ТЕОРИЯ И МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ И ВОСПИТАНИЯ

Учебные ситуации и задачи профессионального развития будущего учителя математики при обучении истории математики

М. Ф. Гильмуллин

В статье рассматриваются типы учебных ситуаций и виды задач профессионального развития как методическое средство формирования элементов ИК ММК (профессионально ориентированных качеств и их групп) будущего учителя математики; приводятся примеры их использования в процессе обучения студентов педагогического вуза истории математики. Статья конкретизирует идею формирования исторического компонента профессионального опыта и культуры как существенного качества будущего учителя математики, содержательно раскрытую в [8].

Ключевые слова: исторический компонент математико-методической культуры (ИК ММК), учебные ситуации профессионального развития студентов (УСПР), учебные историко-методические задачи (УИМЗ).

Educational Situations and Tasks of Professional Development of the Future Mathematics Teacher at Training History of Mathematics

M. F. Gilmullin

In the article types of educational situations and kinds of tasks of professional development as a methodical means of formations of elements of HK MMC (professionally focused qualities and their groups) of the future Mathematics teacher are considered; examples of their use in the course of students' training of a pedagogical higher school of the history of Mathematics are resulted. The article concretizes the idea of formation of a historical component of professional experience and culture as a considerable quality of the future Mathematics teacher, which is substantially opened in the article [8].

Key words: a historical component of mathematic-methodical culture (HK MMC), educational situations of professional development of students (ESPD); educational historical-methodical problems (EHMP).

В [8] нами описана методическая система (МС ОИМ) обучения истории математики в педагогическом вузе. Для удобства дальнейшего чтения приведем далее несколько уточненную модель этой МС (рис. 1).

В этой модели в качестве основного средства формирования элементов профессиональной культуры будущего учителя математики используется система учебных ситуаций. Учебная ситуация (УС) – это определенное сочетание условий, которые могут сложиться в учебном процессе стихийно или – лучше – создаются преподавателем для достижения намеченных образовательных результатов с использованием соответствующих средств. Мы используем УС, представляющие интерес с точки зрения формирования исторического компонента профессиональной культуры. Они названы учебными ситуациями профессионального развития (УСПР). Аналогичные понятия – учебная мировоззренческая ситуация (УМС), социальная ситуация профессионального развития (ССПР) – используются в [4, с. 204] и [5, с. 156]. Под ними понимаются ситуации, создаваемые в процессе обучения, жизненно или личностно важные для ученика или будущего профессионала, требующие выбора своей позиции и действий по их разрешению и потому способствующие формированию у них тех или иных профессионально ориентированных качеств.

Формирование элементов профессиональной культуры будущего учителя математики в процессе обучения истории математики происходит на деятельностной основе. Под историко-математической деятельностью в данном контексте мы понимаем следующую систему деятельностей: ориентировка в УСПР и формирование мотива ее использования в своей будущей профессиональной деятельности, выбор методов, средств разрешения ситуации и решения задач, появившихся как средство осмысления, развертывания и материализации созданных ситуацией. УСПР побуждает студента к соответствующим действиям, а в дальнейшем (в будущей профессиональной деятельности студента) – и учащегося. Результатом такой деятельности является приобретение студентом профессионального, вначале – как учебного, опыта разрешения соответствующих ситуаций и формирование качеств профессиональной культуры.

