

С. Р. Когаловский

Процессы формирования понятий в обучении математике

В статье описывается природосообразный и эффективный способ организации освоения учащимися строгих общих математических понятий в контексте идей Л. С. Выготского, Э. Гуссерля и развиваемого автором онтогенетического подхода к обучению математике.

Ключевые слова: житейское понятие, научное понятие, переход, феноменологическая редукция, строгое математическое понятие, онтогенетический подход к обучению математике.

S. R. Kogalovskii

Processes of Formation of Concepts at Teaching Mathematics

We describe an intrinsic and effective way of the organisation of mastering strict general mathematical notions in a context of ideas of L. S. Vygotsky and E. Gusserl by pupils and developed by the author the ontogenetic approach in teaching Mathematics.

Key words: general notion, scientific notion, transition, phenomenological reduction, strict mathematical notion, ontogenetic approach in teaching Mathematics.

Уровни учебной математической деятельности младших и старших школьников, уровни сложности осваиваемых ими понятий существенно различаются. Но при всей существенности этих различий в классической работе Выготского [8] усматриваются во многом общие черты процессов освоения научных понятий, несущих преобразование способов мышления, «переход в новый и высший план мысли», место и роль житейских понятий, прото-понятий в этих процессах.

«Развитие житейского понятия должно достигнуть известного уровня для того, чтобы <учащийся> мог усвоить научное понятие <и осознать> превосходство научного понятия над ним» [8, с. 263]. Мышление подобно мифическому Антею: восхождение на высшие его уровни и их освоение нуждаются в активной подпитке «низшими» его формами. Это положение помогает осознать пагубность гипертрофии теоретического начала в обучении, пагубность одностороннего его развития.

Строгое общее математическое понятие формируется, развивается и как модель прото-понятия, являющегося его прототипом, и как опредмеченная форма метода исследования поля математической деятельности, представляемого этим прото-понятием, и как средство системной организации знаний, относящихся к этому полю, и как носитель стратегии поисково-исследовательской деятельно-

сти. Более того, уже в процессе освоения такого понятия оно становится методом своего «само»-исследования и как метода, и как средства своего «само»-обоснования как метода [13, главы 5, 9, 11, 12, 13]. Тем самым оно обретает и реализует потенцию развития, направленного, прежде всего, на формы (точнее – множества форм), которая адекватна всем этим его качествам и ролям, на обретение полнокровной возможности продуктивных взаимодействий заложенных в нем прагматической направленности и направленности на работу «чистого сознания». Но определение строгого общего понятия не представляет его как продукт многоступенчатых преобразований. Оно «скрывает» историю его становления, а тем самым и его «сущность». Оно «скрывает» способ его освоения как носителя названных выше его качеств и ролей. Поэтому при прямом приобщении учащихся к такому понятию оно «вырывается из его естественной связи, берется в застывшем, статическом виде вне связи с теми реальными процессами мышления, в которых оно ... рождается и живет». Так вводимые понятия лишаются «собственной внутренней истории ... Процесс развития понятий ... требует развития целого ряда функций ... <Поэтому> прямое обучение понятиям всегда оказывается фактически невозможным и педагогически бесплодным» [1; 8, с. 189].

«Все высшие психические функции ... являются опосредованными процессами, то есть включают в свою структуру как центральную и основную часть всего процесса в целом употребление знака <как> средства овладения психическими процессами» [8, с. 126]. Благодаря использованию знаков натуральные процессы перестраиваются, превращаясь в опосредствованные. Знаковые операции превращаются во внутренние психологические системы.

Едва ли возможно более выразительно представить роль знаковых средств в математической деятельности, открываемые ими возможности, чем словами Гуссерля: «Если сообразить, как ограничены интеллектуальные силы человека, и ... как узка та сфера, внутри которой находятся еще вполне доступные пониманию усложнения абстрактных понятий, и как трудно даже одно только понимание таких своеобразно сочетающихся усложнений, если рассудить, как мы ... ограничены в самом уразумении смысла умеренно сложных связей между положениями и еще более – в действительном и самоочевидном осуществлении даже умеренно сложных дедукций, наконец, если принять во внимание, как ничтожна а fortiori сфера, в которой может первоначально вращаться активное, вполне ясное, повсюду борющееся с самой мыслью исследование ... то надо изумляться, как вообще могли создаться более обширные рациональные теории и науки. <...> Проблема состоит в том, как возможны математические дисциплины, в которых с величайшей свободой движутся не относительно простые мысли, а целые груды мыслей и тысячекратно переплетенные друг с другом связи мыслей, и где исследование создает все усложняющиеся их сочетания. Это делают искусство и метод. Они преодолевают несовершенство нашей духовной организации и позволяют ... посредством символических процессов при отсутствии наглядности, прямого уразумения и очевидности выводить результаты, которые вполне верны, ибо ... гарантированы общим обоснованием правильности метода. <...> Это широкое сведение самоочевидных процессов мышления на механические ... покоится на психологической природе знаково-символического мышления» [10, с. 224–225].

