematics of students in technical universities. It is shown that methods of Gaurdan – Gauss, Kramer and opposite matrix can be realized in the united scheme in Gauss table. It makes possible to save the time and location during linear systems decision.

**Key words:** founding, linear system, matrix methods of Gaurdan – Gauss and Kramer, Gauss table.

1. Одной из главных целей обучения математике студентов технических вузов является формирование у них потребности в профессионально ориентированных математических знаниях, то есть знаниях, связанных с получаемой специальностью. Студент должен быть уверен в том, что он получает знания, необходимые его для будущей его работы, а в идеале, быть уверен ещё и в том, что ему в вузе понадобятся те знания, которые он получил в школе.

Исследование проблемы преемственности в обучении математике показывает, что школьная и высшая математика в техническом вузе представляют собой две разные математики со своими предметами и методами. В учебниках высшей математики почти нет ссылок на школьный материал, зачастую заново формируются старые приёмы тождественных преобразований, решения уравнений, неравенств и систем, мало используются известные формулы и идеи, то есть в вузе заново создаётся, казалось бы, уже усвоенный в школе вычислительный, преобразовательный и другой процессуальный аппарат. Это происходит по причине линейной схемы построения теоретического знания, тогда как содержание математического образования должно рассматриваться как целостная система знаний, умений, навыков, алгоритмов и методов, представляющих собой необходимое фундирование школьного содержания обучения [1].

Выполнение профессиональных функций инженера и дальнейшее творческое его саморазвитие основано на образовательной компетенции и математической компетентности. В процессе изучения математики у студента формируются основные компоненты математической компетентности: умение ставить цель и уточнять её, выбирать подходящую альтернативу выполнения цели, строить модели, адекватные возникшим ситуациям, мыслить системно и критически, составлять программы, проектировать технологические процессы и управлять ими. Математика в техническом вузе является методологической основой всего естественно-научного знания, и система математического образования должна быть направлена на использование математических знаний при изучении профильных и специальных дисциплин, а в дальнейшем повышать или менять свою квалификацию.

Главная цель обучения математике в техническом вузе состоит в том, чтобы студент, во-первых, получил фундаментальную математическую подготовку в соответствии с программой вуза и выбранной специальностью, а также высокую математическую культуру; во-вторых – овладел умениями и навыками математического моделирования процессов в области будущей профессиональной деятельности. К основным задачам высшей технической школы следует отнести формирование у выпускников вузов системы необходимых знаний, умений, навыков, методов и приёмов мышления, профессионально важных идей, алгоритмов и процедур, а также развитие способности и готовности применять эти знания в практической работе. В исследованиях, посвящённых модернизации высшего технического образования, эти задачи рассматривают, как правило, в двух основных направлениях. Первое, которое можно назвать фундаментализацией образования (Г. Л. Луканкин, А. Г. Мордкович, В. А. Оганесян, С. А. Розанова, Е. И. Смирнов и др.), состоит в поиске путей повышения эффективности и качества фундаментальной подготовки будущего специалиста, то есть его базовых, системообразующих знаний. Второе – это компетентностный подход в обучении (И. А. Зимняя, В. В. Краевский, А. В. Хуторской и др.), направленный на понимание и умение применять получаемые знания в практической деятельности.

Тем самым методологические и методические аспекты проектирования содержания математической подготовки будущих инженеров технического вуза должны отражать [2]:

− фундаментализацию математической подготовки (математические понятия и методы решения задач должны иметь достаточную степень общности);

− гибкую дифференциацию и личностную ориентированность содержания обучения;

− усиление профессиональной направленности процесса обучения;

− внедрение в учебный процесс новых педагогических технологий, активных методов, средств и форм обучения.

Проведённые нами исследования в области формирования содержания обучения математике в техническом вузе показали, что необходим поиск идей совершенствования процесса формирования у студентов математических умений в овладении фундаментальными математическими понятиями, а также методами оперирования ими. Один из таких путей мы видим в реализации на практике предложенной учёными В. В. Афанасьевым, Ю. П. Поваренковым, Е. И. Смирновым, В. Д. Шадриковым [1] концепции фундирования опыта личности, предусматривающей согласование и оптимизацию взаимодействия фундаментальной и профессиональной составляющих в общей структуре вузовской подготовки.