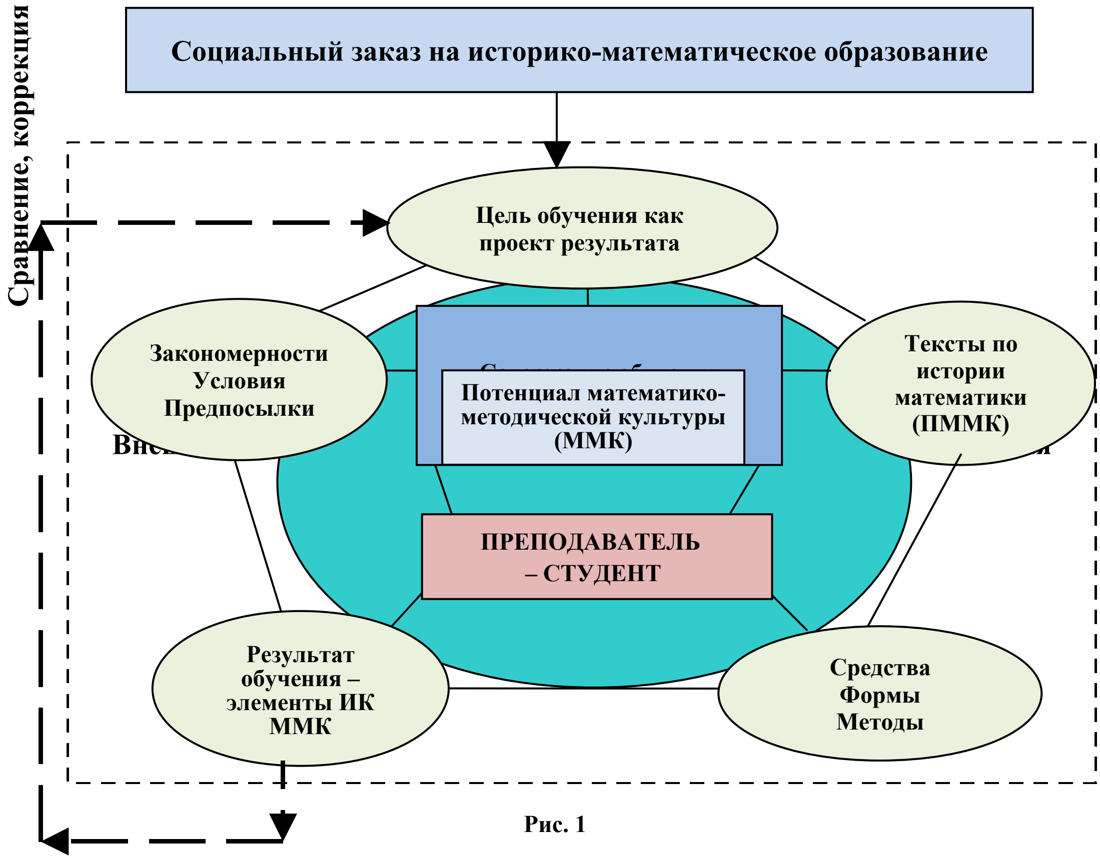

Рис. 1

УСПР могут организовываться в процессе беседы по поводу какого-нибудь фрагмента исторического или методического материала, с помощью серии задач с историко-математическим содержанием, обогащенных соответствующим образом подобранными развивающими заданиями. С точки зрения культурологии [1] подобная беседа фактически начинает *диалог культур* («Культура есть форма одновременного бытия и общения людей различных – прошлых, настоящих и будущих – культур, форма диалога и взаимопорождения этих культур… это изобретение мира впервые» [1, с. 289, 290]) *ее участников*. Инструментом создания УСПР является произведение культуры (ПК), встречающееся как фрагмент исторического текста, или соответствующим образом переформулированное или даже реконструированное учителем и побуждающее студента к самостоятельной познавательной деятельности. Под произведениями культуры (ПК) при обучении истории математики понимаются фрагменты математики, представленные в любом из их возможных воплощений, например, математические, методические и другие культурно-исторические тексты, в том числе относящиеся к истории математики.