Научное понятие «не живет изолированной жизнью и ... не представляет собой застывшего, неподвижного образования, а, напротив, всегда встречается в живом, более или менее сложном процессе мышления, всегда выполняет ту или иную функцию сообщения, осмыслива-

ния, понимания, решения какой-нибудь задачи» [8, с. 121]. Для того, чтобы оно в полной мере представало в этом качестве, для того, чтобы оно реализовывало в учебной деятельности заложенный в нем потенциал, необходимы проявления его полифункциональности. Чем более широким является многообразие рассматриваемых задач, решение которых использует понятие, чем шире наращиваемое многообразие его горизонтальных и вертикальных связей, тем глубже оно осваивается, тем основательней оно укореняется, становясь частью Живого Знания учащегося.

Заложенная в научном понятии потенция саморазвития, нарастающая и реализуемая в процессе его многонаправленного функционирования, приводит к формированию системы связанных с ним задач, научных понятий, процедур, приемов, методов, ценностей. И «только в системе <оно> может приобрести осознанность и произвольность. Осознанность и систематичность в полной мере синонимы в отношении понятий» [8, с. 221].

«Сила научных понятий обнаруживается в той сфере, которая ... определяется высшими свойствами понятий – осознанностью и произвольностью; как раз в этой сфере обнаруживают свою слабость житейские понятия ..., сильные в сфере спонтанного, ситуационно-осмысленного, <частного> применения, в сфере опыта и эмпиризма. Развитие спонтанных понятий начинается в сфере ... эмпирии и движется в направлении к высшим свойствам понятий: осознанности и произвольности. Развитие научных понятий начинается в сфере осознанности и произвольности и продолжается далее, прорастая вниз в сферу личного опыта и конкретности» [8, с. 263]. А потенция саморазвития, заложенная в научных понятиях, реализуется так, что прорастание «вниз в сферу личного опыта и конкретности» сопровождается прорастанием «вверх», подготавливающим прорывы на новые уровни деятельности, приводящие к ее преобразованиям.

С подходом к обучению, следующим процитированным положениям из [8], едва ли совместима установка на упрощение курса математики, якобы приводящее к большей его доступности, поскольку доступность математики (как учебного предмета) достигается не упрощением, или обеднением, низводящим ее к абстрактности, а обогащением многообразием связей, то есть восхождением ко все большей конкретности. С таким подходом несовместима и установка, выражаемая тезисом-метафорой «математика – это логика»,

следование которой препятствует реализации огромного развивающего потенциала, несомного обучением математике, в том числе и логическому развитию учащихся. Обучение, направленное на формирование исследовательских способов работы со знанием и способствующее формированию способностей к получению новых знаний, следует гуманитарным ценностям и становится потребностью социума. Едва ли с такой направленностью обучения совместим отказ от названного подхода.

Так как «осознание приходит через ворота научных понятий» [8, с. 220], то освоение учащимися строгих общих математических понятий не может не быть центральной задачей обучения математике в средней школе. Аналогичное, конечно, верно и в отношении других учебных предметов, но особый характер этой задачи и особая ее сложность состоят в многоуровневом характере строгих общих математических понятий и в том, что они являются продуктами многоступенчатых преобразований. Эта задача состоит, прежде всего, в разработке способов перехода «от натуральной формы мышления к культурной», от житейских понятий и прото-понятий к строгим понятиям как перехода «в новый и высший план мысли», несущего преобразование учебной деятельности, преобразование ее внутренней формы.

Переход от житейского понятия к научному «понимается Л. С. Выготским <в [9, с. 215–216]> как преодоление натуральной формы, причем достаточно энергичное. Это вовсе не постепенный, эволюционный процесс, а именно сдвиг и скачок, в котором натуральная и культурная (реальная и идеальная) формы вступают в конфликты и коллизии» [21, с. 11]. Иначе и быть не может при таком переходе, в результате которого научное понятие предстает как противостоящее житейскому, культурная (идеальная) форма – как противостоящая натуральной (реальной). Это переход, осуществляемый введением научного понятия (посредством определения).

