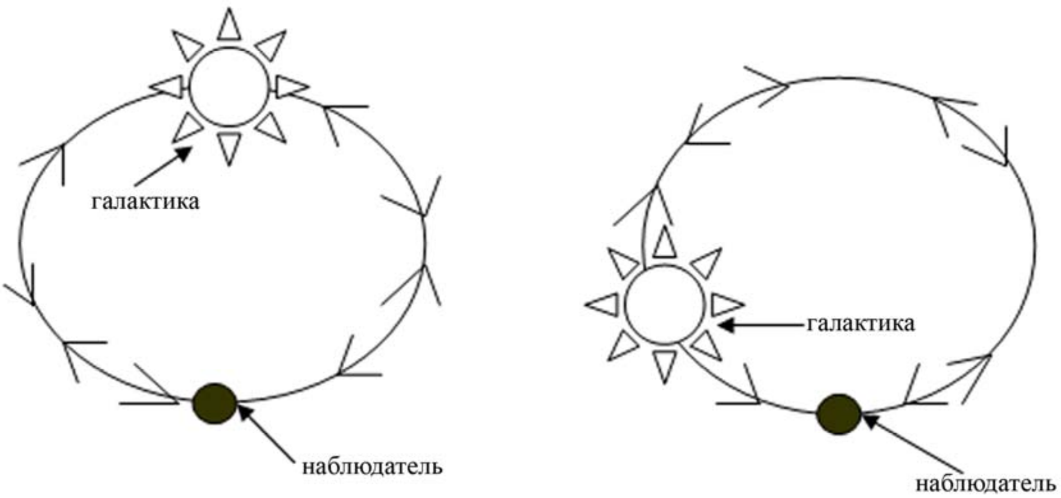
Возможно и другое, не менее эффектное наблюдение следствия космологического вращения. Предположим, что на замкнутой нуль-геодезической в произвольном месте оказалась некоторая галактика, и свет от неё дошёл до нас без помех в обе стороны (см. рис.).



Тогда в строго противоположных частях небесной сферы мы увидим её изображение либо в одинаковом возрасте (а), либо в разном (б).

Имея электронный каталог галактик (скоплений галактик), с помощью несложной компьютерной программы можно попытаться найти одинаковые по размеру и форме галактики в противоположных направлениях на небесной сфере, что послужило бы открытием вращения Вселенной.

Библиографический список

1. Whittaker, E.T. Spin in the Universe. // Yearbook of Roy. Soc. – Edinburg, 1945. – P. 5-13.
2. Gamow, G. Rotating Universe // Nature. – 1946. – V. 158. – No4016. – P. 549.
3. Короткий, В.А, Обухов, Ю.Н. Кинематический анализ космологических моделей с вращением. / ЖЭТФ. – 1991. – Вып.99. – №1. – С. 22-31.
4. Obukhov, Yu. N. On Physical Foundations and Observational Effects of Cosmic Rotation // Colloquium on Cosmic Rotation: ed. by M. Scherfner, co-ed. by T. Crobok. – 2000. – Aufl. – Berlin: Wissenschaft und Technik Verl. – 96 p.
5. Korotky V.A, Obukhov Yu.N. Bianchi-II Rotating World // Asph.Sp.Sci. – 1999. – V. 260. – P. 425-439.
6. Godel,K. An example of a new type of cosmological solutions of Einstein's field equations of gravitation. // Rev.Mod.Phys. – 1949. – V.21. – P. 447-450.

В.Г. Кречет

АСТРОФИЗИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ ГРАВИТАЦИОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВИХРЕВЫХ ПОЛЕЙ

Рассматривается динамика самогравитирующихся спинорных полей и вращающейся идеальной жидкости. Показано, что оба таких материальных распределения могут индуцировать вихревое гравитационное поле. Найден тензор энергии-импульса этого поля и показано, что у него нарушается слабое энергетическое условие, что приводит к возможности образования «кротовых нор». Получены соответствующие точные решения гравитационных уравнений.

Ключевые слова: гравитация, вихревое поле, гравитационные уравнения, «кротовые норы».

V.G. Krechet

ASTROPHYSICAL EFFECTS OF GRAVITATIONAL INTERACTION OF VORTICAL FIELDS

We consider the dynamics of self-gravitating spinor field and a rotating perfect fluid. It is shown that both can induce a vortex gravitation field. The energy-momentum tensor of this field has been found and shown to violate the week energy condition which leads to possible formation “warm-holes”. The corresponding exact solutions to the gravitation equation gravitation equation have been found.

