

ПРИЛОЖЕНИЯ МАТЕМАТИКИ

В.Ф. Безъязычный

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ТЕХНОЛОГИИ МАШИНОСТРОЕНИЯ

При расчете точности обработки возникает задача определения температуры в режущей части резца и увеличение размеров резца в процессе обработки. В работе произведен расчет тепловых явлений, возникающих в зоне механической обработки материала.

Ключевые слова: температура в зоне резания, распределение температурных полей, уравнение теплопроводности, пластические деформации материала.

V.F. Bez'yazychny

MATHEMATICAL METHODS IN TECHNOLOGY OF MECHANICAL ENGINEERING

At calculating accuracy of processing there is a problem of definition the temperature in a cutting part of a cutter and increase in the sizes of a cutter in the course of processing. In the article the calculation of the thermal phenomena arising in a zone of material machining is made.

Keywords: temperature in a cutting zone, distribution of temperature fields, the heat conductivity equation, plastic deformations of the material.

При анализе точности механической обработки необходимо учитывать тепловые явления, возникающие в зоне обработки. Образующееся вследствие деформации обрабатываемого материала тепло переходит в заготовку Q_3 , инструмент Q_p и стружку Q_c (рис. 1)

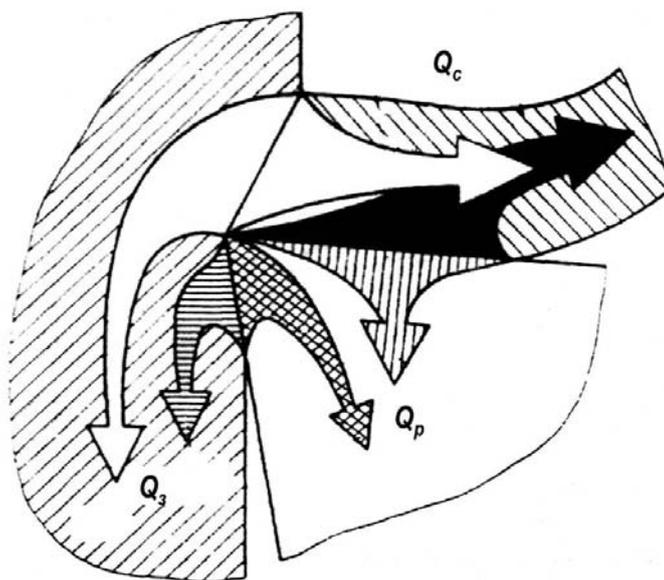


Рис. 1. Тепло, переходящее в заготовку Q_3 , инструмент Q_p и стружку Q_c

Температура в зоне резания (рис. 2) определяется по следующим формулам [1]:

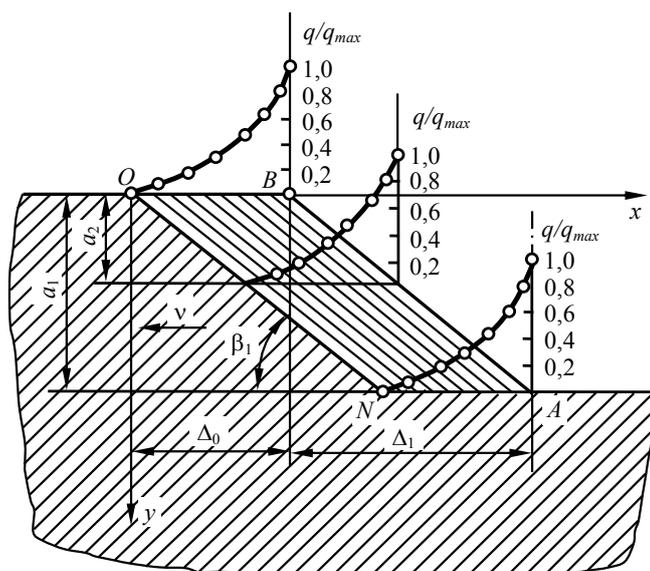


Рис. 2. Схема действия плоского и объемного источников тепла в зоне первичных пластических деформаций обрабатываемого материала

Для плоского источника тепла:

$$\frac{\theta_{AB}}{\theta_A} = \frac{\operatorname{erf} \sqrt{\frac{BB}{4} \frac{y}{a_1}}}{\operatorname{erf} \sqrt{\frac{BB}{4}}} \quad (1)$$