При таком переходе научное понятие предстает как «проводник» привносимого извне изменения характера учебной деятельности, но не как носитель превращения ее внутренней формы, и потому не становится полнокровным носителем осознанности и произвольности. Такой способ приобщения к научному понятию не лишает его «собственной внутренней истории», и развитие функций, необходимых для его усвоения, происходит в процессе его усвоения, оно «не предшествует началу <усвоения>, а совершается в не-

разрывной внутренней связи с ним, в ходе его поступательного движения» [8, с. 243]». При таком способе история понятия разворачивается как процесс его усвоения. Насколько, однако, такая история понятия становится процессом его освоения, то есть превращения в Живое Знание? Разве не служит препятствием самому усвоению научного понятия переход, осуществляемый его *введением*, например, в случае, если его определение имеет высокий уровень логической сложности или если оно является продуктом многоступенчатых абстрагирований? [14, глава I, §3, 4) Таковы, как правило, общематематические понятия. Таково понятие функции. Таковы начальные (строгие) понятия математического анализа. Таковы и «простейшие» геометрические понятия, содержание и способы функционирования которых являются продуктами преобразования наивных геометрических рассуждений при восхождении к рассуждениям на аксиоматическом уровне.

Приобщение учащихся к таким понятиям должно реализоваться не как осуществление извне пристроек к наличествующим у них представлениям, знаниям, умениям и навыкам, а как прорывы *«изнутри»*. Оно должно осуществляться посредством *процессов восхождения* к ним, сопровождающихся формированием функциональных органов, необходимых для освоения и развития этих понятий, тех форм и направлений математической деятельности, которые представляются этими понятиями (см., например, [14; 13, главы 2, 5, 9, 11, 12, 13]). В не меньшей степени сказанное должно относиться к обучению геометрии, строящейся на аксиоматической основе. Существо аксиоматического метода раскрывается не иначе как посредством прямого участия учащихся в процессах восхождения на аксиоматический уровень, постижения внутренней логики таких процессов, осознания принципиально новых возможностей, которые несут их продукты. Осуществление таких процессов – это отказ от ограничения поисково-исследовательской деятельности учащихся, от осуществления ее только на уровне применений уже известных им теоретических знаний, это приобщение их к поисково-исследовательской деятельности на теоретическом уровне и посредством этого развитие их способности к методологической рефлексии. Уход от таких процессов не может не привести к тем трудностям, с которыми на протяжении длительного времени сталкивается обучение школьников геометрии.

Путь к освоению строгого общего понятия, преобразующий трудности его освоения в эффективное средство развивающего обучения, – это путь обогащения истории этого понятия его предысторией как процессом усвоения и развития прото-понятия, приводящего к строгому понятию и несомому им преобразению прото-понятия, к преобразению способа мышления, к преобразению учебной деятельности.

Способность к освоению и рождению новых знаний не может формироваться и развиваться без развития ориентировки и механизмов понимания, осуществляемого посредством развития многонаправленной поисково-исследовательской деятельности. В такой деятельности мышление проявляет себя как комплексная динамическая система [17], в которой управление внутренними процессами и взаимодействием с окружением осуществляется по типу гетерархического объединения иерархий [7]. Существенная часть законов реагирования, функционирования и развития такой системы не может быть установлена в принципе [17]. Поэтому освоение тех или иных форм поисково-исследовательской деятельности не должно предполагать понимание механизмов их функционирования. Чем сложнее такая деятельность, тем меньше возможность рационального ее описания, ее внутренней логики. Языки, формируемые с целью ее описания и постижения, – это языки описания лишь ее «внешних» форм, лишь ее «внешней» логики.

В силу сказанного приобщение учащихся к строгим математическим понятиям, ведущее к их освоению, осуществимо не жестким управлением процессом усвоения знаний, а способствованием самообучению. А это осуществимо раскрепощением субъективности учащихся и ее направляемым развитием посредством разнообразия целеполаганий, разнообразия полей поисковой деятельности, наращивания многомерности и многоуровневости такой деятельности, наращивания ее вариативности, наталкивания на поучительные ошибки, активизации интерсубъективности с помощью учебных диалогов. Такое, инициирующее влияние ведет к развитию учащихся как субъектов учебной деятельности.

Началом такого процесса должно быть созидающее предыстории формируемого понятия как первичного опыта мыследеятельности в заданном направлении, как отрезка истории развития субъективности учащегося, а именно, деятельность на наивном уровне, основанная на обращении к нечетким, синкретичным представлениям, к осно-

ванному на них прото-понятию. Урезание такого начала, его низведение до уровня всего лишь предварительных разъяснений несет трудно восполнимые потери в деле собственно математического и общего интеллектуального развития учащихся.