Key words: gravitation, rotating perfect field, gravitation equation, “warmholes”.

Как было нами показано ранее [1],[2], самогравитирующее дираковское спинорное поле, определяемое лагранжианом

$$L(\psi)=\frac{\hbar c}{2}\left[\nabla_i\bar{\psi}\gamma^i\psi-\bar{\psi}\gamma^i\nabla_i\psi-F(\bar{\psi}\psi)\right], \tag{1}$$

может взаимодействовать с вихревой составляющей гравитационного поля, в результате чего этот лагранжиан принимает вид

$$L(\psi)=\frac{\hbar c}{2}\left[\partial_i\bar{\psi}\gamma^i\psi-\bar{\psi}\gamma^i\nabla_i\psi+\omega^i\cdot(\bar{\psi}\gamma_i\gamma_5\psi)-F(\bar{\psi}\psi)\right], \tag{2}$$

Здесь ω^i – 4-вектор ротора тетрады: $\omega^i=\frac{1}{2}\varepsilon^{iklm}e_k^{(a)}e_{(a)l;m}$, т.е. 4-вектор вихря гравитационного поля, $\nabla_\alpha\psi$ – ковариантная производная спинорной функции $\psi(x^k)$: $\nabla_k\psi=\partial_k\psi-\Gamma_k\psi$, где Γ_k – коэффициенты спинорной связности, γ_k – криволинейные матрицы Дирака, определяемые из условия фундаментальной связи пространства со спином: $\gamma_i\gamma_k+\gamma_k\gamma_i=2g_{ik}\cdot I,$ а аксиальный вектор $\bar{\psi}\gamma_i\gamma_5\psi$ пропорционален 4-вектору плотности собственного углового момента (спина) спинорного поля $S_k(\psi)=\frac{\hbar c}{2}\bar{\psi}\gamma_k\gamma_5\psi$; $F(\bar{\psi}\psi)$ – потенциал спинорного поля, зависящий от инварианта $\bar{\psi}\psi$. Например, в случае массивного спинорного поля $F(\bar{\psi}\psi)=2m\bar{\psi}\psi$.

При варьировании полного лагранжиана системы гравитационного и спинорного полей $L=-\frac{R}{2ж}+L(\psi)$ по ω^i находим связь между вихрем гравитационного поля и плотностью спина спинорного поля:

$$\omega^i=ж\frac{\hbar c}{4}\bar{\psi}\gamma^i\gamma_5\psi. \tag{3}$$

Учитывая эту связь, лагранжиан спинорного поля (2) приводим к виду

$$L(\psi)=\frac{\hbar c}{2}\left[\partial_k\bar{\psi}\gamma^k\psi-\bar{\psi}\gamma^k\partial_k\psi+\frac{ж\hbar c}{2}(\bar{\psi}\gamma^k\gamma_5\psi)(\bar{\psi}\gamma_k\gamma_5\psi)-F(\bar{\psi}\psi)\right], \tag{4}$$

то есть получили лагранжиан нелинейного спинорного поля с квадратичной псевдовекторной нелинейностью, где κ = 8πG/c4 – гравитационная константа Эйнштейна.

Взаимодействие такого нелинейного спинорного поля с гравитационным полем, даже при отсутствии у него вихревой составляющей, например, в случае сферической симметрии, приводит к интересному результату. Сферически симметричными конфигурациями спинорного поля получаются поля с радиально поляризованным вектором плотности спина

$$S_i(\psi)=\tfrac{\hbar c}{2}\bar{\psi}\gamma_i\gamma_5\psi=\delta_i^1\bar{\psi}\gamma_1\gamma_5\psi\,\tfrac{\hbar c}{2},$$

распределенным подобно силовым электрическим линиям точечного электрического разряда. Метрику статического сферически-симметричного пространства выбираем в виде

$$ds^2=e^{\nu(r)}dt^2-e^{\lambda(r)}dr^2-r^2(d\theta^2+\sin^2\theta\,d\varphi^2). \tag{5}$$

Компоненты тензора энергии-импульса нелинейного спинорного поля (4) при отсутствии потенциала $F(\bar{\psi}\psi)$ будут иметь вид

$$T_{ik}(\psi) = \frac{hc}{4}\left[\nabla_i\bar{\psi}\gamma_k\psi + \nabla_k\bar{\psi}\gamma_i\psi - \bar{\psi}\gamma_i\nabla_k\psi - \bar{\psi}\gamma_k\nabla_i\psi\right] - \frac{hc}{2}\frac{жhc}{2}(\bar{\psi}\gamma^s\gamma_s\psi)(\bar{\psi}\gamma_s\gamma_5\psi)g_{ik}. \quad (6)$$

