Серия «Физико-математические и естественные науки». Вып. 1-2010.

где  $\beta p$  — коэффициент температурного линейного расширения материала державки резца; Lp — длина вылета резца;  $\theta p$  — температура в зоне резания; K — величина, учитывающая геометрию инструмента при несвободном резании;  $\alpha 1$  — коэффициент теплоотдачи материала державки резца в окружающую среду.

Значение температуры в зоне резания определяется по формуле

$$\theta_{p} = \frac{2\theta_{N}\sqrt{a_{cm}\tau}}{H\left[-E_{i}\left(-\frac{\Delta^{2}}{16a_{cm}\tau}\right)\right]} \begin{cases} \frac{H}{2\sqrt{a_{cm}\tau}}\left[-E_{i}\left(-\frac{H^{2}}{4\sqrt{a_{cm}\tau}}\right)\right] - \frac{\Delta}{4\sqrt{a_{cm}\tau}}\left[-E_{i}\left(-\frac{\Delta^{2}}{16a_{cm}\tau}\right)\right] + \frac{\Delta}{4\sqrt{a_{cm}\tau}}\left[-E_{i}\left(-\frac{\Delta$$

где H — высота державки резца;  $\Delta$  — длина площадки контакта державки резца с деталью; Ei — интегрально показательная функция Эйлера; erf — интеграл вероятностей;  $\theta N$  — максимальная температура на задней поверхность резца.

#### Библиографический список

- 1. Силин, С. С. Метод подобия при резании материалов [Текст]. М.: Машиностроение, 1979. 159 с.
- 2. Безъязычный, В. Ф. Разработка теоретических основ технологического обеспечения качества и эффективности механической обработки деталей авиационных двигателей. [Текст] Дис... д-ра технич. наук. М., 1982.

О. В. Виноградова

### ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ СТОХАСТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ В АВИАДВИГАТЕЛЕСТРОЕНИИ

Рассмотрены конкретные примеры решения стохастических задач в авиадвигателестроении: повышения усталостной прочности рабочих лопаток I ступени турбины серийного двигателя, проектирования многоступенчатого компрессора, квалиметрические шкалы эффективности. Разработанная система математических методов позволяет решать задачи анализа и синтеза характеристик качества объектов различной физической природы.

*Ключевые слова*: математическое моделирование, стохастические задачи, авиадвигателестроение, эффективность производства и эксплуатации изделий.

O.V. Vinogradova

# APPLICATION OF MATHEMATICAL METHODS FOR THE STOCHASTIC PROBLEM SOLUTION IN AVIAMOTORBUILDING

Certain examples of stochastic problem solution in aviamotorbuilding are considered: increases of fatigue durability of working shovels of the I-st step of the turbine of the serial engine, designing of the multistage compressor, qualimetry efficiency scales. The developed system of mathematical methods allows to solve problems of the analysis and synthesis of object quality characteristics of the various physical nature.

*Keywords*: mathematical modelling, stochastic problems, aviamotorbuilding, production efficiency and operation of products.

Современный газотурбинный двигатель (ГТД) – изделие предельных параметров, высокой размерности, со многими степенями свободы. Он создается и совершенствуется в условиях ограничений по себестоимости, срокам создания, при растущих требованиях к ресурсу, надежности,

Серия «Физико-математические и естественные науки». Вып. 1-2010.

газодинамической эффективности. При его проектировании, производстве и доводке необходимо решить множество проблем:

- газодинамика и прочность лопаток компрессоров и турбин;
- согласование ступеней многоступенчатого компрессора и его регулирование;
- экологические и пусковые характеристики камеры сгорания;
- ресурсные характеристики трансмиссии ГТД;
- обеспечение заявленных параметров при компоновке, комплектовке и сборке двигателя.

Решение этих и многих других реальных задач повышения качества ГТД и его элементов выходит за пределы компетенции отдельной научной дисциплины (газодинамики, теплофизики, теории прочности, теории случайных функций, металлургии, литейного производства и т. д.) и носит междисциплинарный характер. Здесь требуется привлечение идей и методов управления сложными объектами, позволяющих решать многофакторные и многокритериальные оптимизационные задачи в кратчайшие сроки, не отвлекаясь на тщательное исследование механизма явлений, деталей и особенностей процессов. Для этого необходимо эффективно использовать информацию (базы данных), имеющуюся на предприятии, а также проводить систематизацию «проб и ошибок», полученных в процессе расчетной или экспериментальной доводки конструкции.

