

9. Рвачев, В.Л. Неподвижные объекты дальнего космоса имеют красное смещение своих спектров [Текст] // Препринт АН Украины. – Ин-т проблем машиностроения. – № 377. – Харьков, 1994.
10. Рвачев, В.Л. От специальной теории относительности к математике без аксиомы Архимеда и обратно [Текст] // Радиотехника. – 1995. – № 2. – С. 58-70 (Электромагнитные волны № 1); Радиотехника. – 1995. – № 6. – С. 39-48 (Электромагнитные волны № 2).
11. Rvachev V.L., Avinash K. Non-archimedian algebra: applications to cosmology and gravitation // Foundations of Physics, 2000, Vol. 30, P. 139-152.
12. Владимиров, Ю.С. Геометрофизика [Текст]. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005.
13. Троицкий, В.С. Экспериментальная проверка релятивистской космологии указывает на гравитационную природу красного смещения [Текст] // Гравитация, 1995. – Т. 1. – Вып. 1. – С. 71-82.
14. Троицкий, В.С. Экспериментальные свидетельства против космологии Большого Взрыва [Текст] // УФН, 1995. –Т. 165. – N. 6. – С. 703-707.

УДК 531.5

П.Г. Штерн, А.Н. Калабина

ПРИНЦИП ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ ДВИЖЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО И МАГНИТНОГО ПОЛЕЙ

На основе СТО (специальной теории относительности) все основные эмпирические результаты по электромагнетизму получены теоретически. Показано, что закон Фарадея базируется на фундаментальном физическом принципе о единстве пространства - времени. Получена математическая формулировка закона магнитоэлектрической индукции. Предложена система уравнений Максвелла, учитывающая относительное движение электромагнитных полей.

Ключевые слова: магнитное поле, электрическое поле, элементарный заряд, э.д.с. индукции, закон Фарадея, сила Лоренца, магнитоэлектрическая индукция

P.G.Shtern, A.N.Kalabina

PRINCIPLE OF MOVEMENT RELATIVITY OF ELECTRIC AND MAGNETIC FIELDS

On a basis STR (the special theory of relativity) all basic empirical results on electromagnetism are received theoretically. It is shown that the law of Faraday is based on a fundamental physical principle about unity of space - time. The mathematical formulation of the law of a magnetoelectric induction is received. The system of the equations of Maxwell considering relative movement of the electromagnetic fields.

Keywords: a magnetic field, electric field, elementary charge, electromotive force of induction, the law of Faraday, Lorentz's force, magnetoelectric induction.

Явное установление общих основ и внутренних связей между различными теориями и наблюдаемыми эффектами способствует углубленному пониманию действительного состояния науки, правильной оценке известных и развивающихся научных достижений и наилучшей ориентировке в богатстве добытой информации. Все это необходимо как исходный базис для дальнейшего научного развития [2].

В 1820 г. Г.Х. Эрстед обнаружил [1. С. 156], что текущий по проводнику ток порождает в окружающем его пространстве магнитное поле. Электрический заряд характеризуется отличным от материального тела материальным объектом, получившим название электрического поля напряженности $\vec{E}$. Существуют две точки зрения на соотношение между зарядами и полем. Можно считать, что поле порождается зарядами или что заряды являются особыми точками (физически малыми объектами) существующего электрического поля [2. С. 301]. Таким образом, опыт Эрстеда свидетельствует о возникновении магнитного поля либо в результате движения зарядов, либо в результате движения электрического поля. Например, пучок электронов в магнитных взаимодействиях полностью аналогичен проводнику с текущим по нему током соответствующей силы [1. С. 159]. Свяжем с проводником и окружающим его пространством систему отсчета K , а систему K' с движущимся электрическим полем $\vec{E}'$, создаваемым движущимися зарядами, то есть с самими зарядами. Если движущимися со скоростью $\vec{v}$ зарядами являются электроны, число которых в единице объема равно n , то элементарный заряд q , заключенный в объеме dV , будет равен $q = endV$, где e – заряд электрона, n – их концентрация. Заряд q , неподвижный в системе K' , будет создавать электрическое поле напряженностью

$$\vec{E}' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{endV}{r^3} \cdot \vec{r}, \quad (28)$$