Представления, прото-понятие, послужившие истоком сформированного строгого понятия, взаимодействуя с ним, задавая начальные направления его развития, развиваются и сами и тем способствуют развитию ориентировки, а значит, и развитию поисково-исследовательской деятельности. Они не уходят в прошлое. Обращение к ним, обращение к примитивным формам познания, само наличие «примитивного фона» необходимо для дальнейшего развития мышления [19, с. 86–87]. И это является дополнительным подтверждением значимости «наивной» стадии формирования строгого общего понятия [2].

Итак, освоение строгих общих понятий становится эффективным при осуществлении процессов их формирования, процессов восхождения к ним. Происходящее в этих процессах самоизменение учащихся как активных субъектов учебной деятельности делает такие процессы ведущим средством развивающего обучения математике.

«Процесс образования понятий носит всегда продуктивный, а не репродуктивный характер ... Понятие возникает и образуется в процессе ..., направленном на решение какой-либо задачи» [8, с. 122]. Такой является, такой должна быть задача, решение или поиск решения которой приводит к осознанию ограниченности возможностей прото-понятия, а значит, к осознанию необходимости преодоления этой ограниченности. *Вторая стадия* процесса формирования строгого математического понятия должна быть направлена на обращение к такой задаче, ведущей учащихся на столкновение с пограничной ситуацией и посредством этого приводящей к осознанию нечеткости, размытости прото-понятия [13, гл. 5, 9, 11, 12].

Осуществление «феноменологической редукции», близкой феноменологической редукции в смысле Гуссерля [11] и состоящей в том, что объектами рассмотрения становятся не столько сами исходные объекты, сколько их восприятие, приводит к осознанию принципиальной невозможности с помощью наивных представлений, с помощью прото-понятия идентификации исследуемых

объектов или решения вопросов об их отнесенности к той или иной категории.

Третья стадия процесса формирования строгого понятия состоит в уточнении представлений, в уточнении содержания прото-понятия, приводящем к определению строгого понятия. Уточнение осуществляется посредством «эйдетической редукции», подобной эйдетической редукции в смысле Гуссерля, которая «является переходом от фактов к усмотрению сущностей» [11]. «Эйдетическая редукция» продолжает работу «феноменолого-психологической редукции», и «очищая» субъективность [3], приводит ее к формированию определения строгого понятия как четкой рациональной формы, направляющей сознание на «схватывание» «сущности», стоящей за исходными представлениями. Эта форма как знаковая форма способствует соответствующей настройке сознания, его «очищению» (см., например, [14; 13, главы 5, 9, 11, 12, 13]).

В действительности полученное определение не является продуктом чистого анализа, то есть продуктом очищения от замутненности содержания, уже наличествующего в прото-понятии. Оно является творческим продуктом в смысле [16]. Оно является продуктивной моделью прото-понятия. (Все это предстоит осознать учащимся). Этой модели предстоит поменяться ролями с прото-понятием, «онтологизироваться» и тем самым породить преобразование учебной деятельности, превращение ее внутренней формы. Процесс такого преобразования с помощью формально-логических средств, представляет *четвертую стадию* процесса формирования строгого понятия.

Сформированность строгого определения не завершает процесс формирования строгого понятия. Такое понятие, «строгость» его функционирования вместе с несомыми ею качественно новыми его возможностями пока еще находится в потенции, и эту потенцию предстоит реализовать. По сути, в этом состоит задача четвертой стадии. Определение, сформированное на третьей стадии, мыслится пока еще в рамках опыта работы с прото-понятием, обретенного на первой стадии, в рамках освоенного пространства процедур, значений и смыслов. Многое из того, что связано с этим пространством, «имеется в виду», хоть и не оговаривается явно, а часто и не осознается. Применение сформированного определения «самого по себе» не обеспечивает ни преобразования способа мышления, ни строгости. Но применение к этому определению способа мышления, «настраиваемого» формальной логикой, «очищает»

представляемое им понятие от всего неявного и превращает его в понятие существенно иной природы, в понятие трансцендентального характера по отношению к освоенному до этого пространству значений и смыслов, и в рамках нового, необозримо более широкого пространства происходит переосмысление, более глубокое постижение преобразованного понятия. Это преобразованное понятие несет в себе качественно новые возможности. Использование формально-логических средств способствует «очищению» сознания и порождает метаморфозу продукта уточнения в продукт творческого акта, в понятие, имеющее иное содержание, в понятие, предполагающее иную позицию рассмотрения, в понятие, относящееся к иному смысловому пространству (см., например, [13, главы 11, 12]). Тем самым завершается работа «феноменолого-психологической» и «эйдетической редукции» по «очищению» субъективности. Та четкая рациональная форма, которая является продуктом «эйдетической редукции», та знаковая форма, в которую она облекается, подготавливает прорыв в идеальный мир, в мир «сущностей», в котором субъективность, прошедшая «очищение», становится развитой субъектностью, тем самым осуществляется «трансцендентальная редукция», подобная трансцендентальной редукции в смысле Гуссерля [11].