Известно, что качество метода определяет качество результата. Здесь существует обратная связь. Методы анализа должны корректироваться применительно к особенностям нового класса задач. На рис. 1 приведена структура математических методов, используемых в задачах превентивного контроля, анализа и синтеза качества элементов ГТД. Согласно закону разнообразия, решение этих задач должно проводиться с помощью не одного, а серии взаимосвязанных алгоритмов, которые делятся на два класса: регулярные и вероятностные. В различных комбинациях они используются при мониторинге качества, анализе свойств объекта, при решении задач улучшения (синтез). Все это ориентировано на совершенствование качества изделий. Появление несоответствий приводит к коррекции используемых алгоритмов и изменению их взаимосвязи.

Подход к решению задач включает в себя следующие этапы:

- 1. Построение стохастической модели:
- проводится оценка однородности данных (если данные неоднородны, то уравнение связи строится по ближайшим ситуациям к прогнозируемой);
- определяется тип системы (аддитивная, мультипликативная);
- выбираются целевые функции (скалярные, векторные);
- проводится поиск ансамблей признаков (метод случайного поиска с адаптацией по многим критериям одновременно – коэффициент множественной корреляции, нормированная дисперсия поверхности отклика, минимальный коридор ошибок).
  - 2. Статистическая оптимизация
- выбор методов поиска по гиперболе Растригина (регулярные или случайные);
- выбор обобщенной целевой функции Q.
  - 3. Распознавание образов
- если данные коррелируют между собой используется метод главных компонент;
- данные коррелируют с целевой функцией находятся структурные факторы и, если их 2, то задача рассматривается на плоскости этих структурных факторов;
- если данные не коррелируют ни между собой, ни с целевой функцией, то используется метод проектирования данных на плоскость.

Рассмотрим конкретные примеры решения стохастических задач в авиадвигателестроении.

1. Существует проблема повышения усталостной прочности рабочих лопаток I ступени турбины серийного двигателя. Совместное применение методов построения структурных факторов, главных компонент и др. позволило обнаружить неслучайную тенденцию перехода соотношений химического состава ЖС6У–ВИ в критическую область, когда произошло снижение усталостной прочности лопаток турбины (треугольники за разделяющей границей на рис. 2).

Серия «Физико-математические и естественные науки». Вып. 1-2010.

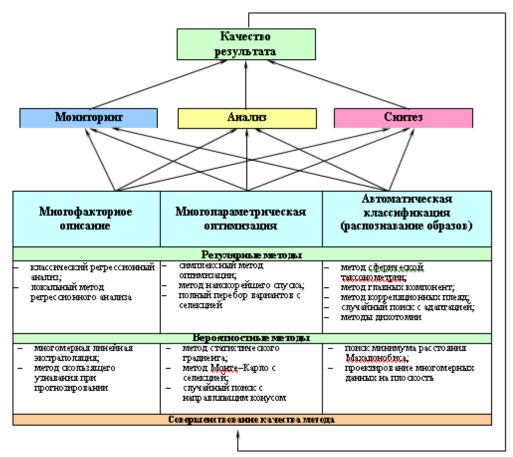


Рис. 1. Математические методы решения стохастических задач

По этим данным было получено уравнение границы, разделяющей дефектные и бездефектные лопатки. Далее были получены коэффициенты влияния компонентов химического состава на вероятность появления усталостных трещин лопаток. На рис. 3 представлена гистограмма этих коэффициентов влияния, которая может служить руководством по оптимальной подшихтовке данного жаропрочного сплава. Было рекомендовано увеличить содержание Ті на 0,15%, Мо на 0,25% и Аl на 0,7%. При проведении испытаний на усталостную прочность 6 лопаток без подшихтовки разрушились, не отработав заданную базу, испытаний и 6 лопаток с рекомендованной подшихтовкой отработали заданную базу в 20 млн. циклов, из них 2 лопатки имели слабовыраженные микротрещины, а 4 лопатки признаны годными. Данный метод позволяет не только осуществлять объективный мониторинг многокомпонентных жаропрочных сплавов, но и проводить оптимальную (по критериям конструкционной прочности) коррекцию химического состава сплава.