Для объемного источника тепла

$$\frac{\theta_{ABON}}{\theta_A} = \frac{\operatorname{erf} \sqrt{\frac{BB}{4} \left(1 + \frac{\Delta_0}{\Delta_1}\right)}}{\operatorname{erf} \sqrt{\frac{BB}{4}}} \quad (2)$$

Количество тепла, выделяющееся в условной плоскости сдвига АВ, определяется по формуле [1]

$$Q_{AB} = \frac{a_1 b_1 c \rho \theta_A}{\operatorname{erf} \sqrt{BB}}, \quad (3)$$

где Q_{AB} – количество тепла, выделяющееся в условной плоскости сдвига; $c\rho$ – удельная объемная теплоемкость обрабатываемого материала;

Температура резания на условной вершине резца [1]

$$\theta = \frac{\tau_p}{c\rho B} \operatorname{erf} \sqrt{\frac{BB}{4}}, \quad (4)$$

где τ_p – сопротивление обрабатываемого материала при сдвиге.

Температура в середине площадки контакта режущей части инструмента с обрабатываемым материалом [2]

$$\theta_N = \left(0,5 \cdot \theta_A + \frac{0,36 \sin^{0,25} \alpha}{B^{1,25} \sqrt{BE}} + \frac{0,465 B^{1,275} B^{0,625} E^{0,55} \cos \alpha}{\Gamma^{0,25} D^{0,075} \sin^{0,275} \alpha \cdot \operatorname{erf} \sqrt{\frac{BB}{4}}} \right) \quad (5)$$

В формулах 1 – 5 приняты следующие условные обозначения:

$$B = \frac{\nu a_1}{a_g}$$

a_g – критерий процесса резания, характеризующий степень влияния режимных условий обработки по сравнению с влиянием теплофизических свойств обрабатываемого материала, где ν – скорость резания; a_1 – толщина среза; a – температуропроводность обрабатываемого материала;

$$\Gamma = \frac{\lambda_p}{\lambda_g} \beta \varepsilon$$

– критерий, отражающий влияние геометрии инструмента и отношения теплопроводностей инструментального и обрабатываемого материалов, где λ_p и λ_g – теплопроводность обрабатываемого и инструментального материалов; β и ε – угол при вершине резца в плане и угол заострения режущей кромки;

$$D = \frac{a_1}{b_1}$$

– критерий характеризующий геометрию сечения среза, где b_1 – ширина среза.

$$E = \frac{\rho_1}{a_1}$$

– критерий, характеризующий влияние на процесс резания геометрической формы режущей кромки инструмента, где ρ_1 – радиус округления режущей кромки инструмента;

$$A = \frac{a_1 b_1 (c\rho)_g \theta}{P_z}$$

– энергетический критерий, характеризующий тепловую активность стружки по отношению ко всей выделяющейся в зоне резания теплоте; θ – температура в зоне резания; P_z – сила резания;

$$B = \frac{c B^x D^z}{\Gamma^y (1 - \sin \gamma)^{0,73}}$$

– критерий, характеризующий степень влияния пластических деформаций металла снимаемого припуска и поверхностного слоя обрабатываемой детали, где γ – передний угол резца.

Температура в поверхностном слое детали определяется по формулам [2] (рис. 3).

$$\frac{\theta}{\theta_A} = \frac{0,5}{\operatorname{erf} \sqrt{0,25BB}} \left\{ \exp \left[-BB \left(\frac{y}{a_1} - \frac{x}{\Delta_1} \right) \right] \times \operatorname{erfc} \left[\sqrt{\frac{BB}{4} \cdot \frac{\Delta_1}{x} \left(\frac{y}{a_1} - 2 \frac{x}{\Delta_1} \right)} \right] - \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{BB}{4} \cdot \frac{\Delta_1}{x} \frac{y}{a_1}} \right) \right\}, \quad (6)$$