где r – радиус-вектор, определяющий положение точки поля с $\vec{E}'$ относительно q . Так как $v \ll c$ и в системе K' магнитное поле $\vec{B}' = 0$, то из закона преобразования полей в специальной теории относительности (СТО) для системы K имеем [3. С. 227], [13. С. 378]

$$\vec{B} = \frac{1}{c^2} \cdot [\vec{v}, \vec{E}'], \quad (29)$$

где $\vec{B}$ – вектор магнитной индукции в окружающей проводник среде. Подставляя (28) в (29) и проведя несложные преобразования, получим закон Био-Савара [3. С. 158].

На основе предположения о релятивистской инвариантности уравнения движения можно получить закон преобразования силы при переходе от одной системы координат к другой [8]. Если система K' движется относительно системы K в направлении положительных значений оси X со скоростью $\vec{v}$, то закон преобразования силы имеет вид:

$$\vec{F} = \vec{\Phi} + \vec{u} \times \vec{G},$$

где

$$\begin{aligned} \vec{\Phi} &= (F'_x, F'_y/\sqrt{1-\beta^2}, F'_z/\sqrt{1-\beta^2}), \\ \vec{G} &= [0, -(v/c^2) \cdot F'_z/\sqrt{1-\beta^2}, (v/c^2) \cdot F'_y/\sqrt{1-\beta^2}], \end{aligned}$$

$\beta = v/c$ и $\vec{u}$ – скорость точки в системе K .

При выводе этих формул не делалось никаких предположений о свойствах исходных сил, которые могут зависеть от координат, времени и скорости. Не предполагалось также, что в какой-то из систем координат частица является покоящейся, поскольку на скорость частиц не налагалось ограничений. Полученный результат свидетельствует, что *зависимость сил от скорости в релятивистской теории неизбежна*: даже если в какой-то системе координат ее нет (например, F'_x, F'_y, F'_z), в других системах координат она неизбежно появляется (в данном случае F_x, F_y, F_z зависят от скорости u_x, u_y, u_z частицы).

Если $\vec{E} = \vec{\Phi}/q$ и $\vec{B} = \vec{G}/q$, то получим силу Лоренца $\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{u}, \vec{B}]$, природа которой имеет, следовательно, чисто релятивистское происхождение. Частный случай преобразования полей, если K' – система движется относительно K – системы со скоростью $v \ll c$, дает [2]:

$$\vec{E}' = \vec{E} + [\vec{v}, \vec{B}] \quad \text{и} \quad \vec{B}' = \vec{B} - [\vec{v}, \vec{E}]/c^2.$$

В 1831 году М. Фарадей опытным путем [1. С. 243] установил, что в случаях произвольного движения контура C с опирающейся на него поверхностью Σ относительно магнитного поля $\vec{B}(x, y, z, t)$ или изменения $\vec{B}$ во времени возникает э.д.с. индукции

