Категории учебных целей математической подготовки будущих инженеров

Г. Г. Битнер

В статье рассматриваются основные проблемы, категории учебных целей и методика математической подготовки будущих инженеров в аспекте профессиональных компетенций.

Ключевые слова: математическая подготовка, инженер, учебное пособие, методика, учебная цель, профессиональная компетенция.

Categories of the Educational Purposes of the Mathematical Training of the Future Engineers

G. G. Bitner

In the article the basic problems, categories of the educational purposes and a technique of mathematical training of the future engineers in the aspect of professional competences are considered.

Key words: mathematical training, an engineer, a textbook, a technique, an educational purpose, professional competence

Квалификация современного инженера в значительной степени определяется его математической подготовкой. Математические знания являются той базой, на которой выстраиваются остальные дисциплины. Высокий уровень математических знаний способствует формированию таких качеств личности, как инициативность и ответственность за результаты своего труда, закладывает основы инженерного мышления. Система усвоенных математических знаний – необходимый компонент в формировании математической культуры инженеров, которая, в свою очередь, является инструментом достижения их профессиональной компетентности. Применение компетентностного подхода составляет ключевой элемент новизны будущих ГОС ВПО. Компетентностный подход – это подход, акцентирующий внимание на результате образования, то есть предполагает не только достижение прочности знаний и умений, но и их гибкость, практическую применимость, возможность самостоятельного их пополнения в случае практической необходимости, что непосредственно связано с развитием специальных способностей по решению проблем. *В аспекте математического образования это формирование математической культуры.* Математическая культура является важнейшей основой профессиональной подготовки будущего инженера, развития всей системы образования. Высокий уровень математической культуры повышает конкурентоспособность выпускника вуза на рынке специалистов.

Математическую культуру автор рассматривает как целостное свойство личности, характеризующееся единством ее знаний, умений и навыков к творческому использованию в решении профессиональных задач будущей деятельности, отражающееся в интеллектуальной, предметно-практической и мотивационной сферах личности.

Математическая культура закладывает информационный фундамент для последующего восприятия и усвоения специальных дисциплин, обеспечивает профессиональную мобильность инженера, формирует основу для последующего непрерывного самообразования с целью поддержания квалификации на современном уровне.

В последние годы преподаватели большинства технических вузов отмечают низкий уровень подготовки первокурсников, начинающих изучать курс высшей математики. Выясняется, что после средней школы и вроде бы успешно сданных экзаменов сущность математических рассуждений остается для учащихся неизведанной. Первокурсники не могут производить логические построения, четко представлять, что надо доказывать утверждение как теорему или привести контрпример; что в математике существуют необходимые и достаточные условия, причины и следствия; что система уравнений и их совокупность – разные понятия; что свойства математических объектов являются предметом исследования; что понятие равносильности неравенств или уравнений не заучивается, а формулируется самостоятельно. Все эти смысловые тонкости и составляют понятие математической культуры. В ее основе – четкая логика вывода, доказательства.

Сложности в изучении математики и ее преподавании обусловлены и тем, что поступают абитуриенты с разным уровнем подготовленности по математике. Таким образом, важно подобрать доступный уровень и темп изложения материала, выделить базовые, фундаментальные понятия, методы и приемы. Определенный вклад в решение этой задачи вносят учебные пособия. Несмотря на большое количество учебников по математике, отсутствуют комплексы: курс лекций – практикум – пакет индивидуальных заданий, написанные для конкретной специальности и дифференцированные по сложности, содержанию. Удачное учебное пособие может восполнить пробелы в изучении математики, сделать более понятным учебник. Логика математических рассуждений раскрывается на множестве простых и ясных примеров. Иллюстрация материала примерами, связанными с изучаемой специальностью, пробуждает интерес к математике, мотивирует ее изучение как востребованной в данной специальной дисциплины. Самостоятельная работа с пособием дает возможность подготовиться к коллоквиуму, зачету, контрольной, экзамену, закладывает фундамент логического подхода, без которого заучивание разрозненных формул и натаскивание на решение задач лишь порождают у студентов ощущение неспособности к изучению предмета.