**Фундирование** – это процесс становления личности специалиста, осуществляющийся с опорой на поэтапное расширение и углубление качеств личности студента, необходимое и достаточное для теоретического обобщения школьного образования, в направлении развития мышления, личностных и профессиональных качеств будущего инженера [1]. Оно осуществляется на основе создания механизмов и условий (психологических, педагогических, организационно-методических, материально-технических) для актуализации и интеграции базовых учебных предметов общего образования и вузовских знаний (видов деятельности). Помимо этого, на наш взгляд, фундирование должно обеспечивать применение на практике тех теоретических положений, в основу которых была положена практическая задача, приведшая к соответствующим теоретическим результатам.

Применительно к процессу обучения математике студентов технического вуза концепция фундирования школьных математических знаний, умений, навыков, методов, приёмов учебной деятельности требует:

− определения содержания уровней базовых школьных учебных элементов (знания, умения, навыки, математические методы и приёмы, идеи, алгоритмы и процедуры);

− определения содержания уровней и этапов развёртывания вузовского учебного элемента;

− определения технологии фундирования с учётом проектирования индивидуальных образовательных траекторий и развития самостоятельности студентов как основы конкурентоспособности на рынке труда;

− соблюдения методической адекватности базовых школьных и вузовских (фундированных) учебных элементов на основе современных методологических концепций [1, с. 183].

Фундирование как механизм и метод формирования нового качества профессиональных компетентностей будущего инженера характеризуется следующим компонентным составом:

1) освоение математической науки на основе выявления генезиса базовых учебных элементов и способов деятельности от истоков до современного состояния;

2) создание условий (психологических, педагогических, организационно-методических) для обеспечения целостности, иерархичности и уровневости развёртывания содержания подготовки инженера в опоре на выделение и освоение базовых учебных элементов и приёмов деятельности в единстве структурообразующих компонентов;

3) преемственность содержательных линий школьного и вузовского предметного образования и вариативность способов решения педаго-

гических и учебных задач на уровне междисциплинарных взаимодействий.

В процессе фундирования учебного элемента выявляются три уровня: локальный, модульный и глобальный. Основанием для такой классификации является степень развёрнутости спиралевидного процесса и различие в целеполагании.

Признаками локального фундирования являются

− целостность структурного анализа видового обобщения базового школьного элемента, непосредственность и преемственность видового обобщения;

− сохранение идеи использования известной модели для изучения новых явлений с расширением числа и значения её компонентов на следующем уровне обучения;

− использование обобщённых приёмов мыслительной и практической деятельности при исследовании результата уровня фундирования.

2. Рассмотрим пример реализации автором идеи фундирования метода «арифметических действий» при решении линейной системы из двух уравнений с двумя неизвестными. Процедура «арифметических действий», которую можно называть также «методом исключения неизвестных», является основой метода Жордана – Гаусса решения линейных систем, являющегося в линейной алгебре одним из трёх равноправных и независимых друг от друга методов решения систем линейных уравнений.

Традиционно модуль «Решение линейных систем» в техническом вузе организован поразному, но, как правило, метод исключения не является ведущим. Приведём некоторые типичные последовательности тем: «Матрицы»; «Детерминанты»; «Системы уравнений» (специальный случай; правило Крамера); «Ранг матрицы»; «Общая теория линейных систем» [3] или «Матрицы»; «Определители»; «Исследование системы из трёх уравнений первой степени с тремя неизвестными»; «Матричная запись системы линейных уравнений»; «Понятие обратной матрицы» [4]. Таким образом, априори авторы не предполагают опору на школьные знания, необходимость сохранения преемственности школьной и вузовской математики. Наша идея ([5–6]) состояла в том, чтобы использовать и углубить известный приём арифметических действий до окончательного его проявления в структуре обратной матрицы и реализовать всё это в одной таблице, которую мы называем таблицей Гаусса.

Основанием послужили результаты изучения раздела «Линейная алгебра» студентами РЭА им. Г. В. Плеханова и МГОУ. Контрольные работы по теме «Решение линейных систем», состоящие из четырёх заданий, показывали в среднем такие результаты: 4 задачи решали 9 % студентов, 3 задачи – 28 %, 2 задачи – 68 %, 1 задачу – 100 %. При этом одну систему из трёх уравнений надо было решить тремя способами; другую систему, составленную самими студентами, содержащую 5 неизвестных, – методом исключения, указывая общее решение и 3 частных, в том числе базисные решения.