Решая совместную систему уравнений Эйнштейна и спинорного поля (4),

$$\begin{cases} R_{ik} - \frac{1}{2}Rg_{ik} = жT_{ik}(\psi), (7) \\ \gamma^k\nabla_k\psi - \frac{жhc}{2}(\bar{\psi}\gamma^k\gamma_5\psi)\gamma_k\gamma_5\psi = 0 \end{cases} \quad (7)$$

в пространстве с метрикой (5), находим спинорную функцию $\psi(r)$ и метрические коэффициенты: λ(r) = r2 /(r2 – a 2) и ν(r) = 0. Если сделать преобразование : r 2 – a2 = x2, чтобы не изменялась сигнатура метрики, то метрика (5) запишется в следующем виде

$$ds^2 = dt^2 - dx^2 - (x^2 + a^2)(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2); \qquad (-\infty < x < \infty, \quad a = const). \quad (8)$$

Получилась метрика пространства-времени «кротовой норы», соединяющей два асимптотически плоских пространства. Здесь постоянная α определяет радиус горловины «кротовой норы». В данном случае

$$a = l_0 s_0 \sqrt{\tfrac{ж}{\varepsilon_0}},$$

где $l_0 = \sqrt{жhc}$ – планковская длина, а s_0 и ε_0 – граничные значения плотности потока спина и плотности энергии спинорного поля при $x = 0$. Отсюда видно, что радиус горловины «кротовой норы», образованный поляризованным самогравитирующим спинорным полем, порядка планковской длины. Это обусловлено тем, что коэффициент при нелинейности $\frac{жhc}{2} = l_0^2$ – порядка квадрата планковской длины. Но если этот коэффициент при нелинейности будет намного больше, то и горловина «кротовой норы» будет во много раз шире.

Простым примером пространства-времени со стационарным вихревым гравитационным полем есть пространство-время с цилиндрически-симметричной метрикой

$$ds^2 = D(x)\,dt^2 - A(x)\,dx^2 - B(x)\,d\alpha^2 - A(x)\,dz^2 - 2E(x)\,d\alpha\,dt. \quad (9)$$

При этом геометрические свойства пространственно-подобного сечения определяются 3-мерным элементом

$$dl^2 = A\,dx^2 + \frac{BD + E^2}{D}d\alpha^2 + A\,dz^2, \quad (10)$$

а интенсивность стационарного гравитационного вихря $\omega = (\omega_k\omega^k)^{1/2}$ определяется выражением

$$\omega = \frac{E'D - D'E}{2DA^{1/2}(E^2 + BD)^{1/2}}, \quad (11)$$

где «штрих» обозначает дифференцирование по координате x. В пространственной метрике (10) метрический коэффициент $R(x) \equiv \frac{BD+E^2}{D}$ при угловой части определяет эффективное расстояние до оси симметрии (вращения). Из вакуумных уравнений Эйнштейна $R_{ik} = 0$ для пространства с метрикой (9) можно получить уравнение для коэффициента $R(x)$:

$$A^{-1}\left[\frac{R''}{R} + \frac{R'}{2R}\left(\frac{D'}{D} - \frac{R'}{R}\right)\right] = \frac{4\omega^2}{c^2}. \quad (12)$$

Правая часть в уравнении (12), пропорциональная ω^2, положительно определена. Поэтому в точке, где $R' = 0$ (в точке минимума), получается $R'' = 0$, а это есть необходимое условие существования «кротовой норы», т.е. вихревое гравитационное поле может индуцировать ее образование. В самом деле, решение вакуумных уравнений Эйнштейна $R_{ik} = 0$ в рассматриваемой метрике описывает пространство-время с геометрий «кротовой норы»:

$$A(x) = \frac{c}{b\omega_0\left(\frac{x^2}{b^2}+1\right)^2}; \quad D(x) = \frac{exp\left(\arcsin\left(\frac{x^2}{b^2}+1\right)^{-1}\right)}{\frac{x^2}{b^2}+1}; (14)$$

$$R(x) = \frac{BD+E^2}{D} = (x^2+b^2)exp\left(\arcsin\left(\frac{x^2}{b^2}+1\right)^{-1}\right); (15)$$

$$\omega = \frac{\omega_0}{AD^{1/2}}; \quad (\omega_0 = const, \quad b = const, \quad -\infty < x < \infty). \tag{13}$$