При $\Delta_1 \leq x \leq \Delta_1 + \Delta$

$$\frac{\theta}{\theta_A} = \frac{0,5}{\operatorname{erf} \sqrt{0,25BB}} \left\{ \left[\exp \left[-BB \left(\frac{y}{a_1} - \frac{x}{\Delta_1} \right) \right] \left\{ \operatorname{erf} \left[\sqrt{\frac{BB \Delta_1}{4(x+\Delta_1)} \left(\frac{y}{a_1} + 1 - \frac{2x}{\Delta_1} \right)} \right] - \operatorname{erf} \left[\sqrt{\frac{BB \Delta_1}{4x} \left(\frac{y}{a_1} - 2 \frac{x}{\Delta_1} \right)} \right] \right\} + \right. \right. \\ \left. \left. \operatorname{erf} \left(\sqrt{\frac{BB \Delta_1}{4x} \frac{y}{a_1}} \right) - \left[\sqrt{\frac{BB \Delta_1}{4(x-\Delta_1)} \left(\frac{y}{a_1} - 1 \right)} \right] \right] \right\} + \\ + \frac{BB \cos \beta_1}{2 \operatorname{erf} \sqrt{0,25BB}} \left\{ \sqrt{\frac{4(x-\Delta_1)}{\pi BB \Delta_1}} \exp \left[\frac{BB(y-a_1)^2 \Delta_1}{4(x-\Delta_1)a_1^2} \right] \left[1 - \frac{2}{3} \left(\frac{x-\Delta_1}{\Delta} - \frac{BB \Delta_1}{6 \Delta} \left(\frac{y}{a_1} - 1 \right)^2 \right) \right] - \right. \\ \left. - \left(\frac{y}{a_1} - 1 \right) \left[1 - \frac{x}{\Delta} + \frac{\Delta_1}{\Delta} - \frac{BB}{6} \cdot \frac{\Delta_1}{\Delta} \left(\frac{y}{a_1} - 1 \right)^2 \right] \operatorname{erf} \sqrt{\frac{BB(y-a_1)^2 \Delta_1}{4(x-\Delta_1)a_1^2}} \right\} \quad (7)$$

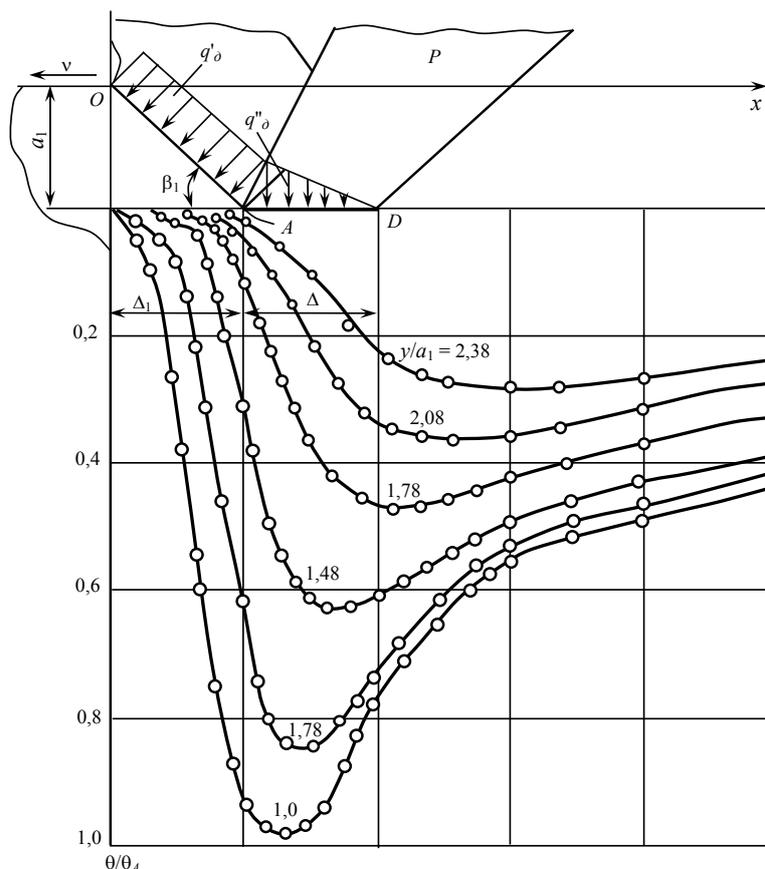


Рис. 3. Схема действия плоских источников тепла и распределения температурных полей в поверхностном слое детали: P – резец; OD – обрабатываемая деталь. При $x \leq \Delta_1$

После математической обработки результатов расчетов по формулам (6) и (7) формула для определения температуры в поверхностном слое принимает вид:

$$\frac{\theta}{\theta_A} = C_\theta (BB)^{x_1} \left(\frac{y+a_1}{a_1} \right)^{x_2} \left(\frac{\rho_1}{a_1} \right)^{x_3-d} \sin^{0,05-0,042x_4} \alpha \sin^{-0,21x_4} \gamma$$