Инструментом обучения способам деятельности в методике обучения истории математики являются учебные исторические задачи (УИМЗ). Такая задача составляется из двух компонентов: некоторого массива содержательных данных, обозначаемых словами «дано», «известно», и некоторой совокупности *заданий* для студентов, согласованных с ПК, с предметными данными и несущих в себе какие-либо функции – воспитательные, развивающие или учебные. Таким образом, УИМЗ рассматриваются как материализованное и потому организующее ядро УСПР. Среди учебных заданий должны быть и такие, которые направляют студентов на выработку определенных личностных, профессионально ориентированных качеств (ПОК) и способствуют формированию основ профессиональной культуры. В числе таких качеств могут быть группы профессиональных качеств, зафиксированные в структурно-интегративной модели исторического компонента математико-методической культуры студента (ИК ММК), представленной ниже. В ней дан перечень используемых типов УСПР и тех групп ПОК будущего учителя математики, на формирование которых направлены эти ситуации при их материализации в форме соответствующих УИМЗ. Приведем **пример учебной ситуации профессионального развития** (далее представлен фрагмент «живого» диалога со студентами).

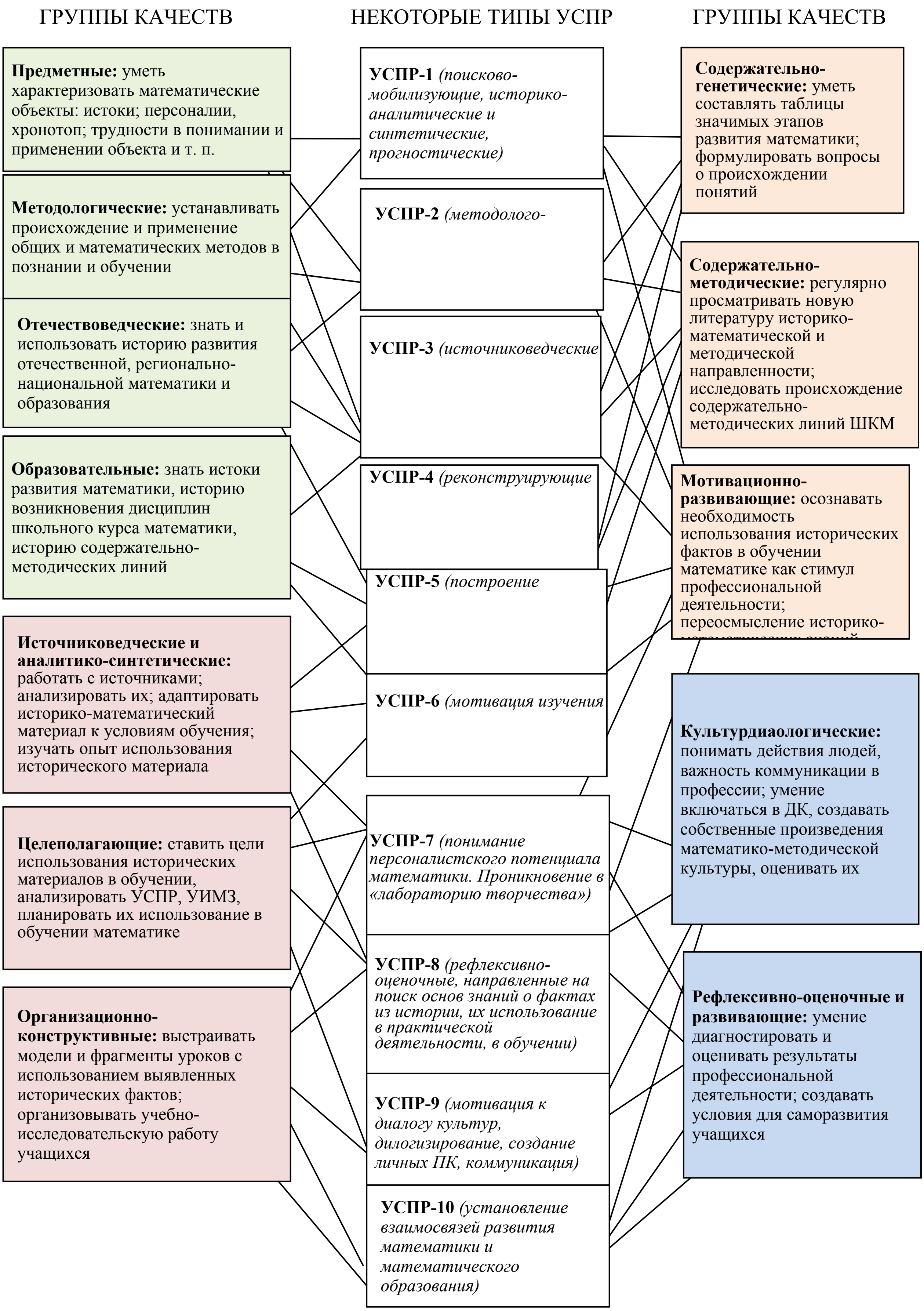

Рис 2. Модель формирования ПОК будущего учителя математики

...В повседневной жизни человеку иногда приходится сталкиваться с названиями больших чисел. Вам – будущим учителям – тем более придется отвечать на вопросы учеников, например, что такое триллион, почему его так назвали? Как это объяснить? Названия каких еще чисел встречаются в школьной практике? Существует ли закономерность в названиях чисел? Сейчас по телевидению нередко говорят о нанотехнологиях; часто в высказываниях телеведущих можно слышать фразу: «Цифра 150 000 000 рублей (или чего-то еще) показывает, что возросло производство...» и т. п. Связано ли сказанное с обсуждаемым вопросом? Как? Какова ваша реакция на это?

Благодаря такой беседе преподаватель как бы «втягивает» студента в обсуждение вопроса, мотивирует его историко-познавательную деятельность, связанную с его будущей профессией. Однако необходима какая-то форма материализации дальнейшей деятельности. Такой формой является *учебная историко-методическая задача* (УИМЗ), которая и предлагается студентам. Приведем вариант УИМЗ, соответствующий рассматриваемой УСПР и использованный в нашем опыте обучения истории математики.

