

ся путем вариации компонент узлов (изменение геометрии профиля) либо путем подбора узлов (заштрихованные компоненты).

Таблица 1

Варианты комплектовки узлов двигателя

	Вентилятор				Рабочее колесо			СА ТВД	СА ТНД	Сопло		Целевые ф-и	
	U_1	U_2	U_3	U_4	V_1	V_2	V_3	A	S	Q_1	Q_2	Y_1	Y_2
1	0,261	-2,492	1,526	2,252	-0,887	3,176	-0,138	13,634	110,0	-0,068	-0,04	0	-11,5
2	0,261	-2,492	1,526	2,252	-0,887	3,176	-0,138	13,634	117,3	-1,837	0,953	0	-7,9
3	-1,118	0,090	0,420	-1,900	-3,113	2,199	0,624	14,040	114,5	1,119	0,623	3,3	-4,3
4	-1,118	0,090	0,420	-1,900	6,147	-1,065	1,916	14,040	122,5	1,119	0,623	1,0	-1,8
5	-0,074	2,525	-0,676	3,813	-5,301	-3,517	0,282	13,798	111,0	5,405	0,083	1,5	-7,5

Таким образом, разработанная система математических методов позволяет решать задачи анализа и синтеза характеристик качества объектов различной физической природы и пригодна для решения проблемных вопросов эффективности и экономичности ГТД, повышения безопасности полетов, повышения эффективности производства и эксплуатации изделий.

Библиографический список

1. Безъязычный, В. Ф., Виноградова, О. В., Шишкин, В. Н. Алгоритмизация процессов проектирования, производства и контроля в авиадвигателестроении [Текст]. – Рыбинск: РГАТА, 2007. – 272 с.

Л.П. Размолодин, И.И. Рыжаков

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИФФУЗИОННЫХ ПРОЦЕССОВ НА ОСНОВЕ ЗАКОНА КОЛМОГорова-ОБУХОВА

В работе предложена модель физической картины процесса диссипации энергии при турбулентном движении газа. Подтверждена гипотеза о континуальном представлении газовой среды для описания физических процессов, в ней протекающих.

Ключевые слова: диффузионные процессы, турбулентное движение газа, математическое моделирование, диссипация энергии.

L.P. Razmolodin, I.I. Ryzhakov

MATHEMATICAL MODELLING OF DIFFUSION PROCESSES ON THE BASIS OF KOLMOGOROV-OBUKHOV'S LAW

In the article the model of a physical picture of dissipation energy process is offered at a gas whirl. The hypothesis about continuum representation of the gas environment for the description of physical processes which there are is confirmed.

Keywords: diffusion processes, a gas whirl, mathematical modelling, energy dissipation.

Диффузионные процессы, характеризующиеся переносом массы вещества в одной среде или между разнородными средами, протекают в системах движущихся, как правило, в турбулентном режиме. Известны трудности их математического моделирования, в связи с чем возникают проблемы в получении физически обоснованных и достоверных результатов. В работах [1, 2, 3] пока-

зано, что в результате применения уравнений Навье-Стокса для описания движения жидкой среды, когда $Re > 2300$ необходима процедура его осреднения, в результате чего в правой его части появляются члены $(\rho \overline{v_i v_j})$, характеризующие турбулентные напряжения в среде: ρ – её плотность, $\overline{v_i v_j}$ – пульсационные составляющие скорости потока. При турбулентном режиме движения жидкой или газовой среды перенос вещества в ней в основном происходит за счёт турбулентной диффузии, характер которой определяется пульсационными составляющими скорости потока. В области теоретических представлений о $(\rho \overline{v_i v_j})$ пульсационные скорости не были найдены, и только в работах Колмогорова-Обухова [4,5] на основе теории размерности была показана связь энергии диссипации (турбулентного перемешивания) ε с пульсационной скоростью v' и масштабом турбулентности (перемешивания) λ

$$v' = (\varepsilon \lambda)^{1/3} \quad (1)$$

Закон одной трети, согласно формуле (1), позволяет определять v' при прочих известных величинах ε и λ и коэффициент турбулентной диффузии $D = v' \lambda$.

Однако в работе [6] для определения пульсационной скорости жидкой фазы при барботажном перемешивании предложена следующая формула

$$v' = \left(\frac{\varepsilon \lambda}{\rho \alpha} \right)^{1/3} \quad (2)$$

В этом выражении для пульсационной скорости по сравнению (1) фигурирует плотность жидкой фазы. Это можно объяснить тем, что она применена для гетерогенной газожидкостной системы, но в таких случаях энергию диссипации физичнее учитывать по отдельности как для жидкой, так и для газовой фазы. С другой стороны, на масштабах турбулентности $\lambda \gg \lambda_0$, где λ_0 масштаб турбулентного движения, когда начинает играть роль вязкость среды и диссипировать энергия, плотность среды не влияет на процесс трансформации энергии от крупномасштабных пульсаций к мелкомасштабным и появление рж в (2) вряд ли обосновано. Тем не менее, представляет интерес сравнить значения для пульсационной скорости, вычисленные по (1) и (2). Для условий движения воды при $t = 20^\circ\text{C}$ в трубе диаметром $D = 200\text{мм}$, длиной $L = 15\text{ м}$, плотностью $\rho = 998\text{ кг/м}^3$, вязкостью $\mu = 1 \cdot 10^{-3}\text{ Н}\cdot\text{с/м}^2$, энергия турбулентной диссипации $\varepsilon = 0,469 \cdot 10^{-3}\text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{с})$, что даёт значение пульсационной скорости по (1) $v' = 0,049\text{ м/с}$, а по (2) $v' = 0,00485\text{ м/с}$. Очевидно, что формула (1) более правдоподобная, так как даёт значение пульсационной скорости, более близкое к её реальному значению. Целесообразно сравнить (1) и (2) со значением v' , полученным из выражения для кинетической энергии пульсационного движения, предложенным в [2], где показано, что кинетическая энергия турбулентного движения и пульсационная скорость связаны соотношением