Таким образом, «феноменологическая редукция», складывающаяся из «феноменолого-психологической», «эйдетической» и «трансцендентальной» редукций, является эффективным и природосообразным инструментом построения строгого понятия как продуктивной модели прото-понятия, как «выразителя» его «сущности», как идеальной формы. Выступая как превращенная форма прото-понятия, эта модель рождает преобразование внутренней формы математической деятельности. Тем самым «феноменологическая редукция» является средством формирования идеальных орудий математической деятельности, служащих одновременно средствами обоснования продуктов использования этих орудий и средствами развития этой деятельности, ведущего к ее преобразованию.

Завершающий этап четвертой стадии состоит в первичном испытании сформированного понятия на работоспособность и одновременно в первичном его освоении, в первичном усмотрении качественно новых возможностей, которые оно несет; в осознании того, что преобразованное понятие является продуктивной моделью исследуемого объекта. Этот этап характеризуется первичным освоением

построенного (и далее достраиваемого) идеального мира и его взаимоотношений с «реальным» миром, первичным освоением взаимных переводов с языка задач, процедур, ценностей одного из этих миров на язык задач, процедур, ценностей другого. При этом направляющая роль должна принадлежать «реальному» миру. (Дальнейшее освоение идеального мира ведет к развитию обоих этих миров и преобразованиям их взаимоотношений).

Таким образом,

1) исследования Выготского, посвященные закономерностям восхождения к научным понятиям у ребенка, высвечивают пути формирования эффективной и природосообразной методики восхождения школьников к строгим математическим понятиям, а, в конечном счете, – эффективной и природосообразной методики развивающего обучения математике;

2) описанного вида четырехстадийные процессы, существенно использующие «феноменологическую редукцию» как средство перехода от протопонятий к строгим понятиям, являются эффективным инструментом математической деятельности, адекватным природе строгих математических понятий, инструментом, внутренне связанным с теми реальными процессами мышления, в которых эти понятия рождаются и живут. Они являются инструментом развития субъективности учащихся как развития субъектности.

Отсюда природосообразность подхода к развивающему обучению математике, основанного на обретении внутреннего опыта математической деятельности и его анализе, его «деконструкции». Строгие понятия, осваиваемые как продукты «феноменологической редукции», становятся не только представлениями эффективных математических методов, но и выразителями самой природы математической деятельности как направленной на развитие продуктивных форм мыследеятельности посредством формирования и развития субъектности. Отсюда ясно, что наиболее практичным является такое развивающее обучение математике, которое направлено на формирование и развитие теоретического мышления, характеризуемого постижением природы математических понятий и следованием ей [12].

Важно принять во внимание и то, что общие математические понятия являются продуктами многократных, многоступенчатых «феноменологических редукций» и тем самым обладают качеством «чистого сознания». Они представляют многократно преобразованные, окультуренные формы «перво-

механизмов» математической деятельности. Отсюда необычайная широта их применений.

Исторический процесс развития математики, развития ее ядра, каковым является чистая математика, – это процесс движения от объекта к субъекту познания. Это движение к постижению трансцендентально-интенциональной жизни сознания, к научению управлять его процессами и направлять их развитие. Это процесс формирования эффективных орудий мыследеятельности, их освоения и развития. Превращение этого направления в цель обучения математики – это следование сокровенной природе математической деятельности, превращающее обучение математике в эффективное развивающее обучение. «Феноменологическая редукция» является не просто необходимым и эффективным средством такого обучения, отвечающим природе математической деятельности, самому ее существованию, но сама является этим существом. «Феноменологическая редукция» подобна гуссерлевской феноменологической редукции, направляемой на то, чтобы *«открыть в индивидуальном сознании чистую сознаваемость как чистую непредвзятость, которая ставит под вопрос любую уже заданную систему опосредований между собой и миром ... Чистое сознание – не сознание, очищенное от предметов, напротив, сознание здесь впервые выявляет свою сущность и смысловое смыкание с предметом. Чистое сознание – это самоочищение сознания от навязанных ему схем, догм, шаблонных ходов мышления, от попыток найти основу сознания в том, что не является сознанием»* (из предисловия В. И. Молчанова к [11]).