Здесь видно, что угловой метрический коэффициент $R(x)$, определяющий расстояние до оси симметрии, нигде в нуль не обращается и в точке $x = 0$ (в месте <<горловины>>) имеет минимум: $R(x)_{min} = b^2 \cdot exp(\frac{\pi}{2}) \neq 0$, так что радиус горловины получившейся «кротовой норы» $a = b \cdot exp(\frac{\pi}{4})$. Здесь b – постоянная интегрирования. Таким образом, свободное вихревое гравитационное поле может образовывать «кротовые норы» – пространственные тоннели, соединяющие различные области пространства-времени.

Индуцировать образование «кротовых нор» могут кроме вихревого гравитационного и другие вихревые поля, например, азимутальное магнитное поле H_α.

В статическом цилиндрически-симметричном пространстве-времени с азимутальным магнитным полем $H_\alpha = F_{13}$, описываемым метрикой

$$ds^2 = D(x)\,dt^2 - A(x)\,dx^2 - R^2(x)\,d\alpha^2 - A(x)\,dz^2, \tag{14}$$

из системы уравнений Эйнштейна-Максвелла для углового метрического коэффициента $R(x)$, имеем уравнение

$$A^{-1}\left[\frac{R''}{R} + \frac{R'}{2R}\left(\frac{D'}{D} - \frac{R'}{R}\right)\right] = 2\text{ж}H_\alpha^2. \tag{15}$$

Здесь так же, как и для случая вихревого гравитационного поля, правая часть в (15) положительна определена, а следовательно, и R'' при $R' = 0$ так же положительна, что, как указывалось выше, является необходимым условием для образования «кротовой норы». Решение уравнений Эйнштейна-Максвелла и самом деле описывают геометрию пространства-времени «кротовой норы»:

$$A(x) = \frac{\text{ж}I_z^2}{8\pi k^2}{}^2(kx)\cdot e^{5kx}, \quad D(x) = \frac{\text{ж}I_z^2}{8\pi k^2}{}^2(kx)\cdot e^{4kx}, \tag{16}$$

а функция $R(x)$, определяющая расстояние до оси симметрии ($x = 0$), получается в виде

R(x) = I0 coh(x)exp(x/2)/k (17)

Здесь k — постоянная интегрирования, I0 — плотность линейного осевого электрического тока, являющегося источником азимутального магнитного поля. Из (17) видно, что $R(x)$ нигде в нуль не обращается и $R(x) \to \infty$ при $x \to +\infty$, и при $x \to -\infty$, т.е. имеем «кротовую нору», соединяющую две удаленные области пространства. Радиус горловины получившейся «кротовой норы» пропорционален плотности осевого электрического тока I0.

Из приведенных результатов видно, что самогравитирующие вихревые поля (спинорное, гравитационное и магнитное) могут образовывать «кротовые норы». Так что для этой цели можно не использовать «фантомную материю» или скалярное поле с отрицательным кинетическим членом, тем более, неизвестно, как их получить.

В то время, как известно, вихревое азимутальное магнитное поле индуцируется линейным электрическим током, а вихревое гравитационное поле, как мы показали, индуцируется поляризованным спином спинорного поля.

Ниже мы покажем, что источником вихревого гравитационного поля может являться и вращающаяся сплошная среда, например, идеальная жидкость. Для этого мы рассмотрим гравитационное взаимодействие вращающейся с угловой скоростью $\omega(x^k)$ идеальной жидкости в пространстве-времени с метрикой (9), где, как мы показали выше, существует стационарное вихревое гравитационное поле, и покажем, что вращающаяся самогравитирующая идеальная жидкость может быть источником метрики (9). Для этого рассмотрим совместную систему уравнений Эйнштейна с тензором энергии-импульса идеальной жидкости:

$$R_{ik} - \frac{1}{2} R g_{ik} = æ\left[U_i U_k (p+\varepsilon) - p g_{ik}\right] \tag{18}$$