Учебные пособия [1–4], разработанные автором, из которых [2; 4] имеют гриф Министерства образования и науки РФ, содержат курс лекций, контрольные вопросы, пакет индивидуальных заданий, структурированные алгоритмы изученных тем. Пособия выполняют не только информационную (курс лекций), но и управляющую, организационно-контролирующую и ориентировочную функции. Управляющая функция проявляется в наличии логически структурированных в виде алгоритма схем, выявляющих взаимосвязь учебных материалов. Организационно-контролирующая функция проявляется в наличии контрольных вопросов к информационному тексту, пакета индивидуальных заданий. Ориентировочная функция – в наличии образца решения задания. Учебные пособия органически включаются в учебный процесс, определяя различные формы самостоятельной работы студента, создают условия для самоконтроля и самокоррекции в процессе обучения и самостоятельного изучения программного материала.

В процессе базовой математической подготовки необходимо постоянно развивать у студентов умения абстрактно мыслить, усваивать и воспроизводить математические определения и законы, решать аналитическими и численными методами профессиональные задачи, рационально пользоваться математической и специальной на родном и иностранном языках литературой, а также другими вспомогательными средствами.

Таким образом, математическое образование в условиях компетентностного подхода должно проходить *осознанно, упорядоченно и целенаправленно*. Для этого предлагается следующая методика:

1. В каждой изучаемой теме выделять базис в пространстве задач этой темы; осуществлять структурирование тем учебного материала с выходом на межпредметные связи.

На рисунке 1 приведен пример структурной схемы по теме «Решение краевых задач для однородного уравнения теплопроводности методом Фурье». В пособии [4] приведены подобные алгоритмы решения всех видов краевых задач уравнений математической физики и подобраны задачи для самостоятельного решения, а в пособии [2] – обыкновенных дифференциальных уравнений.

2. Отрабатывать навыки только тогда, когда приемы и правила, которые используются, поняты учащимися.

Например, переходить к решению краевых задач можно только тогда, когда студенты поняли методику нахождения собственных значений и собственных функций, то есть решение задач Штурма – Лиувилля.

3. Сводить к минимуму количество фактов, необходимых для запоминания, ограничиваясь фундаментальными, часто используемыми результатами.

После каждой темы в пособии приведены контрольные вопросы, позволяющие акцентировать внимание на фундаментальных понятиях, и методы решения задач. Можно предложить студентам самим составить структурно-логическую схему по окончании изучения темы и пользоваться ею при решении задач.

4. По возможности избегать неподготовленных переходов к изучению новых тем при наличии пробелов в ранее изученных темах.

