

$\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ ограниченных измеримых функций, множество сумм которого нелинейно в пространстве $L^*_M(0,1)$ и $\int_0^1 M(f_n(t))dt = a_n$ при всех $n=1, 2, \dots$

Библиографический список

1. Steinitz E. Bedingt konvergente Reihen und konvexe systeme // J.Reine Angrew.Nath., 1913, V. 143, P. 128-175; 1914, V. 144, P. 1-49; 1916, V. 146, P. 68-111
2. Красносельский, М.А., Рутцкий, Я.В. Выпуклые функции и пространства Орлича [Текст]. – М.: Физматгиз, 1958.
3. Кадец, М.И. Об условно сходящихся рядах в пространстве L_p // Успехи матем. наук, 1954. – Т. 1. – С. 107-110
4. Никишин, Е.М. Перестановки функциональных рядов // Матем. сборник, 1971. – Т. 85 (127). – С. 272-286.
5. Островский, М.И. Области сумм условно сходящихся рядов в банаховых пространствах [Текст] // Теория функций, функц. анализ и приложения. – 1986. – № 6. – С. 77-85.
6. Корнилов, П.А. О перестановках условно сходящихся функциональных рядов // Матем. сборник, 1980. – 113 (155), №4(12). – С. 598-616.
7. Корнилов, П.А. О линейности множества сумм функционального ряда // Успехи матем. наук. – 1982. – Т. 37. – Вып. 2 (224). – С. 205-206.
8. Корнилов, П.А. О теореме Римана в функциональных пространствах // Доклады Академии наук СССР, 1983, Т. 271. – №6. – С. 1310-1313.
9. Корнилов, П.А. Об условно сходящихся рядах последовательностей и функций // Сибирский матем. журнал. – 1987. – Т. XXVIII. – №3. – С. 140-148.
10. Корнилов, П.А. О множестве сумм условно сходящегося функционального ряда // Матем. сборник, 1988, 1 (9). – С. 114-127.

© Корнилов П.А., 2010

УДК 512.7

С.А.Тихомиров, А.А.Смирнова

СПЕКТРЫ СТАБИЛЬНЫХ РАССЛОЕНИЙ РАНГА 2 НА P^3 С КЛАССАМИ ЧЕРНА $c_1 = 0$ И $1 \leq c_2 \leq 19$

В настоящей работе авторами изучаются спектры стабильных векторных расслоений ранга 2 на P^3 с классами Черна $c_1 = 0$ и $1 \leq c_2 \leq 19$, в том числе для каждого $1 \leq c_2 \leq 19$ определяется точное количество реализуемых спектров.

Ключевые слова: векторные расслоения, кондиционные спектры, классы Черна, стабильное расслоение

S.A. Tikhomirov, A.A. Smirnov

SPECTRA OF STABLE STRATIFICATIONS OF A RANK 2 ON P^3 WITH CHERNA'S CLASSES $c_1 = 0$ И $1 \leq c_2 \leq 19$

In this article we study spectra of stable rank-2 vector bundles on P^3 with Chern classes $c_1 = 0$, $1 \leq c_2 \leq 19$ and calculate the exact number of realizable spectra for each $1 \leq c_2 \leq 19$.
Keywords: vector stratifications, conditioned spectra, Chern's classes, stable stratification

1. Введение

Пусть E – стабильное векторное расслоение ранга 2 на P^3 с классами Черна $c_1 = 0$ и $c_2 = n$. Тогда расслоению E можно сопоставить его спектр.

Барт и Эленцвайг в статье [1] определили спектр E в характеристике 0 как упорядоченную последовательность чисел в количестве c_2 штук. Пусть $\mathcal{X} = \{k_1, k_2, \dots, k_{c_2}\}$ – спектр E ($k_i \in \mathbb{Z}$). Тогда $\mathcal{X}$ удовлетворяет свойствам:

- (S1) симметричность: $\{-k_i\} = \{k_i\}$;
- (S2) связность: для любых двух чисел в $\mathcal{X}$ каждое число, лежащее между ними, также лежит в $\mathcal{X}$;
- (S3) если число l_0 , такое, что $1 \leq l_0 \leq \max\{k_i\}$ появляется, только один раз в $\mathcal{X}$, то каждое число l , такое, что $l_0 \leq l \leq \max\{k_i\}$, появляется только один раз в $\mathcal{X}$.

Определение спектра, не зависящее от характеристики, а также свойства спектра (S1)-(S3), указываемые выше, были даны и доказаны Хартсхорном в статьях [2] и [3].

Данная работа посвящена изучению спектров стабильных векторных расслоений ранга 2 на P^3 с классами Черна $c_1 = 0$ и $1 \leq c_2 \leq 19$, в том числе для каждого c_2 определено точное количество реализуемых спектров.

Через $MP^3(2; 0, n)$ мы будем обозначать пространство модулей (классов изоморфизма) стабильных векторных расслоений ранга 2 на P^3 с классами Черна $c_1 = 0$ и $c_2 = n$. В качестве основного поля используется поле комплексных чисел $\mathbb{C}$.

2. Спектры стабильных расслоений из $MP^3(2; 0, n)$

Для начала дадим определение, впервые вводимое нами в научный оборот.