Со студентами технических, экономических специальностей и факультета прикладной математики МГОУ был проанализирован выбор из трёх способов решения линейных систем. Для 45 % студентов предпочтительным стал метод Крамера (причина – простота исполнения, поскольку он основан на действиях с целыми числами); для 36 % – метод Гаусса (причина – самый короткий метод); для 19 % – матричный (метод интересен новизной). Если в исходных системах брать дробные числа, то 100 % студентов выбрали бы метод Гаусса.

В 2002 г. было издано пробное учебное пособие [7] по высшей математике, в котором была реализована следующая последовательность тем в модуле «Линейная алгебра»: «Метод Гаусса»; «Метод Крамера»; «Метод обратной матрицы». При этом реализация всех методов на этапе систематизации приёмов решения задач осуществляется в таблице Гаусса. Заметим, что на этапе рецензирования пособия было возражение против такой последовательности, поскольку она нетрадиционна. Автору пришлось убеждать в том, что эта методическая новация связана с результатами эксперимента: одну систему решают тремя способами за контрольное время до 70 % студентов, поскольку все они реализуются одновременно.

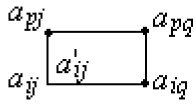
Первый блок таблицы Гаусса является реляционной моделью общей линейной системы, моделирующей, в свою очередь, конкретную реальную ситуацию.

Таблица 1

| $x_1$ | $x_2$ | … | $x_{m-1}$ | $x_m$ | $x_{m+1}$ | … | $x_n$ | св. чл. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $a_{11}$ | $a_{12}$ | … | $a_{1m-1}$ | $a_{1m}$ | $a_{1\,m+1}$ | … | $a_{1n}$ | $b_1$ |
| $a_{21}$ | $a_{22}$ | … | $a_{2m-1}$ | $a_{2m}$ | $a_{2\,m+1}$ | … | $a_{2\,n}$ | $b_2$ |
| … | … | … | … | … | … | … | … | … |
| $a_{m-1}$ | $a_{m-12}$ | … | $a_{m-1m-1}$ | $a_{m-1m}$ | $a_{m-1\,m+1}$ | … | $a_{m-1\,n}$ | $b_{m-1}$ |
| $a_{m1}$ | $a_{m2}$ | … | $a_{mm-1}$ | $a_{mm}$ | $a_{m\,m+1}$ | … | $a_{m\,n}$ | $b_m$ |

Метод исключения Жордана-Гаусса (метод элементарных преобразований или арифметических действий) сводится к получению единичных столбцов: 1) выбирается разрешающий коэффициент $a_{pq}$ (лучше, если $a_{pq}=1$ или в его столбце имеется несколько нулей); 2) разрешающая строка делится на $a_{pq}$; 3) разрешающий столбец заменяется единичным; 4) все остальные коэффициенты преобразуются по единой схеме (правило прямоугольников) или по формулам.

$$a'_{ij}=a_{ij}-\frac{a_{pj}a_{iq}}{a_{pq}},\quad b'_i=b_i-\frac{b_p a_{iq}}{a_{pq}},\quad i\neq p,\ j\neq q,$$




После не более чем $m$ итераций блок таблицы Гаусса может иметь вид

Таблица 2

| $x_1$ | $x_2$ | ... | $x_{m-1}$ | $x_m$ | $x_{m+1}$ | ... | $x_n$ | св. чл. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | ... | 0 | 0 | $\alpha_{1\ m+1}$ | ... | $\alpha_{1\ n}$ | $\beta_1$ |
| 0 | 1 | ... | 0 | 0 | $\alpha_{2\ m+1}$ | ... | $\alpha_{2\ n}$ | $\beta_2$ |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| 0 | 0 | ... | 1 | 0 | $\alpha_{m-1\ m+1}$ | ... | $\alpha_{m-1\ n}$ | $\beta_{m-1}$ |
| 0 | 0 | ... | 0 | 1 | $\alpha_{m\ m+1}$ | ... | $\alpha_{m\ n}$ | $\beta_m$ |

Особо отметим, что нет необходимости в том, чтобы «единицы» составляли прямую линию, что в классических пособиях является желательным явлением (для этого приходится менять местами уравнения и переобозначать неизвестные). Таблица Гаусса легко читается и интерпретируется: при $m=n$ система имеет единственное решение (максимально простой визуальный эффект), в противном случае свободные (визуально мешающие однозначности) неизвестные оказывают воздействие на базисные.