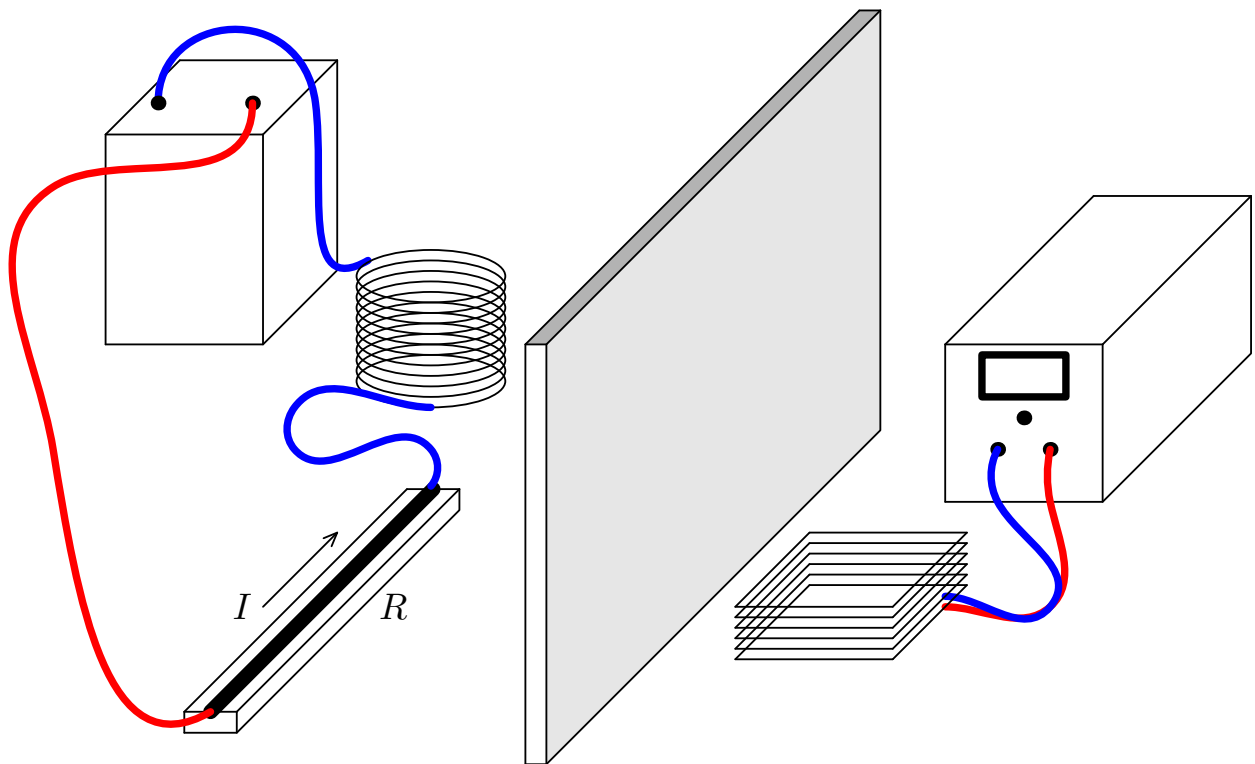


Рис. 1. Схема опыта Фарадея.

$$\mathcal{E} = \int_C \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad (30)$$

где $\Phi = \int_{\Sigma} \vec{B} \cdot d\vec{\sigma}$, а $d\vec{\ell}$ и $d\vec{\sigma}$ – направленные элементы длины и поверхности. Если понимать под относительным движением перемещение в пространстве и изменение во

времени, то для любого вектора $\vec{A}(x, y, z, t)$, [4. С. 187-188], [5. С. 18, теорема переноса] и [9. С. 174] имеем:

$$\frac{d}{dt} \int_{\Sigma} \vec{A} \cdot d\vec{\sigma} = \int_{\Sigma} \left\{ \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \text{div} \vec{A} + \text{rot} [\vec{A}, \vec{v}] \right\} d\vec{\sigma}, \quad (31)$$

где поток вектора $\vec{A}$ вычисляется по изменяющейся со временем поверхности Σ в момент времени t .

Две возможности – "контур движется" или "поле меняется" – не различимы в формулировке правила (30).

Вывод этой формулы для производной от потока соленоидального вектора $\vec{A}$ через некоторую незамкнутую поверхность Σ , движущуюся вместе с ограничивающим ее контуром C произвольным образом, можно осуществить следующим образом:

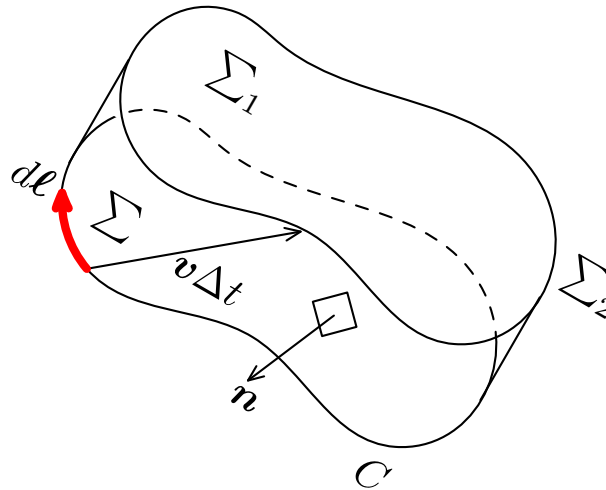


Рис. 2. Произвольное движение контура C с опирающейся на него поверхностью Σ .

$$\int_{\Sigma} \vec{A} \cdot \vec{n} d\sigma = \int_{\Sigma} A_n d\sigma,$$

где $\vec{n}$ — единичный вектор нормали к элементу $d\sigma$ поверхности Σ .