УИМЗ-1. Известно, что итальянскому путешественнику Марко Поло (1254–1323) приписывается первое применение термина «millione» – «большая тысяча». Никола Шюке (1445–1500), французский математик и врач, в сочинении «Наука о числах в трех частях» (1484) по аналогии ввел термины «биллион», «триллион» и т. д. до нониллиона.

Задания: 1. Дайте характеристику математических объектов, для которых используются данные термины, и охарактеризуйте закономерность их появления. Определите, что обозначает последний термин. Продолжите, если это возможно, данный ряд терминов и соответствующих объектов.

2. Проанализируйте современное состояние использования данных терминов, изменилось ли оно со времен Шюке, есть ли среди них термины «октиллион», «миллиард», что они означают?

3. Как назывались большие числа у разных народов и в разные времена? Сравните исторические сведения по этому вопросу о славянах, арабах, евреях и других народах (по выбору).

4. Познакомьтесь с системой записи больших чисел Гуго Штейнгауза по его книге «Математический калейдоскоп».

5. В какой области современных знаний и техники человек встречается с необходимостью давать названия большим или малым числам, какими терминами в этом случае ему приходится оперировать (вспомните астрономию, информатику, другие области современных знаний)? Объясните с точки зрения общего принципа, что такое «нанотехнология».

6. Постройте варианты текстов беседы с учащимися различных классов, связанных с обсуждаемыми вопросами, используйте данные по истории математики в регионе.

Рассмотренную выше УСПР отнесем к типу **УСПР-1** *(поисково-мобилизующие, историко-аналитические и синтетические, прогностические)*.

Как и для УИМЗ, структуру УСПР-1 можно представить в форме, которая поможет составить беседу с учащимися или коллегами по поводу этого факта.

Рассмотрим описание математического факта, известного из истории математики (символа, термина, закономерности, формулы, алгоритма и т. п.).

Постараемся: 1. Охарактеризовать, возможно, гипотетически данный факт со следующих позиций: 1) кто стоял у истоков его возникновения и в какую историческую эпоху, в каких условиях, для удовлетворения каких нужд он возник; 2) можно ли обобщить этот факт, что тогда можно положить в основу? 2. Как с современных позиций назвать и охарактеризовать основание для описываемого обобщения? Где, в каких разделах математики, в других областях знаний встречается такой способ? Попробуем сформулировать общую закономерность данного обобщения и указать области ее применения. 3. Постараемся спрогнозировать, какому контингенту учащихся, при изучении какого учебного материала и в какой форме может быть предъявлена данная учебная ситуация?

