«кротовая нора», т.е. возможно, что в ядрах некоторых галактик находятся не «черные дыры», а «кротовые норы».

Библиографический список

1. Кречет, В.Г. // Изв. вузов. Физика. – 2005. –№ 3. С. 3–6.
2. V.G. Krechet, D.V. Sadovnikov // Gravitation & Cosmology – 2007. – Vol. 52. – №4.
3. Владимиров, Ю.С. Системы отсчета в теории гравитации [Текст]. – М.: Энергоиздат, 1982.

В.Г. Кречет, Е.Ю. Орлова

ПЯТИМЕРНЫЕ КОСМОЛОГИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СО СПИНОРНЫМИ ПОЛЯМИ

Исследуются 5-мерные космологические модели со спинорными полями. Рассматриваются соответствующие гравитационные уравнения и найдены свойства эволюции этих космологических моделей. Показано, что влияние дополнительного пространственного измерения эквивалентно наличию «темной материи».

Ключевые слова: 5-мерное пространство-время, гравитация, спинорные поля, космологические модели.

V.G. Krechet, E.Ju. Orlova

FIVE-MEASURED COSMOLOGICAL MODELS WITH SPINOR FIELDS

The 5-dimention cosmological models with the spinor fields are investigated. The corresponding gravitation equations are solving and the properties of these cosmological models have been found. It is shown that the influence of 5-dimention is equivalence to the “dark matter” availability.

Key words: 5-dimention cosmological models, gravitation, spinor fields, cosmological models.

В настоящее время в связи с обнаружением факта ускоренного расширения Вселенной в современную эпоху возникла проблема объяснения этого явления. Большинство космологов объясняет его наличием во Вселенной еще одной невидимой компоненты материи (кроме обнаруженной ранее «темной материи», обеспечивающей гравитационную устойчивость галактик), названной «темной энергией». Считается, что новая невидимая компонента, составляющая по массе около 70% от всей массы материи Вселенной, имеет отрицательное давление, что и создает силы расталкивания – антигравитацию, вызывающие наблюдаемое ускоренное расширение Вселенной. Возникает проблема объяснить природу этой «темной энергии», как и природу «темной материи», которая также еще далека от полного объяснения, или хотя бы на начальном этапе построить подходящие модели для этих двух невидимых компонент.

Наиболее распространенной моделью для «темной энергии» является идеальная жидкость с баротропическим уравнением состояния $p = w\varepsilon$, где $p -$ давление, $\varepsilon -$ плотность энергии и $w -$ коэффициент баротропности. Для «темной энергии» должно быть $w < -\frac{1}{3}$, чтобы нарушалось сильное энергетическое условие: $\varepsilon + 3p > 0$, что характерно для «темной энергии».
В наших работах [1, 2] мы предложили полевую модель для «темной энергии», что является более фундаментальным способом описания материи, так как для полевых моделей можно ввести вариационный принцип и найти соответствующий лагранжиан. Было показано, что в космологии хорошей полевой моделью идеальной жидкости является нелинейное спинорное поле $\Psi(x^i)$ с нелинейностью типа $\left(\overline{\Psi}\Psi\right)^n$ соответствующим лагранжианом:

$$L(\Psi) = \frac{\hbar c}{2}(\nabla_i \overline{\Psi} \gamma^i \Psi - \overline{\Psi} \gamma^i \nabla_i \Psi - 2\mu \overline{\Psi} \Psi - \lambda (\overline{\Psi} \Psi)^n), \tag{1}$$