При всем различии направленностей гуссерлевской идеи феноменологической редукции и логики четырехстадийных процессов восхождения к строгим общим математическим понятиям, осуществляемых с помощью «феноменологической редукции», естественны вопросы о том, насколько «чистым» воплощением феноменологической редукции является «феноменологическая редукция» и насколько целесообразным было бы стремление к насколько более возможной чистоте ее воплощения.

Как уже было сказано, «сущность», к «усмотрению» которой приводит осуществление третьей стадии процесса формирования строгого понятия, в действительности не усматривается как уже наличествующая в прото-понятии, а создается как продуктивная модель прото-понятия, как *одна из многих возможных таких моделей*. Поясним последнее на примере. Процесс восхожде-

ния от интуитивных представлений о пределе последовательности к строгому понятию предела последовательности воспринимается обычно как процесс очищения этих представлений от «замутненности», то есть как процесс экстрагирования из них рационального содержания. В действительности этот процесс приводит к *конструированию* одного из многих возможных вариантов рационального содержания, не просто согласуемых с этими представлениями, но «адекватных» им. Например, естественен и такой вариант строгого понятия предела последовательности, при котором имеет предел, равный нулю, последовательность c , строящаяся так: для всякого n между членом с номером 2^n и следующим за ним членом

последовательности a : $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}, \dots$

вставляется n -й член последовательности b : $\frac{2}{1}, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \dots$ (Ведь с точки зрения «здорового

смысла» чем далее, тем все реже в c появляются члены последовательности b , и где-то очень далеко, там, где номера членов нашей последовательности будут непредставимо огромными, члены из последовательности b будут появляться настолько редко, настолько исчезающе редко, что последовательность c почти не будет отличаться от последовательности a . Иначе говоря, она приближается к тому же числу, что и a , то есть ее предел равен 0).

Опыт, обретенный на исходном уровне математической деятельности, на уровне «естественной установки», на уровне прото-понятий, по достижении нового ее уровня не превращается в «строительный мусор». Он служит необходимым средством «оживления» ее нового уровня, поставив ему и «язык» образов, и ориентировку, и проблемы, и цели, и средства, и ценности. Он задает первичное направление развития нового уровня. Преображаясь в процессе оживления нового уровня, этот опыт остается не просто важным, но необходимым его компонентом, функционирующим и на уровне «чистого» сознания, и на уровне эмпирической деятельности.

Строгие понятия, являющиеся продуктами «феноменологической редукции», участвуя в математической деятельности как ее орудия, «очищая» и преобразуя ее, не сводят эту деятельность к работе «чистого сознания». Работа мышления и на новом уровне, несомненно сформированными строгими этими понятиями, характеризуется как «непрерывно совершающийся взаимный перевод с

языка образов на символически-операторный язык» [6, с. 134]. Но при этом усложняется и обретается большую многомерность и «язык» образов, и символически-операторный «язык». Включенность интуиции в работу мышления, участие в этой работе многих языков и многих логик, их синергия – это работа далеко не только «чистого сознания». Творческие продукты работы мышления, их «агентичность» являются продуктами работы далеко не только «чистого сознания». Они являются продуктами взаимодействий «высших» и «низших» форм мышления, чистого созерцания и прагматики. Они несут новый материал, новую задачу для «феноменологической редукции», подготавливающей прорывы на новые уровни математической деятельности.

Направленность учебной математической деятельности на неуклонное движение к «чистому сознанию» приводит к ее вырождению. Такая учебная деятельность перестает быть учебной деятельностью в смысле Эльконина-Давыдова, то есть перестает способствовать самоизменению учащихся как субъектов учебной деятельности, их превращению в архитекторов собственного интеллекта. Здесь уместно вспомнить Канта: *восприятия без понятий слепы, понятия без восприятий пусты*.

При всех отмеченных выше весьма значимых общих чертах четырехстадийных процессов освоения строгих математических понятий и процессов освоения научных понятий младшими школьниками, описанных в [8], логика первых существенно отличается от логики вторых. Это отличие предопределяется вхождением в такой процесс предыстории формируемого строгого понятия, состоящей в процессе восхождения к нему и рождающей потенцию развертывания далеко идущей истории его развития, венчающейся преобразованиями учебной деятельности. И это не просто обогащает его историю, но преобразует ее. Это несет развитие стратегий поисково-исследовательской деятельности учащихся, обогащение их метакогнитивного опыта, развитие их способностей к получению новых знаний.