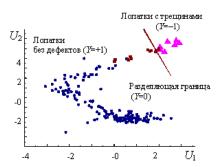


Рис. 2. Кластерный анализ химического состава сплава ЖС6У-ВИ

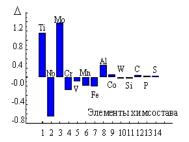


Рис. 3. Сравнительное влияние химсостава сплава ЖС6У–ВИ на вероятность появления усталостных трещин

Серия «Физико-математические и естественные науки». Вып. 1-2010.

2. В задаче проектирования многоступенчатого компрессора основной проблемой является обеспечение максимального КПД при требуемой степени повышения давления и расходе воздуха. Это противоречит задаче обеспечения максимальных запасов газодинамической устойчивости. Исходными данными для расчётов характеристик компрессора на одномерной модели являются параметры проточной части компрессора и параметры решётки на среднем диаметре. для решения таких задач не требуется знания внутреннего содержания программы (интегродифференциальных уравнений). Эта программа рассматривается как управляемый черный ящик с детерминированными уравнениями связи между входными или выходными переменными.

Методами имитационного моделирования (Монте–Карло с селекцией) решаются задачи совершенствования качества компрессора, определения предельно допустимых соотношений между параметрами, обеспечивающими заданные требования к рассеянию характеристик качества. На рис. 4 приведен пример найденного распределения углов установки направляющих аппаратов, обеспечивающий повышение КПД компрессора серийного ГТД на 1 процент.

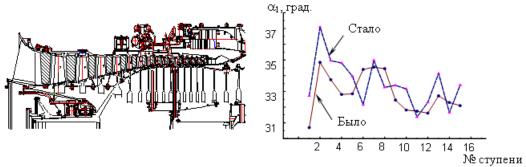


Рис. 4. Поиск оптимальных углов направляющих аппаратов компрессора на 1D – модели

3. Камера сгорания авиационного ГТД является нерасчетным узлом. Доводка ее эксплуатационных характеристик проводится экспериментально, путем совершенствования отдельных элементов, в частности фронтового устройства (рис. 5).



Рис. 5. эскиз фронтового устройства камеры сгорания

В данном примере по результатам испытаний всего 6 вариантов фронтового устройства найдены его геометрические параметры, одновременно обеспечивающие и требуемые срывные характеристики (зависимость коэффициента избытка воздуха  $\alpha$  от относительной скорости потока  $\lambda$ ), и требуемые экологические характеристики (зависимость выхлопов CO от  $\alpha$ ).

На рис. 6 в пространстве главных компонент параметров  $X_1 - X_8$  показано, что решения 7 и 8, найденные по частным критериям, противоречивы, а найденный компромиссный вариант 9 находится вне статистических данных.

4. Квалиметрическая шкала эффективности коллективов исполнителей основных технологических операций необходима для учета влияния «человеческого фактора» в процессах сборки сложных узлов и систем ГТД. Входной информацией служат данные о параметрах монтажа (зазоры, биения, момент затяжки гайки и т. д.) на соответствующих операциях и фамилии исполнителей, выполнявших эти работы. Целевой функцией — классификатором служит величина Y=1 для

## Серия «Физико-математические и естественные науки». Вып. 1-2010.

трансмиссионных подшипников, сохранившихся в эксплуатации и Y=-1 для разрушившихся. Таким образом формируется обучающая последовательность — матрица с N строками (варианты сборок) и K столбцами (параметры монтажа). По данным такого рода получено уравнение регрессии, которое обеспечивает безошибочную классификацию подшипников по параметрам монтажа «формирующихся» при сборке двигателя.