Общеизвестно, что важнейшим инструментом обучения математике являются *математические задачи*, а инструментом обучения способам деятельности – *учебные задачи (УЗ)*. Именно поэтому учебные задачи рассматриваются как организующее ядро учебной ситуации (УС). Не претендуя на какие-либо терминологические уточнения и опираясь лишь на здравый смысл, договоримся считать, что УС создается при взаимодействии учителя ($У_л$; Пр), ученика ($У_к$; Ст) и связывающего их некоторого произведения культуры (ПК). ПК содержит (или должно содержать) в себе «неустойчивое противостояние», как отмечал еще Платон, «темноту как отсутствие света, мучительно нас раздирающее», и выступает как материализованный механизм, ядро, методический инструмент создания соответствующей УЗ. Таким образом, структуру УС можно представить в двойственном виде: УС ≅ ⟨$У_л$; ПК; $У_к$ ⟩ ≅ ⟨$У_л$; УЗ; $У_к$⟩. Такое понимание учебной ситуации подсказано ее трактовкой в работе В. С. Шубинского [9]. Дальнейший структурный анализ УС нам не понадобится, а в трактовке понятий «учебная деятельность», «учебная задача» мы также следуем тому их пониманию, которое развивается в работах В. В. Давыдова и его последователей, придавая ему еще и *методический смысл* [10, с. 159–160]. Как отмечалось раньше, это вполне согласуется с традицией и структурой учебной задачи, выделенной в работах известных методистов (Ю. М. Колягин, В. И. Крупич и др.).

Каждый тип определяется ведущей целью (доминантой) – направленностью ситуаций на формирование определенной группы профессиональных качеств будущего учителя математики, входящих в состав ИК ММК. Тип УС определяет соответствующий предполагаемый результат учебной деятельности – сформированные на том или ином уровне элементы (отдельные качества) профессиональной культуры будущего учителя математики.

УСПР-2 *(методолого-методическая, гносеологическая, поиск оснований для возникновения методов познания)*

Дано: описание известного математического факта, понятия, формулы, алгоритма и т. п. в историческом тексте, которое, возможно, не совпадает с современным (или общепринятым, научным) представлением о нем.

Задания. 1. Охарактеризуйте данный факт с позиций современной науки (математики) – почему это представление изменилось? Можете ли вы восстановить историю рассматриваемого вопроса? Решен ли вопрос (объяснен ли факт) окончательно? Какие возникли сопутствующие проблемы? 2. Какие важные методологические и методические выводы можно сделать из этого факта? Что важного утеряно, что приобретено?

УИМЗ-2. Дано: в современной науке математике понимание аксиомы и постулата закреплено однозначно, и термины используются как тождественные в границах математической теории и логических основ современной математики. В то же время, в их научной трактовке естественно оказался утерянным (лучше сказать – скрытым) общекультурный смысл – история и логика процесса осмысления этих понятий. Так, известно, что в Древней Греции понятия «аксиома» и «постулат» значительно различались между собой. Итак, для ученых-математиков нет нужды их различать. А для методистов, учителей математики, школьников?

Задания. 1. Прочитайте вдумчиво текст Аристотеля: «…всякая доказывающая наука имеет дело с тремя [сторонами]: то, что принимается как существующее, именно род, свойства которого, присущие ему сами по себе, рассматривает наука, и общие [положения], называемые аксиомами, из которых, как из первичного, ведется доказательство… Постулат же есть нечто противное мнению ученика или такое, что, будучи [возможно] доказуемым, принимается и применяется недоказанным».

2. Дайте ответ на следующие вопросы: 1) Можно ли подвергать сомнению истинность постулата? 2) Что влечет замена постулата другим? 3) Как вы понимаете понятие аксиомы? Можно ли доказать аксиому, что это означает (какой смысл в этом) и как это может быть использовано в обучении математике в школе, в вузе?