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int A_n d\sigma &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\int_{\Sigma_1} A_n(x, y, z, t + \Delta t) d\sigma - \int_{\Sigma} A_n(x, y, z, t) d\sigma}{\Delta t} \\ \int_{\Sigma + \Sigma_1 + \Sigma_2} A_n(x, y, z, t) d\sigma &= \int_V \text{div} \vec{A} d\tau = 0, \\ \int_{\Sigma_1} A_n(x, y, z, t + \Delta t) d\sigma - \int_{\Sigma} A_n(x, y, z, t) d\sigma &= \int_{\Sigma_1} A_n(x, y, z, t + \Delta t) d\sigma - \\ &- \int_{\Sigma_1} A_n(x, y, z, t) d\sigma + \int_{\Sigma_2} A_n(x, y, z, t) d\sigma, \end{aligned}$$

$$\frac{d}{dt} \int_{\Sigma} A_n(x, y, z, t) d\sigma = \int_{\Sigma} \frac{\partial A_n}{\partial t} d\sigma + \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \int_{\Sigma_2} A_n(x, y, z, t) d\sigma \quad (32)$$

$$\vec{n} d\sigma = \vec{v} \Delta t \times d\vec{\ell},$$

где $d\vec{\ell}$ — элемент контура C , ограничивающего поверхность Σ .

$$\begin{aligned} \int_C \vec{A} \cdot \vec{n} d\sigma &= - \int_C \vec{A} \cdot (d\vec{\ell} \times \vec{v}) \Delta t = - \int_C d\vec{\ell} \cdot (\vec{v} \times \vec{A}) \Delta t \\ \frac{1}{\Delta t} \int_{\Sigma_2} A_n d\sigma &= - \int_C (\vec{v} \times \vec{A}) \cdot d\vec{\ell} = - \int_{\Sigma} [\text{rot}(\vec{v} \times \vec{A})]_n d\sigma. \end{aligned} \quad (33)$$

Подставляя уравнение (33) в уравнение (32), получим:

$$\frac{d}{dt} \int_{\Sigma} A_n d\sigma = \int_{\Sigma} \left[\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{rot}(\vec{v} \times \vec{A}) \right]_n d\sigma. \quad (34)$$

Закон Фарадея (30) для движущегося поля $\vec{B}$ (или контура C), учитывая (31), в дифференциальной форме [9. С. 178] имеет вид

$$\text{rot} [\vec{E} - (\vec{v} \times \vec{B})] = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (35)$$

так как $\text{div} \vec{B} = 0$. Уравнение (35) для неподвижного ($\vec{v} = 0$) контура является одним из уравнений Максвелла [6. С. 52]. Для стационарного магнитного поля ($\partial \vec{B} / \partial t = 0$) из (35) следует, что $[\vec{E} - (\vec{v} \times \vec{B})] = \vec{c} = \text{const}$ [7. С. 398], но в СТО закон преобразования полей [3. С. 223] при $v \ll c$ дает $\vec{E} = \vec{E}' - [\vec{v}, \vec{B}]$. В системе отсчета K вектор $\vec{E} = 0 = \text{const}$, следовательно, можно положить, что $\vec{c} = \vec{E}$, а $\vec{E}' = [\vec{v}, \vec{B}]$. Умножая обе части этого равенства на заряд частицы q , получим магнитную часть силы Лоренца $\vec{F}' = q\vec{E}' = q[\vec{v}, \vec{B}]$. В рассматриваемом случае $v \ll c$ [3. С. 224] сила инвариантна ($\vec{F}' = \vec{F}$) и из уравнения (35) получаем

$$\vec{F} = q[\vec{v}, \vec{B}]. \quad (36)$$

Сила, действующая на точечный заряд q со стороны электрического и магнитного полей, определяется законом преобразования сил в СТО [8. С. 61-64] и равна

$$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{v}, \vec{B}]. \quad (37)$$

Выражение для силы Лоренца (37) при $\vec{E} = 0$ переходит в (36).