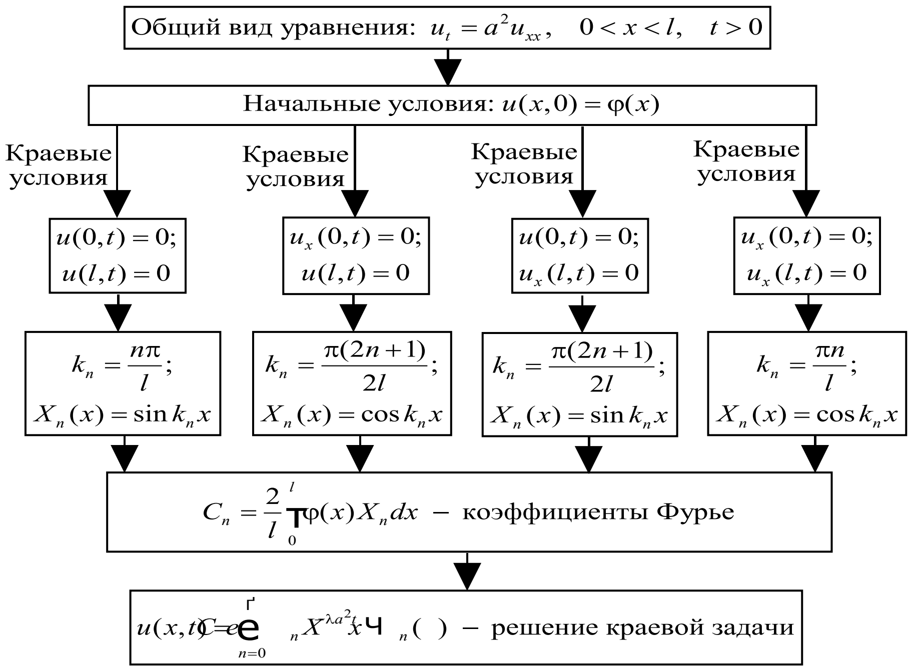

Рис. 1. Структурированный алгоритм темы: «Решение краевых задач для однородного уравнения теплопроводности (метод Фурье)»

Например, нельзя переходить к решению обыкновенных дифференциальных уравнений, не «освежив» и не восстановив в памяти таблицу интегралов, не восполнив пробелы по интегрированию. На первое семинарское занятие необходимо подобрать уравнения, не содержащие сложных методов интегрирования. На лекции также следует приводить необходимые определения, формулы, понятия для изучаемой темы, например, при выводе уравнения теплопроводности для тела следует привести основные понятия теории поля.

5. Создавать проблемные ситуации, побуждая учащихся к самостоятельному достижению математических результатов.

Например, рассматривать разные методы решения уравнения, задачи и выбирать оптимальный. Продуманная система заданий помогает студентам в усвоении наиболее сложных вопросов теории, в приобретении ими начальных навыков самостоятельного изучения учебной литературы, в ознакомлении с научными работами по предмету, так необходимыми в самообразовании и определяющими качество обучения на последующих ступенях непрерывного профессионального образования, то есть пробуждает интерес к предмету. Задачи должны максимально раскрывать изучаемую тему и закреплять ее. Рассмотрим подбор задач при изучении темы «Формула полной вероятности».

Формула полной вероятности: $P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(H_i) P(A/H_i)$, где $\sum_{i=1}^{n} P(H_i) = 1$.

Пример 1. Из урны, содержащей 3 белых и 2 черных шара, переложен 1 шар в урну, содержащую 2 белых и 3 черных шара. После этого из второй урны извлекается один шар. Найти вероятность того, что извлечен белый шар.

Решение. Пусть событие A = {белый шар из второй урны}. Введем гипотезы:

H_1 = {из 1-й урны извлечен белый шар};

H_2 = {из 1-й урны извлечен черный шар}.

Вероятности гипотез: $P(H_1) = \frac{3}{5}$; $P(H_2) = \frac{2}{5}$.

Условные вероятности: $P(A/H_1) = \frac{3}{6}$; $P(A/H_2) = \frac{2}{6}$.

Подставляя в формулу полной вероятности, получаем

$$P(A) = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{6} + \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{6} = \frac{13}{30}.$$

Немного усложняем задачу.

Пример 2. Из урны, содержащей 3 белых и 2 черных шара, переложено 2 шара в урну, содержащую 2 белых и 3 черных шара. После этого из второй урны извлекается один шар. Найти вероятность того, что извлечен белый шар.

Решение. Событие A = {белый шар из второй урны}.

Первый вариант решения. Гипотезы:

H_1 = {2 белых шара извлечены из 1-й урны}.

H_2 = {2 черных шара извлечены из 1-й урны}.

H_3 = {шары разного цвета извлечены из 1-й урны}.