Остаточные напряжения в поверхностном слое, обусловленные тепловым воздействием, определяются по зависимостям:

при $y < y_{OH}$; $\sigma_{0max} = 2\sigma_T$

$$\sigma_{ост.} = \frac{\beta_D A_1 E_D}{1-\mu} \left\{ \begin{array}{l} \frac{E_D}{a_1^{x_2} (1+x_2)} \left[(H+a_1-y_{OO})^{1+x_2} - (H+a_1)^{1+x_2} \right] + 2(1-\mu)\sigma_T(H-y_{OO}) \\ E_{DV_{OO}} \\ \frac{E_D}{a_1^{x_2} (1-x_2)} \left[(H+a_1-y_{OH})^{1+x_2} \right] + \sigma_T(1-\mu)(H-y_{OH}) \\ E_{DV_{OO}} \end{array} \right\}$$

при $y \geq y_{OH}$; $\sigma_{0max} < 2\sigma_T$

$$\sigma_{ocm} = -\sigma_T + \frac{\beta_D A_1 E_D}{1 - \mu} \left\{ \left(\frac{H - y + a_1}{a_1} \right)^{x_2} + \frac{1}{a_1^{x_2} - (1 + x_2)} \left[a_1^{x_2} (H + a_1)^{1+x_2} \right] \right\} / H,$$

где H – толщина детали; σ_{0max} – напряжение на поверхности при охлаждении; y – глубина залегания рассматриваемого слоя от поверхности; y_{OH} , y_{OO} – границы раздела упругих и пластических деформаций при нагревании и охлаждении соответственно; σ_T и E – предел текучести и модуль упругости обрабатываемого материала; β_D и μ – коэффициент температурного линейного расширения и коэффициент Пуассона обрабатываемого материала; A_1 и x_2 – величины, определяющие значение температуры в поверхностном слое обрабатываемой детали.

При расчете точности обработки возникает задача определения температуры в режущей части резца и увеличение размеров резца в процессе обработки.

Уравнение теплопроводности для мгновенного точечного источника теплоты [1]:

$$\theta = \frac{q}{\lambda_{cm} \sqrt{a_{cm}} (4\pi\tau)^{\frac{3}{2}}} \exp \left[-\frac{R^2}{4a_{cm}\tau} \right],$$

где λ_{cm} – коэффициент теплопроводности материала державки резца; a_{cm} – температуропроводность материала державки резца; τ – время нагрева (работы) резца; R – удаление рассматриваемой точки державки резца от вершины резца; q – интенсивность теплового источника.

Температура вдоль стержня резца определяется по формуле [2]

$$\theta_{cm} = \frac{1}{2} \theta_p \left[e^{-\sqrt{\frac{\alpha}{\lambda_{cm} h}}} \cdot \operatorname{erf} \left(\frac{X}{2\sqrt{a_{cm}\tau}} - \sqrt{\frac{\alpha_1 a_{cm}\tau}{\lambda_{cm} h}} \right) + e^{\sqrt{\frac{\alpha_1}{\lambda_{cm} h}}} \cdot \operatorname{erfc} \left(\frac{X}{2\sqrt{a_{cm}\tau}} + \sqrt{\frac{\alpha_1 a_{cm}\tau}{\lambda_{cm} h}} \right) \right],$$

где α_1 – коэффициент теплоотдачи материала стержня резца; h – отношение площади сечения державки резца к его периметру; λ_{cm} – коэффициент теплопроводности материала державки резца; X – расстояние от задней поверхности резца до рассматриваемой точки в стержне резца.