$$T = \rho (v')^2 / 2 \quad (3)$$

Связь T и ε выражается следующим образом

$$T = \rho \varepsilon, \quad (4)$$

где T следует относить к единице времени. Значение v' из (3), полученное при тех же режимах движения жидкой фазы, следующее: $0,03\text{ м/с}$, что гораздо ближе к значению v' , вычисленному по формуле (1).

В работе [8] показано, что свободно всплывающий пузырь газа (воздуха) совершает осциллирующие колебания с частотой

$$\omega = \left[\frac{96\sigma}{(\rho \alpha D_h)^3} \right]^{1/2}, \quad (5)$$

где σ – величина межфазного натяжения, $\rho_{ж}$ – плотность жидкости, в которой движется пузырь, Dh – диаметр пузыря.

Интерес представляет сравнение частоты осцилляции пузыря (она, хотя и косвенно, определяется пульсационным движением жидкой фазы) с частотой турбулентных пульсаций, вычисленных по формуле (2). Для системы вода – воздух частота турбулентных пульсаций ω равна по (2) равна $2,47 \cdot 10^{-3}$ с⁻¹, в то время как по формуле (5) – $0,3 \cdot 10^3$ с⁻¹. Данный пример наглядно демонстрирует, как далеки эти значения от ожидаемой величины, тогда как по формуле (1) частота равна $0,025$ с⁻¹, что гораздо ближе к наблюдаемому значению.

Отсюда можно сделать вывод, что выражения (2) и (5) для оценки частоты и периода пульсационных характеристик среды существенно расходятся, а формула (1) более объективно отражает турбулентный процесс.

Использование выражений (2) и (5) для определения характеристик турбулентного движения требует большой осторожности – данные выражения необходимо уточнять.

Режим турбулентного движения для случая, когда $Re_{т}=1$, свидетельствует о минимальном масштабе турбулентных пульсаций, соответствующем переходу кинетической энергии в энергию диссипации, т. е. когда начинает играть роль вязкость жидкости. Оценим, на каких масштабах начинает играть роль вязкость, т. е. идёт процесс диссипации, и какова при этом величина пульсационной скорости. Для случая движения воздуха по горизонтальной трубе диаметром 200 мм и длиной 15 м при температуре 20°C значение энергии турбулентного перемешивания равно $1,27$ Дж/кг·с. Тогда пульсационная скорость, соответствующая диссипации, равна $U' = 0,065$ м/с на масштабе $\lambda = 0,13 \cdot 10^{-2}$ мм.

Оценка длины свободного пробега молекулы газа азота при комнатной температуре даёт величину $4 \cdot 10^{-6}$ мм, а наивероятнейшая скорость молекул азота 400 м/с.

Полученные результаты дают следующее представление о физической картине процесса диссипации энергии при турбулентном движении газа. Разброс скоростей движения молекулы газа и турбулентного «моля» велик, что подтверждает роль вязкости среды – её внутреннего трения при трансформации энергии механического движения в тепловую, в то время как понятие вязкости для одной молекулы газа бессмысленно. Масштаб турбулентности, на котором происходит диссипация энергии, во много раз больше длины свободного пробега молекулы, что ещё раз подтверждает гипотезу о континуальном представлении газовой среды для описания физических процессов, в ней протекающих.

Библиографический список

1. Слёзкин, М. А. Динамика вязкой несжимаемой жидкости [Текст] – М: ГИТТА, 1955. – 519 с.
2. Невзглядов, В. Г. Теоретическая механика [Текст] – М: ГИФМА, 1959. – 584 с.
3. Емцев, Б. Т. Теоретическая гидродинамика [Текст] – М: Машиностроение, 1978. – 462 с.
4. Колмогоров, А. Н. Доклады Академии наук СССР. [Текст] – 1941. – Т. 32, № 1.
5. Обухов, А. М. Доклады Академии наук СССР [Текст]. – 1941. – Т. 32, № 1.
6. Левич, В.Г. Физико-химическая гидродинамика. [Текст] – Изд. 2-е, доп. и перераб. – М.: ГИФМЛ, 1959. – 700 с.
7. Размолодин, Л. П., Рыжаков, И. И. Турбулентное перемешивание в жидких и газовых потоках [Текст] // Математические методы в технике и технологиях – ММТТ-22: сб. тр. XXII Междунар. науч. конф.: в 10 т. Т. 3. Секция 3 / под общ. ред. В. С. Балакирева. – Псков: Изд-во Псков. гос. политехн. ин-та, 2009. – 160 с.
8. Rose, P. M., and R. C. Kintner. Mass Transfer from Large Oscillating Drops. // AIChE Journal. – 1966. – Vol. 12, № 3. – p. 530.