где $\mu = \frac{mc}{\hbar}, n = w + 1$. Тогда если $n > 1,$ то $w > 0,$ и имеем соответствие с обычной баротропической идеальной жидкостью, если $n < 1,$ то $w < 0,$ и получим соответствие с жидкостью с отрицательным давлением, что характерно для «темной энергии». Если же $n = 0,$ то $w = -1\,(p + \varepsilon = 0),$ и имеем вакуумно-подобный тип идеальной жидкости, описываемой космологическим $\Lambda -$членом. Поэтому мы, с целью построения адекватной космологической модели с наличием «темной энергии», рассматриваем однородную космологическую модель с нелинейным спинорным полем (1), где спинорная функция Ψ зависит только от времени t: $\Psi = \Psi(t).$ Кроме того, в (1) коэффициенты $\gamma^i -$есть матрицы Дирака, удовлетворяющие условию:

$$\gamma_i \gamma_k + \gamma_k \gamma_i = 2g_{ik}. \tag{2}$$

$\nabla_i \Psi -$ есть ковариантная производная спинора Ψ.

$$\nabla_i \Psi = \frac{\partial \Psi}{\partial x^i} - \Gamma_i \Psi,$$

где $\Gamma_i -$ коэффициенты спинорной связности, определяемые формулой:

$$\Gamma_i = \frac{1}{4}\gamma^k \left(\Gamma^s_{ik}\gamma_s - \delta_i \gamma_k\right). \tag{3}$$

Здесь мы рассматриваем 5 – мерные космологические модели с дополнительным пространственным измерением, так что метрика таких моделей будет иметь вид:

$$dS^2 = a^2(t)\left(dx^2 + dy^2 + dz^2\right) - dt^2 + b^2(t)(dx^5)^2, \tag{4}$$

где $a(t)$ и $b(t)$ – масштабные факторы, определяющие характер космологической модели. Такой выбор размерности пространства – времени обусловлен двумя причинами.

Во-первых, мы предполагаем, что влиянием дополнительного измерения можно объяснить эффект наличия «темной материи», так как масштабный фактор $b(t)$ при дополнительной координате x^5 можно рассматривать как некоторое скалярное поле.

Во-вторых вообще дираковское спинорное поле Ψ присуще более корректно 5 – мерному пространству – времени, так как оно реализует представление алгебры Клиффорда C (4,1) – соответствующей 5 – мерному пространству – времени с дополнительным пространственным измерением, а матрицы Дирака γ_i, включая в них и матрицу $\gamma_5\ (\gamma_5^2 = 1)$, являются образующими этой алгебры.

Для метрики (4) матрицы Дирака определяются формулами:

$$\gamma_1 = a(t)\widetilde{\gamma}_1; \quad \gamma_2 = a(t)\widetilde{\gamma}_2; \quad \gamma_3 = a(t)\widetilde{\gamma}_3; \quad \gamma_4 = \widetilde{\gamma}_4; \quad \gamma_5 = b(t)\widetilde{\gamma}_5; \tag{5}$$

где $\widetilde{\gamma}_i -$матрицы Дирака пространства Минковского. Коэффициенты спинорной связности $\Gamma_к$ соответственно будут иметь вид:

$$\Gamma_1 = \frac{\dot{a}}{2}\tilde{\gamma}_1\tilde{\gamma}_4;\ \Gamma_2 = \frac{\dot{a}}{2}\tilde{\gamma}_2\tilde{\gamma}_4; \Gamma_3 = \frac{\dot{a}}{2}\tilde{\gamma}_3\tilde{\gamma}_4; \Gamma_4 = 0; \Gamma_5 = -\frac{\dot{b}}{2}\tilde{\gamma}_4\tilde{\gamma}_5. \quad (6)$$

Тогда уравнения для спинорной функции $\Psi(t)$ и сопряженной функции $\overline{\Psi}(t)$ в метрике (3) будут следующие:

$$-\tilde{\gamma}_4\partial_t\Psi - \frac{3}{2}\frac{\dot{a}}{a}\tilde{\gamma}_4\Psi - \frac{\dot{b}}{2b}\tilde{\gamma}_4\Psi + \mu\Psi = 0$$

$$-\partial_t\overline{\Psi}\tilde{\gamma}_4 - \overline{\Psi}\frac{3}{2}\frac{\dot{a}}{a}\tilde{\gamma}_4 - \overline{\Psi}\frac{\dot{b}}{2b}\tilde{\gamma}_4 - \mu\overline{\Psi} = 0. \quad (7)$$