Вероятности гипотез и условные вероятности:

$P\ (H_1) = \dfrac{C_3^2}{C_5^2} = 0{,}3$; $P\ (A/H_1) = \dfrac{4}{7}$; $P\ (H_2) = \dfrac{C_2^2}{C_5^2} = 0{,}1$; $P\ (A/H_2) = \dfrac{2}{7}$;

$P\ (H_3) = \dfrac{C_3^1 \cdot C_2^1}{C_5^2} = 0{,}6$; $P\ (A/H_3) = \dfrac{3}{7}$.

Подставляя в формулу полной вероятности, получаем

$$P\ (A) = 0{,}3 \cdot \frac{4}{7} + 0{,}1 \cdot \frac{2}{7} + 0{,}6 \cdot \frac{3}{7} = \frac{16}{35}.$$

Второй вариант решения.

Введем гипотезы иначе:

H_1 = {шар, извлеченный из второй урны, раньше находился в первой урне}.

H_2 = {шар, извлеченный из 2-й урны, является собственным шаром}.

Вероятности гипотез и условные вероятности

$P\ (H_1) = \dfrac{2}{7}$; $P\ (A/H_1) = \dfrac{3}{5}$; $P\ (H_2) = \dfrac{5}{7}$; $P\ (A/H_2) = \dfrac{2}{5}$;

Тогда, подставляя в формулу полной вероятности, $P(A) = \dfrac{2}{7} \cdot \dfrac{3}{5} + \dfrac{5}{7} \cdot \dfrac{2}{5} = \dfrac{16}{35}$.

Для решения следующей задачи нужно использовать методику решения предыдущих задач, но первый способ решения является громоздким, так как необходимо ввести шесть гипотез, которые можно просто рассмотреть для отработки навыков введения гипотез, а рациональным является применение второго варианта решения, где вводится только две гипотезы.

Пример 3. Из первой урны, содержащей 3 белых и 2 черных шара, взяли 2 шара, а из второй урны, содержащей 4 белых и 1 черный шар, взяли 3 шара. Эти 5 шаров поместили в третью урну. После этого из третьей урны извлекается один шар. Найти вероятность того, что этот шар белый.

При рассмотрении подобных задач постоянно акцентируется внимание на методике введения гипотез, на зависимости от этого оптимальности и правильности решения, при этом задачи постепенно усложняются, не рассеивая внимания на текстовую часть. Далее следует переключить внимание на другие формы введения гипотез. Итак, постепенное усложнение и расширение диапазона рассматриваемых задач позволяет устранить механическую передачу знаний, умений и навыков, шаблонное их усвоение, вызвать внутреннюю активность обучающихся, направленную на учебный предмет. Для творчества следует предусмотреть возможность перевода задачи в новую плоскость анализа.

6. Создавать условия для творческой исследовательской работы учащихся как обязательного элемента учебного процесса, используя при этом профессионально ориентированные задачи.

Например, на лекции вывести решение краевых задач для уравнений колебания струны и теплопроводности с однородными краевыми условиями, а студентам дать самостоятельно вывести решение краевых задач с неоднородными краевыми условиями, то есть рассмотреть решение смешанных краевых задач и задач второго, третьего рода.

По характеру использования профессиональных задач в курсе математики можно отнести к четырем уровням [5]:

I. Профессиональные аналоги классических математических примеров и задач, рассматриваемых в базовом курсе высшей математики на лекциях и упражнениях.

II. Учебные профессиональные задачи с элементами математического моделирования, включаемые в типовые расчеты и лабораторные работы.

III. Учебно-исследовательские профессиональные задачи, формулируемые в виде математических курсовых работ.

IV. Исследовательские профессиональные задачи, которые ставятся в виде студенческих научных работ, курсовых или дипломных проектов.

Профессиональные задачи всех уровней являются задачами с элементами творчества той или иной степени. Управляя самостоятельной деятельностью студентов возможно развивать их способности к творчеству.