В связи с опытом Фарадея в физической литературе возникли некоторые недоразумения [9. С. 152-153]. В большей части учебной литературы физическое содержание закона (30) трактуется примерно так, как это наиболее ярко делается в работе [6. С. 153]: "Мы не знаем в физике ни одного другого такого примера, когда бы простой и точный

общий закон требовал для своего настоящего понимания анализа в терминах *двух разных явлений* (силы Лоренца $\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{v}, \vec{B}]$ и уравнения Максвелла $\text{rot } \vec{E} = -\partial\vec{B}/\partial t$). Обычно столь красивое обобщение оказывается исходящим из единого глубокого основополагающего принципа. Но в этом случае какого-либо особо глубокого принципа не видно. Мы должны воспринимать "правило" как совместный эффект двух совершенно различных явлений".

Сказанное выше и особенно анализ уравнения (35) позволяют считать, что физическое содержание закона (30) можно трактовать на основе единого принципа, то есть на основе СТО.

При движении тел в электростатическом поле [10. С. 109] возникают в общем случае токи конвекционные, кондукционные и токи смещения; все эти токи по своим магнитным действиям эквивалентны гальваническому (проводимости) току одинаковой с ними численной величины. Все наблюдаемые в экспериментах токи образуют всегда замкнутые цепи. Порождение магнитного поля током проводимости описывается уравнением

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j}, \quad (38)$$

которое, будучи дополнено током смещения является вторым уравнением Максвелла [8. С. 389]

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \quad (39)$$

Уравнение (39), в которое входит производная по времени от электрической индукции $\vec{D}$, показывает, что кроме электромагнитной индукции Фарадея существует еще и магнитоэлектрическая индукция [9. С. 173], то есть образование магнитного поля переменным электрическим полем. Применяя к пространственно-временному движению электрического и магнитного полей уравнение (31), можно вместо (39) записать закон магнитоэлектрической индукции в следующем дифференциальном виде

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j} + \rho\vec{v} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \text{rot} [\vec{D}, \vec{v}]$$

или

$$\text{rot} \left\{ \vec{H} + [\vec{v}, \vec{D}] \right\} = \vec{j}, \quad (40)$$

где $\text{div } \vec{D} = \rho$, а плотность суммарного тока $\vec{j}$ равна сумме плотностей токов проводимости, конвекционного и смещения: $\vec{j} = \vec{j} + \rho \cdot \vec{v} + \partial \vec{D} / \partial t$. В интегральном виде при $\vec{j} = 0$ уравнение (40) запишется так:

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = \frac{d}{dt} \int_{\Sigma} \vec{D} \cdot d\vec{\sigma}. \quad (41)$$

Таким образом, закон магнитоэлектрической индукции содержит в своей основе СТО и полностью симметричен закону Фарадея, а порождение магнитного поля переменным электрическим полем является фундаментальным явлением природы [8. С. 390] так же, как и порождение электрического поля переменным магнитным полем.

В случае пустоты ток проводимости $\vec{j} = 0$ и конвекционный ток $\rho\vec{v} = 0$, так как связанная с материальными телами плотность электрического заряда $\rho = 0$ (из-за отсутствия носителей зарядов).