Наиболее существенно то, что четырехстадийные процессы делают качественно иным *переход* от натуральной формы к культурной, чем как это описывается Выготским [9, 21]. Они снимают конфликты между прото-понятием и научным понятием, между натуральной и культурной формой посредством осуществления перехода «натуральное-культурное» не как втискивания мыслительности учащихся в «правильные» формы

мыслеповердения, не как «вживления» последних, а как направляемого «само»-развития наличествующих форм мыследеятельности, ведущего к рождению новых, культурных их форм, представляемых сформированными строгими понятиями, носителями идеального (ср. [9], [21]). Тем самым становятся существенно иными отношения между реальной и идеальной формами и сам характер идеального [4], поскольку сформированное понятие не становится противостоящим прото-понятию, послужившему его истоком, а воспринимается и работает как его идеальная форма. И *субъект поведения* возникает не в «точке встречи» идеальной и реальной форм [21, с. 9], а раньше – на второй стадии процесса формирования понятия при столкновении с необходимостью уточнения прото-понятия (осознаваемой как необходимость преобразования самого способа мыследеятельности) и развивается на протяжении всех последующих стадий этого процесса.

Итак, логика раскрытых Выготским природосообразных процессов, ведущих от прото-понятий к строгим математическим понятиям, сохраняя свои существенные черты, качественно преобразуется за счет иного характера перехода «натуральное-культурное». Четырехстадийные процессы описанного вида, посредством которых такой переход осуществляется, используют и обогащают живой опыт математической деятельности. В них проявляется креативный характер математики и как области научной деятельности, и как учебного предмета.

По сути, переход, осуществляемый посредством таких процессов, является не просто природосообразным, но необходимым средством воплощения «мета»-логики раскрытых Выготским процессов как логики процессов, ведущих к преобразению способов мышления, к «новым и высшим планам мысли», к высшим уровням осознания и произвольности. Это переход, совершающийся «путем анализа некоторого целого, <ведущего к> открытию его генетически исходного, существенного, всеобщего отношения как основы внутреннего единства этого целого» [12, с. 67]. Этот переход ведет к «открытию», то есть формированию строгого понятия как содержательного обобщения. Иначе говоря, ведущее начало системы развивающего обучения Эльконина-Давыдова, состоящее в осуществлении путей, приводящих к «открытию» содержательных обобщений, является необходимым средством воплощения этой «мета»-логики, а четырехстадийные процессы – продуктивной формой реали-

зации этого средства при обучении математике в средней школе.

В математической деятельности взаимодействуют разные формы и уровни мышления, разные логики и разные направления их работы, «чистая субъективность», являющаяся продуктом «феноменологической редукции», и прагматика, юношеская всеядность и старческая осмотрительность. Такие взаимодействия рожают ее продуктивность и надежность. В описанного вида четырехстадийных процессах, в процессах освоения и развития понятий, ведущих к их преобразованиям, а с ними – к преобразованиям учебной деятельности, участвуют все такие взаимодействия. В них работает, обогащается и развивается живой опыт математической деятельности учащихся. Такие процессы воплощают развиваемый автором онтогенетический подход к обучению математике, основывающийся на принципе *от обыденного, от неразвитого целого – к развиваемому и преобразуемому целому*, и становятся системообразующим началом учебной деятельности, следующей этому подходу [13, 14, 15]. Такой подход направляет на обучение МАТЕМАТИКЕ, как целостному предмету изучения, а не только на обучение тем или иным относящимся к ней ЗУНам. Он несет осознание деятельностного существа математических понятий, осознание того, что они осваиваемы посредством активного участия в процессах их «открытия», применения и развития и постижения внутренней логики таких процессов.

Математическая деятельность несет в себе «*большой опыт человечества*». Его полнокровное воплощение в обучении – задача, которую необходимо решать, памятуя при этом, что «*для моделей, созданных на основе малого ... опыта, характерна ... утилитарность ... В них спасительные иллюзии, простота и механичность схемы, однопланность и ... прямолинейная логичность*», что «*большой опыт заинтересован в ... большом становлении ... , малый же – ... в малом становлении*», что «*малый опыт ... стремится все омертвить и овеществить, большой опыт – все оживить*», что «*большой опыт ... глубоко и существенно диалогичен*» [5].

Примечания:

1. Из тех же аргументов следует, что достижение «известного уровня развития житейского понятия» не является достаточным условием для возможности усвоения учащимся научного понятия.