3. Евклид различал аксиомы и постулаты (прочитайте их по любому учебнику истории математики или по «Началам»). 1) Специализированы ли его аксиомы и постулаты на конкретную область знаний (геометрию)? Проанализируйте, например, аксиому «Целое больше своей части». 2) Сформулируйте знаменитый V постулат Евклида и равносильную ему аксиому школьной геометрии. 3) Как с точки зрения аксиоматических теорий можно объяснить попытки доказательства V постулата? Имеет ли право на существование этот постулат? Что означает существование неевклидовых геометрий?

4. Как вы считаете, не является ли методической ошибкой безапелляционность учителя (и авторов некоторых учебных пособий) относительно утверждения: «Аксиома – всегда истинное утверждение»? Что бы вы предложили при ознакомлении учащихся с аксиомами?

УСПР-3 *(источниковедческая и транслирующая, поиск в источниках ответов на профессионально важные вопросы об объектах знания)*

Дано: формулировка (возможно и решение) исторической задачи или набор задач в исторически первоначальном варианте.

Задания. 1. Изучим фабулу задачи. Какие выводы вы можете сделать об исторической эпохе постановки задачи? 2. Какие практические (научные, образовательные) потребности обусловили постановку таких задач?

3. Изучите авторский способ решения задачи. Предложите другие методы решения.

4. Проанализируйте задачу с точки зрения возможного использования в процессе обучения в школе. Внесите ее в соответствующий раздел сборника исторических задач.

5. Какие исторические характеристики вы можете внести в синоптическую таблицу развития математики, используя данные задачи.

УИМЗ-3. Дано: В папирусе Райнда приведены подряд две задачи:

Задача № 56: «Если пирамида имеет 250 локтей в высоту и сторона ее основания 360 локтей длины, то каково отношение половины основания к высоте?» *Задача* № 57: «Дано отношение половины основания к высоте (уклон) и основание. Требуется найти высоту пирамиды».

Для решения задачи могут понадобиться следующие данные. Единицей измерения длины служил локоть, приблизительно равный 51,5 см, 1 локоть равнялся 7 ладоням, 1 ладонь – 4 пальцам. Уклон – это также длина основания (катета) прямоугольного треугольника, когда высота (другой катет) равна 1.

Задания. 1. Решите задачи с опорой на школьные геометрические знания.

2. Охарактеризуйте данные задачи с точки зрения: 1) их логической взаимосвязи; 2) потребностей, какими могла быть вызвана каждая из задач.

3. В папирусе Райнда встречаются еще несколько пар задач, в частности задачи № 58, 59, связанные между собой так же, как предыдущие две. Запишите эти задачи в современной форме, решите и охарактеризуйте их взаимосвязи с позиций полезности и логики.

4. Выскажите предположение о роли процесса передачи математических знаний следующим поколениям, то есть обучения математике, в развитии математики как грани культуры. Какие потребности могли лежать в основе появления в математике задач, обратных данной? Приведите примеры таких задач.

5. Проанализируйте с позиций высказанного предположения рассуждения специалистов в области истории математики и психологии математического открытия [1; 2; 6]. Как вы воспользовались бы полученным знанием при обучении математике в школе (вузе), что посоветовали бы учителю?

УСПР-4 *(реконструирующая, методической направленности, воспроизводство образовательной деятельности)*

Дано: историческое описание вывода некоторой известной формулы, доказательства теоремы, решения задачи, в котором метод явно не усматривается.

Задания. 1. Проанализируйте и реконструируйте данный вывод (метод, доказательство).

2. Попытайтесь выделить общий метод решения таких задач. Известно ли в истории математики дальнейшее использование этого метода.

3. Дать рекомендации по использованию его фрагментов в школе.