Уравнения относительного движения полей примут вид:

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \operatorname{rot} (\vec{v} \times \vec{B}); \quad (42)$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{v} \operatorname{div} \vec{D} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} - \operatorname{rot} (\vec{v} \times \vec{D}). \quad (43)$$

$$\operatorname{div} \vec{H} = 0; \quad (44)$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = 0. \quad (45)$$

$\vec{v}$ – скорость движения контура или его частей относительно поля; считается, что $\vec{v} = \text{const.}$

Запишем уравнение (43) в виде

$$\operatorname{rot} \mu \vec{H} = \mu \vec{v} \operatorname{div} \vec{D} + \mu \mathcal{E} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \mu \mathcal{E} \operatorname{rot} (\vec{v} \times \vec{E}) \quad (46)$$

В пустоте $\rho = 0$ и $\operatorname{div} \vec{D} = 0$, а уравнение (46) примет вид:

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \mu \mathcal{E} \cdot \left(\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \operatorname{rot} (\vec{v} \times \vec{E}) \right) = \mu \mathcal{E} \cdot \frac{d\vec{E}}{dt}. \quad (47)$$

Положим: $\vec{E} = \operatorname{grad} \varphi - \frac{d\vec{A}}{dt}$ и $\vec{B} = \operatorname{rot} \vec{A}$. После подстановки в уравнение (47) получим:

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{A} = \mu \mathcal{E} \cdot \frac{d}{dt} \left(-\operatorname{grad} \varphi - \frac{d\vec{A}}{dt} \right). \quad (48)$$

Принимая во внимание, что $\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{A} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{A} - \Delta \vec{A}$, из (48) находим:

$$\operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{A} - \Delta \vec{A} = -\mu \mathcal{E} \cdot \operatorname{grad} \frac{d\varphi}{dt} - \mu \mathcal{E} \cdot \frac{d^2 \vec{A}}{dt^2}$$

или

$$\Delta \vec{A} - \mu \mathcal{E} \cdot \frac{d^2 \vec{A}}{dt^2} = \operatorname{grad} \left(\operatorname{div} \vec{A} + \mu \mathcal{E} \cdot \frac{d\varphi}{dt} \right). \quad (49)$$

Для максимального упрощения (49) выберем условие для калибровочного преобразования в виде:

$$\operatorname{div} \vec{A} + \mu \mathcal{E} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = 0 \quad (\text{аналог преобразования Лоренца}). \quad (50)$$

Уравнение (49), с учетом (50), примет вид:

$$\Delta \vec{A} - \mu \mathcal{E} \cdot \frac{d^2 \vec{A}}{dt^2} = 0 \quad (\text{аналог уравнения Даламбера}). \quad (51)$$

Субстанциальная производная $\frac{d}{dt}$ от скалярной или векторной функции $f(x, y, z, t)$ равна [11. С. 44]

$$\frac{df}{dt} = - \left(v_x \cdot \frac{\partial f}{\partial x} + v_y \cdot \frac{\partial f}{\partial y} + v_z \cdot \frac{\partial f}{\partial z} \right) + \frac{\partial f}{\partial t} \quad (52)$$

или в векторной форме

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} - (\vec{v} \cdot \nabla) f. \quad (53)$$

Вычислим вторую производную по времени при условии $\vec{v} = const$ от уравнения (52):

$$\begin{aligned} \frac{d^2 f}{dt^2} &= \frac{d}{dt} \left(\frac{df}{dt} \right) = - \left(v_x \cdot \frac{\partial^2 f}{dt \partial x} + v_y \cdot \frac{\partial^2 f}{dt \partial y} + v_z \cdot \frac{\partial^2 f}{dt \partial z} \right) + \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = \\ &= - \left[v_x \cdot \frac{\partial}{\partial x} \cdot \left(\frac{\partial f}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} \right) + v_y \cdot \frac{\partial}{\partial y} \cdot \left(\frac{\partial f}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dt} \right) + v_z \cdot \frac{\partial}{\partial z} \cdot \left(\frac{\partial f}{\partial z} \cdot \frac{dz}{dt} \right) \right] + \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = \\ &= - \left[v_x \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \cdot (-v_x) + v_y \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \cdot (-v_y) + v_z \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \cdot (-v_z) \right] + \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = \\ &= v_x^2 \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + v_y^2 \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + v_z^2 \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}; \quad (54) \end{aligned}$$

Из уравнения (51) с учетом (54) получим

$$\Delta \vec{A} - \mu \mathcal{E} \left(v_x^2 \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial x^2} + v_y^2 \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial y^2} + v_z^2 \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial z^2} \right) - \mu \mathcal{E} \cdot \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = 0$$