7. *В рамках индивидуализации использовать уровневую дифференциацию, в том числе при решении профессионально-ориентированных задач.*

Студенты, имеющие слабый уровень сформированности математических знаний и умений, получают дополнительные задания для восстановления пробелов знаний школьного и первого курса, рекомендации и методические пособия, консультационную помощь как со стороны преподавателя, так и со стороны студентов высокого и творческого уровня или старшекурсников. Студенты, имеющие средний, повышенный и творческий уровни развития познавательной самостоятельности, получают дополнительные задания на дом на практических занятиях согласно своему уровню, участвуют в решении проблемных вопросов, поставленных на лекциях, в разработке заданий для систем контроля, учебных пособий.

По уровню сложности профессиональных задач в курсе математики можно также выделить четыре уровня [5]:

I. Общегуманитарный.
II. Начальный технологический.
III. Технологический.
IV. Профильный.

Примеры учебных, учебно-прикладных и учебно-профессиональных задач по возрастающим уровням трудностей приведены в таблице 1.

Таблица 1

Основные категории учебных целей математической подготовки будущих инженеров в вузе и соответствующие им обобщенные виды профессиональных компетенций

Основные категории учебных целей математической подготовки	**Обобщенные виды профессиональных компетенций**	**Уровни проф. задач**	**Примеры учебных, учебно-прикладных и учебно-профессиональных задач**
Знание – распознавать, идентифицировать, запоминать и воспроизводить материал модульных дисциплин	Помнить и воспроизводить междисциплинарные термины; употреблять технические термины; конкретные факты, законы, формулы; методы, процедуры; основные понятия; правила и принципы	I	1. Вычислить работу *A* силы $\overline{F}\{2,8,2\}$ на пути $\overline{AB}$, если *A* (-1, 0, 2), *B* (0, 4, 1). 2. Найти решение дифференциального уравнения (ДУ) $(1+x^2)dy = ydx$
Понимание – интерпретировать, представлять, разъяснять, преобразовывать усвоенный материал из одной формы выражения в другую	Понимать формулы, правила, принципы; интерпретировать схемы, графики, диаграммы; уметь использовать принципы формализации; прогнозировать последствия, вытекающие из имеющихся данных	I, II	1. Стрелок попадает в мишень с вероятностью 0,8. Найти вероятность того, что из 10 выстрелов 7 – удачные. Найти частное решение ДУ $x^2y' + y = 0, \quad y(1) = 1$
Применение – уметь использовать изученный материал для решения учебных, прикладных и профессиональных задач	Уметь использовать понятия и принципы для описания производственных ситуаций; применять научные теории и законы для решения производственных задач; выбирать оптимальное техническое решение	I–III	1. Решить систему уравнений: $\begin{cases} 5x_1 - 8x_2 + 7x_3 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 0 \\ 3x_1 - 11x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$ Найти решение ДУ $(xy^2 + x)dx + (y - xy)dy = 0$
Анализ – уметь дифференцировать, характеризовать, структурировать, вычленять частности из целого, выявлять взаимосвязи между ними	Уметь выделять неявные тенденции; видеть ошибки и упущения в логике суждений; проводить разграничение между теоретическим и практическим уровнями; оценивать достоверность и значимость информации	I– III	1. Привести уравнение к каноническому виду и построить кривую: $x^2 - y^2 - 6x + 10 = 0$ Найти решение ДУ $y' + ytgx = \cos x$
Синтез – уметь комбинировать различные элементы, разделы, дисциплины для описания технических и производственных систем, их моделирования и проектирования	Уметь комбинировать знания из разных областей для решения профессиональной задачи; составлять план инженерных экспериментов; выполнять на этой основе курсовые работы	I–IV	$\partial\Omega: \quad z = \dfrac{1}{x^2+y^2}; x^2 + y^2 = 1;$ $x^2 + y^2 = 9; z = 9.$ 1. Найти *V.* 2. Найти решение ДУ $y'' - 3y' = \cos x$