Погрешность обработки, обусловленная температурной деформацией режущего инструмента, определяется по формуле:

$$\Delta L_p = \frac{\beta_p \theta_p}{2K} \left\{ \begin{aligned} & \left(1 + 2\sqrt{\frac{\alpha_1 a_{cm}\tau}{\pi \lambda_{cm} h}} \right) \frac{1}{\sqrt{\lambda_{cm} h}} \left[1 - \exp \left(-L_p \sqrt{\frac{\alpha_1}{\lambda_{cm} h}} \right) \right] - \\ & - \frac{1}{\pi a_{cm}\tau} \left[-\frac{\lambda_{cm} h}{\alpha_1} \exp \left(-L_p \sqrt{\frac{\alpha_1}{\lambda_{cm} h}} \right) \left(L_p \sqrt{\frac{\alpha_1}{\lambda_{cm} h}} + 1 \right) + \frac{\lambda_{cm} h}{\alpha_1} \right] - \\ & - \left(1 - 2\sqrt{\frac{\alpha_1 a_{cm}\tau}{\pi \lambda_{cm} h}} \right) \frac{1}{\sqrt{\lambda_{cm} h}} \left[1 - \exp \left(L_p \sqrt{\frac{\alpha_1}{\lambda_{cm} h}} \right) \right] - \\ & - \frac{1}{\sqrt{\pi a_{cm}\tau}} \left[\frac{\lambda_{cm} h}{\alpha_1} \exp \left(L_p \sqrt{\frac{\alpha_1}{\lambda_{cm} h}} \right) \left(L_p \sqrt{\frac{\alpha_1}{\lambda_{cm} h}} - 1 \right) + \frac{\lambda_{cm} h}{\alpha_1} \right] \end{aligned} \right\}, \quad (8)$$

где β_r – коэффициент температурного линейного расширения материала державки резца; L_p – длина вылета резца; θ_r – температура в зоне резания; K – величина, учитывающая геометрию инструмента при несвободном резании; α_1 – коэффициент теплоотдачи материала державки резца в окружающую среду.

Значение температуры в зоне резания определяется по формуле

$$\theta_p = \frac{2\theta_N \sqrt{a_{cm} \tau}}{H \left[-E_i \left(-\frac{\Delta^2}{16a_{cm} \tau} \right) \right]} \left\{ \frac{H}{2\sqrt{a_{cm} \tau}} \left[-E_i \left(-\frac{H^2}{4\sqrt{a_{cm} \tau}} \right) \right] - \frac{\Delta}{4\sqrt{a_{cm} \tau}} \left[-E_i \left(-\frac{\Delta^2}{16a_{cm} \tau} \right) \right] + \right. \\ \left. + 2\pi \left(\operatorname{erf} \frac{H}{2\sqrt{a_{cm} \tau}} - \operatorname{erf} \frac{\Delta}{4\sqrt{a_{cm} \tau}} \right) \right\}$$

где H – высота державки резца; Δ – длина площадки контакта державки резца с деталью; E_i – интегрально показательная функция Эйлера; erf – интеграл вероятностей; θ_N – максимальная температура на задней поверхности резца.

Библиографический список

1. Силин, С. С. Метод подобия при резании материалов [Текст]. – М.: Машиностроение, 1979. – 159 с.
2. Безъязычный, В. Ф. Разработка теоретических основ технологического обеспечения качества и эффективности механической обработки деталей авиационных двигателей. [Текст] Дис... д-ра технич. наук. М., 1982.

О. В. Виноградова

ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ СТОХАСТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ В АВИАДВИГАТЕЛЕСТРОЕНИИ

Рассмотрены конкретные примеры решения стохастических задач в авиадвигателестроении: повышения усталостной прочности рабочих лопаток I ступени турбины серийного двигателя, проектирования многоступенчатого компрессора, квалиметрические шкалы эффективности. Разработанная система математических методов позволяет решать задачи анализа и синтеза характеристик качества объектов различной физической природы.

Ключевые слова: математическое моделирование, стохастические задачи, авиадвигателестроение, эффективность производства и эксплуатации изделий.

O.V. Vinogradova

APPLICATION OF MATHEMATICAL METHODS FOR THE STOCHASTIC PROBLEM SOLUTION IN AVIAMOTORBUILDING

Certain examples of stochastic problem solution in aviamotorbuilding are considered: increases of fatigue durability of working shovels of the I-st step of the turbine of the serial engine, designing of the multistage compressor, qualimetry efficiency scales. The developed system of mathematical methods allows to solve problems of the analysis and synthesis of object quality characteristics of the various physical nature.

Keywords: mathematical modelling, stochastic problems, aviamotorbuilding, production efficiency and operation of products.

Современный газотурбинный двигатель (ГТД) – изделие предельных параметров, высокой размерности, со многими степенями свободы. Он создается и совершенствуется в условиях ограничений по себестоимости, срокам создания, при растущих требованиях к ресурсу, надежности,