УИМЗ-4. Дано: В папирусе Райнда встречаются задачи на «исчисление кучи» или «хау-исчисление». Куча здесь понимается как некое количество. Например, задача № 26: «Куча и ее четвертая часть вместе дают 15. Каково количество?» Традиционное решение в египетском духе гласит: «Начни с 4. Получишь 5. 15 подели на 5. Результат умножь на 4».

Задания. 1. Проанализируйте решение задачи и выделите метод решения подобных задач. Решите задачу для другого числа, например, 20.

2. Данный метод решения задач, сводящихся к линейным уравнениям, получил в Средневековой Европе название «правило ложного положения». Сформулируйте это правило. Покажите, что оно основано на идее пропорциональности. Составьте методические рекомендации по применению правила в школе.

3. Можно ли задачи на исчисление кучи назвать зачатками алгебры?

Ограничимся далее общими рекомендациями по составлению УСПР и УИМЗ. Конкретизированные задания подобных типов составляются по следующей схеме: 1) определяется система взаимосвязанных качеств, формирование которых запланировано на серию занятий или на весь курс обучения (тип УСПР); 2) эти качества переводятся в форму общих вопросов: что нужно сделать для их формирования с использованием исторического материала? 3) используя намеченный к изучению программный материал, подбирают необходимый массив содержательных исторических данных, и на него налагается серия сформулированных ранее или других вопросов. Возможны вариации.

Многие ситуации имеют комбинированный тип. Они предъявляются студентам в течение всего процесса обучения истории математики в связи с изучаемым материалом. Обсуждение заданий происходит обычно на семинарских занятиях. Заметим, что подобные обсуждения мы стремимся строить в духе сотрудничества и по образцам, которые представлены в методической и педагогической литературе. К их числу, на наш взгляд, относятся те источники, в которых представлен опыт работы современных учителей и педагогов, например [4; 7]. На зачете предъявляются новые задания, варианты которых есть в пособиях, входящих в учебно-методический комплекс «История математики» [3].

Библиографический список

1. Библер, В. С. От наукоучения – к логике культуры: Два философских введения в XXI век [Текст] / В. С. Библер. – М. : Политиздат, 1990. – 413 с.

2. Барабашев, А. Г. Диалектика развития математического знания [Текст] / А. Г. Барабашев. – М. : Изд-во МГУ, 1983. – 166 с.

3. Гильмуллин, М. Ф. История математики [Текст] : учебное пособие / М. Ф. Гильмуллин. – Елабуга : Изд-во ЕГПУ, 2009. – 212 с.

4. Жохов, А. Л. Мировоззрение: становление, развитие, воспитание через образование и культуру [Текст] : монография / А. Л. Жохов. – Архангельск : ННОУ «Институт управления»; Ярославль : Ярославский филиал ИУ, 2007. – 348 с.

5. Подготовка учителя математики: Инновационные подходы [Текст] : учебное пособие / под ред. В. Д. Шадрикова. – М. : Гардарики, 2002. – 383 с.

6. Розин, В. М. Логико-семиотический анализ знаковых средств геометрии (К построению учебного предмета) [Текст] / В. М. Розин // Педагогика и логика. – М. : Касталь, 1992. – С. 202–305.

7. Тайна Альбрехта Дюрера (Антология гуманной педагогики) [Текст]. – М. : Издательский Дом Шалвы Амонашвили, 2000. – 23 с.

8. Гильмуллин, М. Ф. О формировании исторического компонента профессионального опыта и культуры будущего учителя математики [Текст] / М. Ф. Гильмуллин, А. Л. Жохов // Ярославский педагогический вестник. – 2009. – № 3 (60). – С. 103–106.

9. Шубинский, В. С. Проблемы начального философского образования школьников [Текст] / В. С. Шубинский. – М. : Знание, 1984.

10. Давыдов, В. В. Теория развивающего обучения [Текст] / В. В. Давыдов. – М., 1996.

11. Давыдов, В. В. Новый подход к пониманию структуры и содержания деятельности [Текст] / В. В. Давыдов // Психологический журнал. – 1998. – Т. 19. – № 6.