В таблице Гаусса (при $m=n$) легко обнаружить метод (правило) Крамера: если не потребовать получение единичных столбцов (строку не разделить на ведущий коэффициент), то произведение диагональных элементов равно определителю системы, а свободные члены суть определители при неизвестных. Если этот факт легко усматривается, хотя это не зафиксировано в учебной литературе, то самое удивительное состоит в том, что в таблице, точнее в фундированном методе «арифметических действий», присутствует метод определения обратной матрицы. Заменяя свободные члены уравнений новыми переменными, а саму систему – матричным равенством $AX=EY$ (преобразования Э. Штифеля), в расширенной таблице Гаусса (таблица 3) попутно с общим решением получаем обратную матрицу $A^{-1}$. Перечисленные аргументы доказывают преимущество использования таблицы Гаусса, что даёт экономию до 30 % времени на решение одной системы тремя способами.

Таблица 3

| $x_1$ | $x_2$ | ... | $x_{m-1}$ | $y_1$ | $y_2$ | ... | $y_m$ | св. чл. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $a_{11}$ | $a_{12}$ | ... | $a_{1m-1}$ | 1 | 0 | ... | 0 | $b_1$ |
| $a_{21}$ | $a_{22}$ | ... | $a_{2m-1}$ | 0 | 1 | ... | 0 | $b_2$ |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| $a_{m-11}$ | $a_{m-12}$ | ... | $a_{m-1m-1}$ | 0 | 0 | ... | 0 | $b_{m-1}$ |
| $a_{m1}$ | $a_{m2}$ | ... | $a_{mm-1}$ | 0 | 0 | ... | 1 | $b_m$ |

Идея таблицы Гаусса использована нами в создании модуля «Линейное программирование» [9]. Этой теме будет посвящен отдельный разговор, но здесь уместно заметить, что симплексный метод по настоящее время осуществляется в отдельных симплексных таблицах, занимая огромное пространство и время, тогда как этот метод можно реализовать в одной таблице Гаусса.

Читаемость таблицы Гаусса, которую мы обеспечиваем в модуле «Линейная алгебра», а также понимание смысла элементарных преобразований как получение идентичной модели канонической задачи линейного программирования позволяет отказаться от необходимости специального выявления в отдельном столбце базисных неизвестных (переменных) и тем более от двойного содержимого каждой ячейки симплексной таблицы [10].

Наиболее адекватной формой и средством развёртывания дидактических процессов фундирования и наглядного моделирования является структура дидактического модуля, которая реализована нами в пособиях [7–9].

## Библиографический список

1. Подготовка учителя математики: инновационные подходы [Текст] : учебное пособие / под ред. проф. В. Д. Шадрикова. – М.: Гардарики, 2002.

2. Битнер, Г. Г. Цели и задачи непрерывного образования будущих инженеров [Текст] / Г. Г. Битнер // Тезисы докладов третьей международной конференции, посвященной 85-летию члена-корреспондента РАН, профессора Л. Д. Кудрявцева. – М.: МФТИ, 2009. – С. 387–388.

3. Беклемишев, Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Текст] / Д. В. Беклемишев. – М.: Наука, 1984.

4. Щипачев, В. С. Высшая математика [Текст] : учебник для втузов / В. С. Щипачев. – М.: Высшая школа, 1995. – 502 с.

5. Лунгу, К. Н. Основы факультативного курса «Линейная алгебра и линейное программирование» в средней школе [Текст] / К. Н. Лунгу // Математика. Компьютер. Образование: сборник научных трудов. – 1999. – № 6. – Ч. 1. – С. 216–219.

6. Лунгу, К. Н. Применение таблицы Гаусса в курсе линейной алгебры [Текст] / К. Н. Лунгу, А. К. Лунгу // Профессиональная ориентация и методика преподавания в системе школа-вуз: сборник тезисов докладов участников 2-й региональной научно-практической конференции. 27 марта 2001 года, Т. 1. – М., МИРЭА. – С. 100–103.

7. Лунгу, К. Н. Высшая математика. Руководство к решению задач. Часть 1 [Текст] / К. Н. Лунгу, Е. В. Макаров. – М.: МГОУ, 2002. – 188 с.

8. Лунгу К. Н. Высшая математика. Руководство к решению задач. Часть 1 [Текст] / К. Н. Лунгу, Е. В. Макаров. – М.: Физматлит, 2004. – 212 с.

9. Лунгу, К. Н. Линейное программирование. Руководство к решению задач [Текст] / К. Н. Лунгу. – М.: Физматлит, 2005. – 126 с.

10. Карпелевич, Ф. И. Элементы линейной алгебры и линейного программирования [Текст] / Ф. И. Карпелевич, Л. Е. Садовский. – М.: Наука, 1967.