2. В связи со сказанным естественно отметить исследование [20], из которого можно усмотреть,

что описываемое в [8] мышление комплексами присуще не только ребенку, но и человеку с высоко развитым интеллектом «впадение» в такую форму мышления естественно при столкновении с непривычными для него ситуациями. А это говорит и о том, что внутренние механизмы процессов освоения понятий старшими школьниками более близки к описываемым в [8] механизмам освоения понятий младшими школьниками, чем это может представляться при первичном изучении этой работы. В мышлении ребенка синкретами и комплексами можно усмотреть начальные проявления следования гетерархическому принципу, а в результатах исследования [20] – что этот принцип генетически заложен в человеческом мышлении. Материальными носителями таких форм мышления у ребенка являются *«сверхгибкие, сверхподвижные психические процессы и структуры ... Важнейшей формой таких структур являются диффузные глобальные психические образования. Это типично поисково-пробующие структуры, несущие функцию широкого универсального поиска»*. [18, с. 7–8]. Напрашивается соотнесение этого предмета и с представлениями о плодотворящем хаосе у древних греков, с идеей меона, получившей развитие в трудах А. Ф. Лосева.

3. *«Направленность знака извне внутрь, во-первых, и связанную с этим реконструкцию и объективацию «внутреннего», его вынесение во-вне, во-вторых»* [21, с. 9] – вот раскрытый Выготским механизм «очищения» субъективности. «Объективация» – ключевое слово, выражающее превращение субъективности в субъектность.

4. Идеальное в таких процессах предстает не как предсуществующее, а как формируемый процессом развития реального один из многих возможных вариантов идеального (ср. [9], [21]). Процессы освоения строгих общих понятий становятся при этом процессами движения от неразвитого идеального к развиваемому и преобразуемому идеальному. Такие процессы несут и преобразование существа *посредничества* [21, с. 62], становясь направляющим началом в процессах, приводящих к формированию идеальных форм.

5. Бахтин, М. М. Литературно-критические статьи [Текст] / М. М. Бахтин. – М., 1986.

6. Веккер, Л. М. Психические процессы [Текст] / Л. М. Веккер. – Т. 2. – Л., 1976.

7. Величковский, Б. М. Современная когнитивная психология [Текст] / Б. М. Величковский. – М., 1982.

8. Выготский, Л. С. Мышление и речь [Текст]: собрание сочинений / Л. С. Выготский. – Т. 2. – М., 1982.

9. Выготский, Л. С. История развития высших психических функций [Текст]: собрание сочинений / Л. С. Выготский. – Т. 3. – М., 1983.

10. Гуссерль, Э. Логические исследования. Картезианские размышления [Текст] / Э. Гуссерль. – Минск. Москва, 2000.

11. Гуссерль, Э. Логические исследования. Исследования по феноменологии и теории познания [Текст] / Э. Гуссерль. – М., 2001.

12. Давыдов, В. В. Теория развивающего обучения [Текст] / В. В. Давыдов. – М., 1997.

13. Когаловский, с. Р. Поиски метода и методы поиска (онтогенетический подход к обучению математике) [Текст] / С. Р. Когаловский ; расширенное издание. – Ч. 1, 2. – Шуя : Изд-во ШГПУ, 2008.

14. Когаловский, с. Р. Развивающее обучение математике как преобразующее обучение [Текст] / С. Р. Когаловский – Иваново : Изд-во «Иваново», 2010.

15. Когаловский, с. Р. О развивающем обучении математике. Путь к понятию (от интуитивных представлений – к строгому понятию) [Текст] / С. Р. Когаловский, Е. А. Шмелева, О. В. Герасимова. – Иваново, 1998. – С. 192–205.

16. Лосев, А. Ф. Диалектика творческого акта (краткий очерк) [Текст] / А. Ф. Лосев // Контекст. – 1981. – М., 1982. – С. 48–78.

17. Поддьяков, А. Н. Исследовательское поведение: стратегии познания, помощь, противодействие, конфликт [Текст] / А. Н. Поддьяков – М., 2000.

18. Поддьяков, Н. Н. Основное противоречие развивающейся психики ребенка [Текст] / А. Н. Поддьяков. – Краснодар, 1997.

19. Чуприкова, Н. И. Психология умственного развития: Принцип дифференциации [Текст] / Н. И. Чуприкова. – М., 1997.

20. Чуприкова, Н. И. Строение и развитие сложной логико-семантической системы понятий, складывающейся вокруг понятия «дерево» [Текст] / Н. И. Чуприкова // Вопросы психологии. – 2001. – № 5.

21. Эльконин, Б. Д. Введение в психологию развития [Текст] / Б. Д. Эльконин. – М., 2001.