в пространстве-времени с метрикой (9). Используем сопутствующую систему отсчета, в которой 4-скорость вращающейся жидкости будет иметь вид $U^i = (1/\sqrt{D}, 0, 0, 0)$. В этом случае 4-вектор U^i будет являться времени-подобным вектором монады, определяющей вращающуюся систему отсчета, а угловая скорость жидкости будет являться одновременно угловой скоростью вращения конгруэнции мировых времени-подобных линий монады. При данной постановке задачи, используя монадный формализм [3], из системы уравнений Эйнштейна и идеальной жидкости (18) в метрике (9) можно получить уравнение для метрического коэффициента $R(x) = \frac{E^2 + BD}{D}$ при угловой части, определяющего расстояние от оси вращения (Oz):

$$A^{-1}\left[\frac{R''}{R} + \frac{R'}{2R}\left(\frac{D'}{D} - \frac{R'}{R}\right)\right] = æ(p-\varepsilon) + \frac{4\omega^2}{c^2}. \tag{19}$$

Из этого уравнения следует, что когда

$$\frac{4\omega^2}{c^2} > æ(p-\varepsilon), \tag{20}$$

то $R'' > 0$ в точке, где $R' = 0$, а это есть необходимое условие существования «кротовой норы».

Поэтому и неравенство (20) является необходимым условием образования «кротовой норы» вращающейся идеальной жидкости.

В случае предельно жесткого уравнения состояния ($p = \varepsilon$) условие (20) заведомо выполняется. Соответствующее точное решение уравнений Эйнштейна (18) для самогравитирующей вращающейся идеальной жидкости с предельным уравнением состояния следующее:

$$A = D = 1; \quad \omega = \omega_0 = const; \quad p = \varepsilon = \frac{\omega_0^2}{æ\, c^2} = const;$$

$$R(x) = b^2 \frac{\omega_0 x}{c}; \quad (-\infty < x < \infty), \quad b = const. \tag{21}$$

Решение (21) показывает, что самогравитирующая идеальная жидкость с предельным уравнением состояния вращается как твердое тело и образует «кротовую нору», соединяющую два плоских пространства, поскольку метрический коэффициент $R(x) = \frac{BD+E^2}{D}$ при угловой части эффективной пространственной метрики, определяющий расстояние до оси вращения, везде больше нуля и $R(x) \to \infty$ при $x \to \pm\infty$, а метрические коэффициенты $D(x) = g_{00} = 1$, $A(x) = g_{11} = 1$, как для плоского пространства.

То, что вихревое гравитационное поле может индуцировать образование «кротовых нор», объясняется тем, что оно имеет определенный тензор энергии-импульса $T_{ik}(\omega)$, все компоненты которого пропорциональны ω^2, а компоненты, соответствующие давлению $p_i(\omega)$, отрицательны [1], и для него нарушается как сильное энергетическое условие ($\varepsilon(\omega) + p_1 + p_2 + p_3(\omega) > 0$), так и слабое ($\varepsilon + \frac{p_1+p_2+p_3}{3} > 0$), т.е. этот тензор обладает «фантомными» свойствами. Этот тензор имеет структуру тензора энергии-импульса идеальной жидкости с анизотропным отрицательным давлением

$$T_{ik}(\omega) = [p_1(\omega) + \varepsilon(\omega)]U_i U_k - (p_2 - p_1)\chi_i \chi_k - pg_{ik} \qquad (22)$$

Для тензора $T_{ik}(\omega)$ выполняется локальный закон сохранения: $T^i_k(\omega)_{;i} = 0$. Решение для интенсивности вихря $\omega = \frac{\omega_0}{AD^{1/2}}$ в формулах (13) как раз является интегралом этого уравнения. В случае стационарного вихревого гравитационного поля в пространстве-времени, описываемого метрикой (9), тензор энергии-импульса этого поля $T_{ik}(\omega)$ имеет следующие компоненты:

$$T^i_k(\omega) = \frac{\omega}{æ\, c^2} \cdot diag(1,1,1,3) \qquad (23)$$

Отсюда видно, что отрицательное давление $p_z = -\frac{3\omega^2}{æ\, c^2}$ вдоль оси вращения по величине в три раза больше радиального $p_r = -\frac{\omega^2}{æ\, c^2}$ и трансверсального $p_\alpha = -\frac{\omega^2}{æ\, c^2}$ давлений, а сумма $\varepsilon(\omega) + \frac{p_r + p_\alpha + p_z}{3} = -\frac{3\omega^2}{2æ\, c^2} < 0$, то есть нарушается слабое энергетическое условие, что и приводит к возможности образования «кротовой норы». Кроме того, поскольку осевое отрицательное давление в три раза превосходит остальные компоненты давления, то при гравитационном коллапсе очень массивного вращающегося астрофизического объекта (самых массивных звезд, ядер галактик), в процессе которого плотность вещества чрезвычайно увеличивается вместе со скоростью вращения, то образуется вихревое гравитационное поле типа (23). В результате может образоваться устойчивый быстро вращающийся астрофизический объект с предельно жестким уравнением состояния и вытянутый вдоль оси вращения, представляющий собой «кротовую нору», которая описывается приведенным выше решением (21) для стационарной конфигурации вращающейся идеальной жидкости с предельным уравнением состояния.