Из этих спинорных уравнений (7) получаем уравнение для спинорного инварианта $(\overline{\Psi}\Psi)$:

$$\frac{d(\overline{\Psi}\Psi)}{dt} + \left(\frac{3\dot{a}}{a} + \frac{\dot{b}}{b}\right)\overline{\Psi}\Psi = 0. \quad (8)$$

Его решение следующее:

$$\overline{\Psi}\Psi = \frac{s_0}{a^3 b}, (s_0 = const). \quad (9)$$

Тензор энергии – импульса спинорного поля типа (1) в общем случае определяется формулой:

$$T_{ik}(\Psi) = \frac{\hbar c}{4}\left[\nabla_i\overline{\Psi}\gamma_k\Psi + \nabla_k\overline{\Psi}\gamma_i\Psi - \overline{\Psi}\gamma_i\nabla_k\Psi - \overline{\Psi}\gamma_k\nabla_i\Psi\right] - L(\Psi)g_{ik}. \quad (10)$$

В рассматриваемом случае в силу уравнений спинорного поля (7) спинорный лагранжиан (1) будет иметь вид: $L(\Psi) = \frac{\hbar c}{2}\left[\lambda(n-1)(\overline{\Psi}\Psi)^n\right]$,

или же с учетом (9): $$L(\Psi) = \lambda\frac{\hbar c}{2}(n-1)\left(\frac{s_0}{a^3 b}\right)^n. \quad (11)$$

Теперь, с использованием спинорных уравнений (7) и выражения для $L(\Psi)$ (11), компоненты $T_{ik}(\Psi)$ (10) окончательно запишутся в виде:

$$T_1^1 = T_2^2 = T_3^3 = -\frac{\hbar c}{2}\lambda(n-1)\left(\frac{s_0}{a^3 b}\right)^n; T_4^4 = \frac{\hbar c}{2}\left[-\frac{2\mu s_0}{a^3 b} + \lambda\left(\frac{s_0}{a^3 b}\right)^n\right];$$

$$T_5^5 = -\frac{\hbar c}{2}\lambda(n-1)\left(\frac{s_0}{a^3 b}\right)^n. \quad (12)$$

Подставляя полученные компоненты $T_{ik}(\Psi)$ в уравнения Эйнштейна для данной космологической модели, получаем систему уравнений, описывающую эволюцию Вселенной с нелинейным спинорным полем:

$$2\frac{\ddot{a}}{a}+\frac{\ddot{b}}{b}+\frac{\dot{a}^2}{a^2}+2\frac{\dot{a}\dot{b}}{ab}=-\frac{\chi\hbar c}{2}\lambda(n-1)\left(\frac{s_0}{a^3b}\right)^n$$

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2}+\frac{\dot{a}\dot{b}}{ab}=\frac{\chi\hbar c}{6}\left[-\frac{2\mu s_0}{a^3b}+\lambda\left(\frac{s_0}{a^3b}\right)^n\right]$$

$$\frac{\ddot{a}}{a}+\frac{\dot{a}^2}{a^2}=-\frac{\chi\hbar c}{6}\lambda(n-1)\left(\frac{s_0}{a^3b}\right)^n \quad . \qquad (13)$$

Рассматривая сначала массивное линейное спинорное поле $(\lambda=0)$ в 5 – мерной Вселенной, получаем следующее решение системы уравнений (13):

$$a(t)=a_0t^{\frac{1}{2}};\quad b(t)=b_0t^{\frac{1}{2}}+\frac{c_0}{\sqrt{t}}$$ (b_0,a_0,c_0- постоянные). (14)

Отсюда видно, что в модели имеется начальная сингулярность, и она расширяется с замедлением $(\ddot{a}<0;\ddot{b}<0)$.

Переходя к 4-мерию $(b=1)$, для эволюции Вселенной, получаем формулу:

$$a(t)=a_0t^{\frac{2}{3}}\ (a_0=const). \qquad (15)$$

Это выражение совпадает с $a(t)$, полученным для случая космологической модели с пылевидной материей, то есть массивное дираковское спинорное поле играет роль идеальной жидкости с нулевым давлением.