или

$$(1 - \mu \mathcal{E} v_x^2) \cdot \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial x^2} + (1 - \mu \mathcal{E} v_y^2) \cdot \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial y^2} + (1 - \mu \mathcal{E} v_z^2) \cdot \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial z^2} - \mu \mathcal{E} \cdot \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = 0. \quad (55)$$

Формально уравнение (55) можно свести к уравнению Даламбера, если вместо координат x, y, z, t введем новые координаты x', y', z', t' с помощью преобразования

$$x = x' \sqrt{1 - \mu \mathcal{E} v_x^2}; \quad y = y' \sqrt{1 - \mu \mathcal{E} v_y^2}; \quad z = z' \sqrt{1 - \mu \mathcal{E} v_z^2}; \quad t = t'. \quad (56)$$

Подставив (56) в (55), найдем

$$\frac{\partial^2 \vec{A}}{(\partial x')^2} + \frac{\partial^2 \vec{A}}{(\partial y')^2} + \frac{\partial^2 \vec{A}}{(\partial z')^2} - \mu \mathcal{E} \cdot \frac{\partial^2 \vec{A}}{(\partial t')^2} = 0; \quad (57)$$

или

$$\boxed{\Delta \vec{A} - \mu \mathcal{E} \cdot \frac{\partial^2 \vec{A}}{(\partial t')^2} = 0,} \quad (58)$$

где $\vec{A} = \vec{A}(x', y', z', t')$.

Выбор калибровочной функции Ψ . Положим: $\vec{A}' = \vec{A} - \text{grad } \Psi$, $\varphi' = \varphi + \frac{d\Psi}{dt}$. Тогда

$$\begin{aligned} \vec{E}' &= -\text{grad } \varphi' - \frac{d\vec{A}'}{dt} = -\text{grad } \varphi - \text{grad } \frac{d\Psi}{dt} - \frac{d\vec{A}}{dt} + \frac{d}{dt} \text{grad } \Psi = \\ &= -\text{grad } \varphi - \text{grad } \frac{d\Psi}{dt} - \frac{d\vec{A}}{dt} + \text{grad } \frac{d\Psi}{dt} = \vec{E}. \end{aligned}$$

Подставив $\vec{A}'$ и φ' в уравнение (50), получим:

$$\operatorname{div} \vec{A}' + \mu\mathcal{E} \cdot \frac{d\varphi'}{dt} = \operatorname{div} \vec{A} - \operatorname{div} \operatorname{grad} \Psi + \mu\mathcal{E} \cdot \frac{d\varphi}{dt} + \mu\mathcal{E} \cdot \frac{d^2\Psi}{dt^2} = \operatorname{div} \vec{A} + \mu\mathcal{E} \cdot \frac{d\varphi}{dt} - \left(\Delta\Psi - \mu\mathcal{E} \cdot \frac{d^2\Psi}{dt^2} \right) = 0;$$

или

$$\Delta\Psi - \mu\mathcal{E} \cdot \frac{d^2\Psi}{dt^2} = \operatorname{div} \vec{A} + \mu\mathcal{E} \cdot \frac{d\varphi}{dt}. \quad (59)$$

Условие (50) инвариантно при калибровочных преобразованиях с функцией Ψ , если она удовлетворяет уравнению [8. С. 406]

$$\Delta\Psi - \mu\mathcal{E} \cdot \frac{d^2\Psi}{dt^2} = 0,$$

или уравнению [12. С. 156]

$$\operatorname{div} \vec{A}' + \mu\mathcal{E} \cdot \frac{d\varphi'}{dt} = 0.$$

Подставляя $\vec{E} = -\operatorname{grad} \varphi - \frac{d\vec{A}}{dt}$ в уравнение $\operatorname{div} D = 0$, находим

$$\operatorname{div} \left(-\operatorname{grad} \varphi - \frac{d\vec{A}}{dt} \right) = 0 \quad \text{или} \quad -\Delta\varphi - \frac{d}{dt} \cdot \operatorname{div} \vec{A} = 0. \quad (60)$$

Исключая из (60) $\operatorname{div} \vec{A}$ с помощью (50), получаем уравнение для скалярного потенциала

$$\Delta\varphi - \mu\mathcal{E} \cdot \frac{d^2\varphi}{dt^2} = 0. \quad (61)$$

Используя (55) и (56), находим

$$\Delta\varphi - \mu\mathcal{E} \cdot \frac{\partial^2\varphi}{(\partial t')^2} = 0, \quad (62)$$

где $\varphi = \varphi(x', y', z', t')$.