Определение 1. Спектр расслоения из $MP^3(2; 0, n)$ мы назовем некондиционным, если он удовлетворяет свойствам (S1) и (S2), но не удовлетворяет свойству (S3), указанному выше. Спектр, удовлетворяющий всем трем указанным выше свойствам, будем называть кондиционным. Далее, Р. Хартсхорн и А.-П. Рао показали в [4, теорема 2.1], что для $1 \leq c_2 \leq 19$ реализуемыми являются именно кондиционные спектры, т.е. в действительности существуют стабильные расслоения ранга 2 на P^3 с $c_1 = 0$ и $1 \leq c_2 \leq 19$, обладающие такими спектрами. Изучая более детально такие спектры, можно заниматься очень важным вопросом в теории векторных расслоений – вопросом об изучении географии и геометрии компонент пространств модулей $MP^3(2; 0, n)$. Нас же будут главным образом интересовать следующие задачи:

- сформулировать и доказать утверждение о качестве всех спектров наших расслоений при произвольном c_2 ;
- выделить кондиционные и некондиционные спектры (высчитать точное количество кондиционных и некондиционных) и тем самым указать число реализуемых спектров в каждом c_2 от 1 до 19 включительно.

В силу свойства симметричности (S1) спектров мы будем работать лишь с их правыми частями, что, естественно, не изменит сути рассуждений и правильности получаемых результатов. Также иногда для удобства будем называть спектрами их правые части.

Замечание 2. Общее число спектров расслоений $c_2=n$ и $c_2=n+1$ одинаково, если n – нечетное. К соответствующему спектру из n нечетных просто в середине добавляется еще один 0, в силу чего общее число спектров не меняется.

Замечание 3. Из каждого некондиционного спектра при некотором фиксированном n получаются 2 некондиционных спектра при $c_2=n+2$. А именно, в соответствии со свойством связности

спектра (S2) мы можем добавлять к набору $\{k_1, k_2, \dots, k_l\}$, где $l = \frac{n-2}{2}$, если n – четное, и $l =$

$\frac{n-1}{2}$, если n – нечетное, только 2 числа: либо само kl , либо $kl+1$, что по-прежнему, как нетрудно видеть, будет давать некондиционный спектр.

Теперь мы формулируем важный результат, который помогает в проверке правильности вычислений.

Теорема 4. Общее число dn спектров расслоений из $MP_3(2; 0, n)$ при произвольном $c_2=n$ равно $2^{\frac{c_2-1}{2}}$, если c_2 – нечетное, и $2^{\frac{c_2-2}{2}}$, если c_2 – четное.

Доказательство. Применяем метод математической индукции по номеру n . Рассмотрим случай нечетного n (случай четного n аналогичен).

$n=1$: $2^{\frac{c_2-1}{2}} = 2^0 = 1$ спектр – верно (это спектр, состоящий из одного 0).

Предположим, что при $n=k$ наше утверждение верно, т.е. $dk=2^{\frac{k-1}{2}}$. Переходим к $n=k+2$ (см. замечание 2 выше): поскольку в $c_2=k+2$ каждый спектр получается согласно свойству (S2) прибавлением справа к соответствующему спектру 2 чисел (либо равного крайнему правому числу, либо на 1 большего числа), то получаем $2^{\frac{k+2-1}{2}} = 2^{\frac{k+1}{2}}$. Теорема доказана.

Пользуясь только что доказанным утверждением, мы можем приводить наборы всех спектров до $c_2=19$ включительно. В качестве примера приведем такой набор спектров для $c_2=10$ (жирным шрифтом выделены некондиционные спектры):

0,0,0,0,0; 0,0,0,0,1; 0,0,0,1,1; 0,0,0,1,2;
0,0,1,1,1; 0,0,1,1,2; **0,0,1,2,2**; 0,0,1,2,3;
0,1,1,1,1; 0,1,1,1,2; 0,1,1,2,2; 0,1,1,2,3;
0,1,2,2,2; **0,1,2,2,3**; **0,1,2,3,3**; 0,1,2,3,4.

Полные результаты наших вычислений приведены в следующей таблице.

c_2	Число реализуемых спектров	Общее число спектров	Число некондиционных спектров
1,2	1	1	0
3,4	2	2	0
5,6	4	4	0
7,8	7	8	1=1
9,10	12	16	4=2+2
11,12	19	32	13=4+4+5
13,14	30	64	34=8+8+10+8
15,16	45	128	83=16+16+20+16+15
17,18	67	256	189=32+32+40+32+30+23
19	97	512	415=64+64+80+64+60+46+37

Библиографический список

1. Barth W., Elencwajg G. Concernant la cohomologie des fibres algebriques stables sur $P^n(C)$, Springer Lecture Notes, 683 (1978), 1-24.
2. Hartshorne R. Stable reflexive sheaves, Math. Ann., 254 (1980), 121-176.
3. Hartshorne R. Stable reflexive sheaves, II, Inv. Math., 66 (1982), 165-190.
4. Hartshorne R., Rao A.P. Spectra and monads of stable bundles, J. Math. Kyoto Univ., 31, № 3 (1991), 789-806.

© С.А.Тихомиров, А.А.Смирнова, 2010