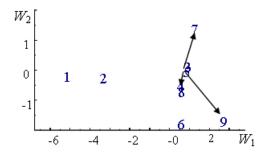
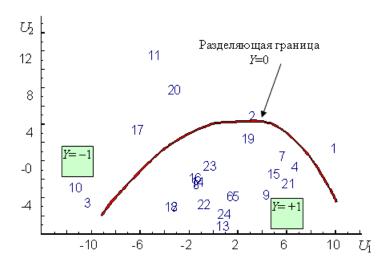


Рис. 6. область компромиссных решений

Для этих же N сборок составляется бинарная матрица с M столбцами, где  $\mathbf{1}$  соответствует участию данного исполнителя в данной операции, а  $\mathbf{0}$  — неучастию. По этим данным строится матрица двух главных компонент (рис. 7). Каждая точка на этом рисунке соответствует составу коллектива исполнителей, участвовавших в сборке кондиционного или некондиционного подшипника. Нанесение на это множество разделяющей границы Y=0 позволяет определить составы исполнителей, постоянно обеспечивающие высокое качество сборки изделия.

Таким образом, предлагаемый подход обеспечивает наблюдаемое управление качеством сборки элементов ГТД, где управляемой переменной является «человеческий фактор» — состав исполнителей технологических операций.



5. Рассмотрим малогабаритный двигатель. В табл. 1 приведены главные компоненты геометрии узлов двигателей.

Целевыми функциями  $Y_1$  и  $Y_2$  здесь являются отклонения от требуемых значений основных параметров двигателя в процентах.  $A \log_2 A \log_2$ 

Серия «Физико-математические и естественные науки». Вып. 1-2010.

ся путем вариации компонент узлов (изменение геометрии профиля) либо путем подбора узлов (заштрихованные компоненты).

Таблина 1

### Варианты комплектовки узлов двигателя

	Вентилятор				Рабочее колесо			СА ТВД	СА ТНД	Сопло		Целевые ф–и	
	$U_1$	$U_2$	$U_3$	$U_4$	$V_1$	$V_2$	$V_3$	A	S	$Q_1$	$Q_2$	$Y_1$	$Y_2$
1	0,261	-2,492	1,526	2,252	-0,887	3,176	-0,138	13,634	110,0	-0,068	-0,04	0	-11,5
2	0,261	-2,492	1,526	2,252	-0,887	3,176	-0,138	13,634	117,3	-1,837	0,953	0	-7,9
3	-1,118	0,090	0,420	-1,900	-3,113	2,199	0,624	14,040	114,5	1,119	0,623	3,3	-4,3
4	-1,118	0,090	0,420	-1,900	6,147	-1,065	1,916	14,040	122,5	1,119	0,623	1,0	-1,8
5	-0,074	2,525	-0,676	3,813	-5,301	-3,517	0,282	13,798	111,0	5,405	0,083	1,5	-7,5

Таким образом, разработанная система математических методов позволяет решать задачи анализа и синтеза характеристик качества объектов различной физической природы и пригодна для решения проблемных вопросов эффективности и экономичности ГТД, повышения безопасности полетов, повышения эффективности производства и эксплуатации изделий.

#### Библиографический список

1. Безъязычный, В. Ф., Виноградова, О. В., Шишкин, В. Н. Алгоритмизация процессов проектирования, производства и контроля в авиадвигателестроении [Текст]. – Рыбинск: РГАТА, 2007. – 272 с.

#### Л.П. Размолодин, И.И. Рыжаков

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИФФУЗИОННЫХ ПРОЦЕССОВ НА ОСНОВЕ ЗАКОНА КОЛМОГОРОВА-ОБУХОВА

В работе предложена модель физической картины процесса диссипации энергии при турбулентном движении газа. Подтверждена гипотеза о континуумальном представлении газовой среды для описания физических процессов, в ней протекающих.

*Ключевые слова*: диффузионные процессы, турбулентное движение газа, математическое моделирование, диссипация энергии.

#### L.P. Razmolodin, I.I. Ryzhakov

# MATHEMATICAL MODELLING OF DIFFUSION PROCESSES ON THE BASIS OF KOLMOGOROV-OBUKHOV'S LAW

In the article the model of a physical picture of dissipation energy process is offered at a gas whirl. The hypothesis about continuum representation of the gas environment for the description of physical processes which there are is confirmed.

Keywords: diffusion processes, a gas whirl, mathematical modelling, energy dissipation.

Диффузионные процессы, характеризующиеся переносом массы вещества в одной среде или между разнородными средами, протекают в системах движущихся, как правило, в турбулентном режиме. Известны трудности их математического моделирования, в связи с чем возникают проблемы в получении физически обоснованных и достоверных результатов. В работах [1, 2, 3] пока-