Полученные выражения для потенциалов (58) и (62) совместно с уравнением (50) подлежат подробному обсуждению при рассмотрении проблемы излучения.

Библиографический список

1. Парселл, Э. БКФ. – Т. II. Электричество и магнетизм [Текст]. – М.: Наука, 1975. – С.439.
2. Седов, Л.И. Механика сплошной среды [Текст]. Т. I. – М.: Наука, 1973. С. 536.
3. Иродов, Е.И. Электромагнетизм, основные законы [Текст]. – М., СПб. :– Физматлит, 2000. – С. 350.
4. Хвольсон, О.Д. Курс физики [Текст]. Т. V. – Берлин: Госиздат, 1923. – С. 983.
5. Слеттери, Дж.С. Теория переноса импульса, энергии и массы в сплошных средах [Текст]. – М.: Энергия, 1978. – С. 448.

6. Фейнман, Р. Лейтон, Р. Сэндс, М. Фейнмановские лекции по физике, электродинамика [Текст]. – М.: Мир, 1966. – С. 343.
7. Бронштейн, И.Н. Семендяев, К.А. Справочник по математике [Текст]. – М.: Наука, 1986. – С. 544.
8. Матвеев, А.Н. Электричество и магнетизм [Текст]. – М.: Высшая школа, 1983. – С. 463.
9. Эйхенвальд, А.А. Теоретическая физика, электромагнитное поле [Текст]. – М.-Л.: ГНТИ, 1931. – С. 368.
10. Эйхенвальд, А.А. Избранные работы [Текст]. – М.: Гос.-издат. технико-теоретической литературы, 1956. – С. 266.
11. Беккер, Р. Теория электричества [Текст]. – Т. II. Электронная теория. – Л.-М.: Гос.-издат. технико-теоретической литературы, 1941. – С. 391.
12. Власов, А.А. Макроскопическая электродинамика [Текст]. – М.: Гос.-издат. технико-теоретической литературы, 1955. – С. 228.
13. Фриш, С.Э. Тиморева, А.В. Курс общей физики [Текст]. – Т. II. . – М.: Гос. изд. физ.-мат. литературы, 1962. – С. 514.

УДК 521.3

А.Э. Байдин

О ВЕКОВЫХ И ПЕРИОДИЧЕСКИХ ВОЗМУЩЕНИЯХ В ТРОЙНЫХ ЗВЁЗДНЫХ СИСТЕМАХ

В работе теоретически проанализированы возмущения возникающие в тройных звезд-ных системах. Рассмотрен метод определения возмущенных орбит. Изучены возмущения тройной звезды ADS 440.

Ключевые слова: визуально-двойные звезды, тройные звезды, возмущенные орбиты, спекл-интерферометрические наблюдения.

А.Е. Baydin

ABOUT AGE-OLD AND PERIODIC INDIGNATIONS IN THREEFOLD STAR SYSTEMS

In this work htrturbations of triple stars are investigated. The method of determination of the perturbed orbits is developed. The method was used for calculatijn of real orbit ADS 440.

Keywords: visual binary stars, triple stars, perturbed orbits, interferometric observations.

В исследовании кратных звёзд можно выделить следующие актуальные задачи [1]: 1) встре-чаемость кратных звёзд, поиск тесных двойных в известных парах; 2) опреде-ление периодов внешних и внутренних пар, отношений расстояний, ориентации орбит (относительно друг друга, плоскости Галактики и др), отношений масс; 3) исследование стабильности; 4) исследование воз-мущений. Целью работы является изучение движе-ний кратных звёзд с учётом возмущений.