Основные категории учебных целей математической подготовки	Обобщенные виды профессиональных компетенций	Уровни проф. задач	Примеры учебных, учебно-прикладных и учебно-профессиональных задач
Оценка — уметь выдвигать критерии оценки и с их помощью оценивать информацию разделов дисциплин, входящих в тот или иной модуль	Уметь оценивать результаты на совпадение с реальными данными, исходя из выделенных критериев; оценивать практическую пригодность полученных результатов	I–IV	1. Моховик диметром *d* вращается по закону $\varphi = at^3 - bt$. Определить угловую скорость и угловое ускорение если $t_0 = 3c;\ a = 0{,}5c^{-3};\ b = 2c^{-1}$. 2. Моделирование систем, курсовые и дипломные работы.

8. Изучать затруднения учащихся.

Организацию самостоятельной работы студентов необходимо проводить дифференцированно и систематически в течение всего учебного года, изучая затруднения. Для семинарского занятия подбирать разноуровневые задачи.

9. Превращать контрольно-диагностическую процедуру в обучающую.

Наличие образца решения и пакета индивидуальных заданий позволяет проводить со студентами тренинги. Кроме того, перед контрольной работой студенты получают индивидуальное домашнее задание (ИДЗ). Оценка ИДЗ имеет форму «зачтено» / «не зачтено» с указанием ошибок. После этого проводится заключительное занятие, подготовка к аудиторной контрольной работе, где осуществляется анализ ошибок ИДЗ, разбираются затруднения, систематизируются знания, понятия, навыки, то есть актуализируется учебно-познавательная деятельность студента. Студентам для успешного написания контрольной работы рекомендуется выполнять ИДЗ за контрольное время и анализировать свои затруднения, согласно этому проводить тренинги. За семестр проводится 5–6 контрольных работ и в середине семестра – коллоквиум. Задачи каждого дифференцированного задания располагаются по нарастающей сложности, что обеспечивает условия для поступательного развития способностей всех без исключения студентов. Успешное и своевременное выполнение контрольных работ, домашних упражнений и самостоятельных заданий освобождает студента от итогового контроля – экзамена, то есть систематическая, добросовестная, творческая работа каждого студента на своем уровне позволяет ему избежать стрессовых ситуаций в период сдачи экзаменов и добиться желаемого результата.

При использовании предложенной методики необходимо иметь в виду основные категории учебных целей математической подготовки в аспекте профессиональных компетенций. Результаты математической подготовки будущих инженеров – математическая культура и компетенции – являются интегративными показателями, то есть показателями личностного развития. Результаты обучения формируются преподавателем, а компетенции приобретаются студентами. Описание основных категорий учебных целей математической подготовки инженеров, основанных на таксономии Блума [6; 7], и соответствующие им обобщенные виды профессиональных компетенций, уровни профессиональных задач и примеры учебных, учебно-прикладных и учебно-профессиональных задач приведены в таблице 1.

Библиографический список

1. Битнер, Г. Г. Методическое руководство для тестирования студентов по курсу «Теория вероятностей» [Текст] / Г. Г. Битнер. – Казань : Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2004. – 31 с.
2. Битнер, Г. Г. Обыкновенные дифференциальные уравнения [Текст] : учебное пособие / Г. Г. Битнер. – Казань : Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2008. – 204 с. (с грифом Минобрнауки)
3. Битнер, Г. Г. Операционное исчисление [Текст] : учебное пособие / Г. Г. Битнер. – Казань : Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2004. – 49 с.
4. Битнер, Г. Г. Уравнения математической физики [Текст] : учебное пособие / Г. Г. Битнер. – Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2007. – 135 с. (с грифом Минобрнауки)
5. Розанова, С. А. Математическая культура студентов технических университетов [Текст] / С. А. Розанова. – М. : Физматлит, 2003. – 176 с.

6. Bloom, B. S. a. o. : Handbook on formative and summative evaluation of student learning. New York, Mc Grow-Hill Book Co. 1971.

7. Bloom, B. S. : Taxonomy of Educational Objectives. New York, McKay, 1956.