В случае нелинейного спинорного поля $(\mu=0,\lambda\neq 0)$ решение для масштабного фактора $a(t)$ при $n>0$ следующее:

$$a(t)=a_0t^{\frac{2}{3n}} \quad . \qquad (16)$$

Отсюда видно, что когда степень нелинейности $n>\frac{2}{3}$, то расширение происходит с замедлением $(\ddot{a}<0)$, а если $0<n<\frac{2}{3}$, то расширение Вселенной происходит по степенному закону (степенная инфляция).

При $n<0$ решение для масштабного фактора $a(t)$ следующее:

$$a(t)=\frac{a_0}{\left(1-\frac{t}{t_f}\right)^{\frac{2}{3\beta}}}\quad (\beta=-n),\quad t_f=const-$$ значение финального времени. (17)

Из решения (17) видно, что в такой космологической модели отсутствует начальная сингулярность, но существует сингулярность в будущем при $t\to t_f$ («Большой Крах»): $a(t)\to\infty$ при $t\to t_f$.

Переходя теперь к 5 – мерной космологической модели из системы космологических уравнений со спинорным полем (13), для интегрального масштабного фактора $\tau(t) = a^3 b$ получаем следующее уравнение:

$$\frac{\ddot{\tau}}{\tau} = \frac{4M}{\tau} + \frac{4\chi\hbar c s_0^2(2-n)}{\tau^n}, \quad (M \equiv \chi\hbar c\mu s_0) \qquad (18)$$

Отсюда видно, что случай квадратичной нелинейности спинорного поля ($n = 2$) в пятимерии является выделенным, так как в этом случае $\tau(t)$ от спинорной нелинейности не зависит. При этом ($n = 2$) уравнение (18) примет вид: $\ddot{\tau} = 4M = const$, отсюда $\tau = 2Mt^2 + c_1 t, \quad (c_1 = const)$, а для функций $a(t)$ и $b(t)$ решение приведено в формуле (14).

При $n \neq 2$ и $\mu = 0$ для функции $\tau(t)$ получается решение:

$$\tau(t) = \left[n\sqrt{\chi\hbar c s_0}\, t + t_0\right]^{\frac{2}{n}}, \quad (t_0 = const) \qquad (19)$$

Отсюда следует, что при $n < \frac{1}{2}$ получается степенная инфляция, а при $n < 0$ получается отсутствие начальной сингулярности, но сингулярность в будущем:

$$\tau(t) = \frac{\tau_0}{\left(1 - \frac{t}{t_f}\right)^{\beta}} \quad (\beta = -n).$$

Если $\tau \to \infty$ при $t \to t_f$, то получается, что за конечное время $(t = t_f)$ скорость расширения Вселенной и ее размеры стремятся к бесконечности («Большой Треск» – разрыв пространства).

Библиографический список

1. Кречет, В.Г., Фильченков, М.Л., Шикин, Г.Н. Nonlinear Scalar and spinor fields simulating perfect fluid // 13российская гравитационная конференция – международная конференция по гравитации, космологии и астрофизике: тезисы докладов. – М.: РУДН, 2008. – С. 62.
2. Орлова, Е.Ю. Пятимерная космология с нелинейным спинорным полем. [Текст] // 13российская гравитационная конференция - международная конференция по гравитации, космологии и астрофизике: тезисы докладов. – М.: РУДН, 2008. – С. 118.

И.В. Сандина

СИСТЕМА ВРАЩАЮЩИХСЯ ТЕЛ И ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

На основе метода Фока решена самосогласованная задача о вращении системы сферически-симметричных тел в пост-ньютоновском приближении. Проанализированы характер движения тел и законы сохранения. Полученные результаты дают естественное объяснение появлению вращения в иерархии космических объектов.

Ключевые слова: метод Фока, самосогласованная задача, уравнения вращательного движение системы гравитирующих тел.