Следовательно, конечным состоянием эволюции астрофизических объектов (звезд различной массы и ядер галактик), кроме трех известных, – белый карлик, нейтронная звезда (пульсар), «черная дыра», возможно для сильно массивных объектов и четвертое состояние – «кротовая нора» – с уравнением состояния вещества, близким к предельному и с интенсивным вращением.

Таким образом, мы показали, что вихревые поля: спинорное, гравитационное и магнитное, – могут образовывать «кротовые норы». При этом источником вихревого гравитационного поля могут являться спинорное поле с поляризованным спином и быстро вращающаяся сплошная среда, и вследствие этого возможно еще одно конечное состояние эволюции астрофизических объектов –

«кротовая нора», т.е. возможно, что в ядрах некоторых галактик находятся не «черные дыры», а «кротовые норы».

Библиографический список

1. Кречет, В.Г. // Изв. вузов. Физика. – 2005. –№ 3. С. 3–6.
2. V.G. Krechet, D.V. Sadovnikov // Gravitation & Cosmology – 2007. – Vol. 52. – №4.
3. Владимиров, Ю.С. Системы отсчета в теории гравитации [Текст]. – М.: Энергоиздат, 1982.

В.Г. Кречет, Е.Ю. Орлова

ПЯТИМЕРНЫЕ КОСМОЛОГИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СО СПИНОРНЫМИ ПОЛЯМИ

Исследуются 5-мерные космологические модели со спинорными полями. Рассматриваются соответствующие гравитационные уравнения и найдены свойства эволюции этих космологических моделей. Показано, что влияние дополнительного пространственного измерения эквивалентно наличию «темной материи».

Ключевые слова: 5-мерное пространство-время, гравитация, спинорные поля, космологические модели.

V.G. Krechet, E.Ju. Orlova

FIVE-MEASURED COSMOLOGICAL MODELS WITH SPINOR FIELDS

The 5-dimention cosmological models with the spinor fields are investigated. The corresponding gravitation equations are solving and the properties of these cosmological models have been found. It is shown that the influence of 5-dimention is equivalence to the “dark matter” availability.

Key words: 5-dimention cosmological models, gravitation, spinor fields, cosmological models.

В настоящее время в связи с обнаружением факта ускоренного расширения Вселенной в современную эпоху возникла проблема объяснения этого явления. Большинство космологов объясняет его наличием во Вселенной еще одной невидимой компоненты материи (кроме обнаруженной ранее «темной материи», обеспечивающей гравитационную устойчивость галактик), названной «темной энергией». Считается, что новая невидимая компонента, составляющая по массе около 70% от всей массы материи Вселенной, имеет отрицательное давление, что и создает силы расталкивания – антигравитацию, вызывающие наблюдаемое ускоренное расширение Вселенной. Возникает проблема объяснить природу этой «темной энергии», как и природу «темной материи», которая также еще далека от полного объяснения, или хотя бы на начальном этапе построить подходящие модели для этих двух невидимых компонент.

Наиболее распространенной моделью для «темной энергии» является идеальная жидкость с баротропическим уравнением состояния $p = w\varepsilon$, где $p -$ давление, $\varepsilon -$ плотность энергии и $w -$ коэффициент баротропности. Для «темной энергии» должно быть $w < -\frac{1}{3}$, чтобы нарушалось сильное энергетическое условие: $\varepsilon + 3p > 0$, что характерно для «темной энергии».
В наших работах [1, 2] мы предложили полевую модель для «темной энергии», что является более фундаментальным способом описания материи, так как для полевых моделей можно ввести вариационный принцип и найти соответствующий лагранжиан. Было показано, что в космологии хорошей полевой моделью идеальной жидкости является нелинейное спинорное поле $\Psi(x^i)$ с нелинейностью типа $(\overline{\Psi}\Psi)^n$ соответствующим лагранжианом: