ТЕОРИЯ И МЕТОДИКА ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

УДК 37.51

А. И. Шабалина

Основные характеристики оснащенных спиралей фундирования математико-методических умений будущего учителя математики

Наблюдения показывают, что в настоящее время студенты, изучая то или иное понятие, плохо усваивают его и не всегда могут установить связи между новым материалом и изученным до этого. Это определено тем, что ранее базовое школьное понятие не было изучено достаточно глубоко. Концепция фундирования определяет профессионально ориентированную теоретическую основу для спиралевидной схемы развертывания и моделирования базовых учебных элементов в направлении их творческого обобщения в системе математической подготовки студентов педагогических вузов. Спираль фундирования, оснащенная историко-методическим блоком, способствует формированию у учащихся профессиональных умений, мотивации на профессию и позволяет дать целостное представление о том или ином понятии.

Ключевые слова: фундирование, математический анализ, математика, оснащенная спираль фундирования, числовые системы, математико-методические умения, обучение, образование, методика преподавания.

A. I. Shabalina

Basic Characteristics of the Equipped Spiral of Foundation of Mathematical Methodical Abilities

Observation represents that now students, studying this or that concept, acquire it in an inappropriate way and not always can establish communications between a new material and the one studied before. It is connected with the fact that in the past base school concept has not been studied deeply enough. The concept of foundation defines professionally focused theoretical basis for the helicoid scheme of expansion and modeling basic educational elements in the direction of their creative generalisation in the system of mathematical training of students of teacher training Universities. The spiral of foundation, equipped with the historical methodical block, promotes formation of pupils' professional abilities, professional motivation and allows to form entire representation about this or that notion.

Key words: foundation, mathematical analysis, Mathematics, equipped spiral of foundation, numerical systems, mathematical methodical abilities, training, education, methods of training.

В настоящее время, как отмечается педагогами и методистами, уровень математического образования студентов педвузов снижается. Выявлен ряд существенных недостатков в математической подготовке будущих учителей. К ним относятся формализм фундаментальных знаний, недостаточно прочные знания школьной математики, неразвитость умений и навыков освоения математики как педагогической задачи, отсутствие целостного представления о сущности математических объектов, слабая развитость логического мышления. К IV курсу студенты педвузов остаются не готовыми к овладению методикой преподавания предмета, что является значительной проблемой при подготовке будущих учителей.

Наблюдения показывают, что в настоящее время студенты, изучая то или иное понятие, плохо усваивают его и не всегда могут установить связи между новым материалом и изученным ранее. Это связано с тем, что базовое школьное понятие не было изучено достаточно глубоко, а существенной частью математической подготовки студентов является именно углубленное изучение базовых школьных понятий, историзм и генезис учебных элементов.

Несомненно, на качество математической подготовки влияют специфическая трудность математики как учебного предмета, высокая степень абстракции ее понятий и теорем, разнообразие форм представления математических структур. Современные фундаментальные математические курсы перегружены второстепенной информацией и представляют собой по существу сокращенные варианты соответствующих университетских курсов. Изучение их представляет значительную трудность для большинства студентов, в основной своей массе средних по способностям. Отдельные понятия и теоремы слишком абстрактны и далеки от профессионально необходимых знаний, отсутствует надлежащая мотивация, что вызывает у ряда студентов отрицательное отношение к предмету и будущей профессии.

Кроме того, существует значительное несоответствие между потребностью в объеме изучаемого материала, тенденцией к формализации его содержания и реальным уменьшением учебных часов, отводимых на его изучение. Все это приводит к снижению качества математической подготовки будущих учителей, в том числе в знании школьной математики.

Кроме противоречия между высокой плотностью информационного потока и нехваткой времени для ее овладения, предъявлением высоких требований со стороны преподавателей, существенную проблему представляет неумение студентов I курса равномерно распределить свои силы в течение семестра, планировать и прогнозировать результаты учебной деятельности. У многих из них недостаточно развиты либо вовсе отсутствуют навыки самостоятельной работы, учащиеся недостаточно четко представляют содержание и структуру учебной нагрузки по предмету и ее связи с будущей профессиональной деятельностью.

Рассматривая математику как педагогическую задачу, приходится сталкиваться с проблемами адекватного представления, устойчивости восприятия и воспроизведения математического знания и выявления специфических особенностей математического мышления. В связи с этим необходима организация целенаправленной профессионально ориентированной учебной деятельности и особенно самостоятельной работы студента в течение всего семестра. Педагогическое образование должно быть, прежде всего, направлено на будущего учителя математики, его профессионализм, на развитие его математико-методических умений, технологию их формирования. Существует множество причин низкого качества образования учителей, причем не только по математике. Часто школьники при выборе будущей профессии действуют необдуманно: следуют за товарищами, просто хотят получить высшее образование, не акцентируя внимание на специализации. Уже с I курса обучения в вузе у студентов необходимо начинать формировать профессиональные умения и мотивацию на будущую профессию.

Таким образом, требуется осуществить пересмотр содержания и структуры, методов, форм и средств профессиональной подготовки учителя математики на основе повышения качества и действенности освоения целостной системы профессионально-ориентированных предметных знаний, определить базовые компоненты и структуры в освоении учебной деятельности.

Проблема профессионализации предметной подготовки учителей математики приводит к необходимости рассмотрения предложенной В. Д. Шадриковым и Е. И. Смирновым концепции фундирования, которая является тем самым средством разрешения противоречий при подготовке учителя математики. Особое направление исследований, связанных с концепцией фундирования, разрабатывается под руководством В. Д. Шадрикова в Ярославском государственном педагогическом университете В. В. Афанасьевым, Е. И. Смирновым, В. М. Майоровым и др.

Фундирование (от лат. *fundare* – основание, закладывание основы) – это процесс создания условий (психологических, педагогических, организационно-методических) для актуализации базовых учебных элементов школьной и вузовской математики с последующим теоретическим обобщением структурных единиц, раскрывающих их сущность, целостность и трансдисциплинарные связи в направлении профессионализации знаний и формирования личности педагога.

Концепция фундирования школьных математических элементов (знаний, умений, навыков, математических методов) предполагает развертывание в процессе математической подготовки студентов следующих компонентов:

– определение содержания уровней базового школьного учебного элемента (знания, умения, навыки, математические методы, идеи, алгоритмы, процедуры);

– определение содержания уровней и этапов (профессионального, фундаментального и технологического) развертывания базового вузовского учебного элемента;

– определение технологии фундирования (диагностируемое целеполагание, наглядное моделирование уровней глобальной структуры, локальной модельности, управление познавательной и творческой деятельностью студентов, блоки мотивации базовых учебных элементов);

– определение методической адекватности базовых школьных и вузовских (фундированных) учебных элементов на основе современных методологических концепций.

Принципиальным отличием формулируемой концепции фундирования является определение профессионально ориентированной теоретической основы для спиралевидной схемы развертывания и моделирования базовых учебных элементов в направлении их творческого обобщения в системе математической подготовки студентов педвузов. Начиная со школьного предмета через послойное фундирование его в разных теоретических дисциплинах, объем, содержание и структура математической подготовки должны претерпеть значительные изменения в направлении практической реализации теоретического обобщения школьного знания по принципу «спирали», «бумеранга». Такое фундирование знаний выводит на уровень, когда педагог вместе со студентом, уже владеющим предметной стороной, начинают отрабатывать методическую сторону преподавания. Школьные умения и навыки станут выступать структурообразующим фактором, позволяющим отобрать теоретические знания из естествознания более высокого уровня, через которые происходит фундирование школьного знания. Другой слой фундирования может образовать совершенствование и углубление практических умений, постановки эксперимента, исследовательского поведения студентов, проектируемых ориентировочной основной учебной деятельности. Наличие этих слоев характеризует степень оснащенности спирали фундирования базового учебного элемента школьной математики (БУЭШМ).

Развернутая во времени и смоделированная спираль фундирования не будет нести позитивную познавательную и профессиональную компоненту будущей деятельности, если не спроектировать приемы и элементы учебной деятельности в течение всего процесса обучения, проявляющие ее компонентный состав. А именно, проекция на структуру, особенности восприятия и понимания, стимулирование мотивационной и эмоциональной сферы обучаемых, определение контрольно-коррекционных механизмов развертывания спиралей фундирования.

Основу для фундирования в виде БУЭШМ составляют 7 содержательных линий:

– числовая,

– функциональная,

– геометрическая,

– тождественных преобразований,

– уравнений и неравенств,

– стохастическая,

– алгоритмическая.

Каждая содержательная линия определяет базовые знания, умения, навыки и методы вузовской математики, распределенные по оптимальному набору учебных предметов и дисциплин.

В развертывании содержания учебного предмета в контексте профессионализации фундирования БУЭШМ с особой отчетливостью прослеживаются три линии:

– логика определения содержания учебного предмета, исходя из его особенностей: отбор базовых учебных элементов, структуры, этапы изучения, интегративные знания, соотношение теоретического и практического компонентов и т. п.;

– логика преемственности и содержания теоретического обобщения БУЭШМ: содержательные линии школьной математики и набор учебных предметов вузовского обучения, построение системы логически взаимосвязанных видовых проявлений базовых родовых понятий, усиление прикладного и деятельностного компонентов обучения математике, модульный принцип развертывания содержания учебного предмета и т. п.;

– учет психологических и педагогических особенностей восприятия, усвоения, представления, применения, анализа и синтеза учебного материала субъектом обучения: наглядное моделирование, имитационное моделирование, структурный анализ базовых учебных элементов, усиление эвристического и гуманитарного компонентов, развитие интеллектуальных и личностных характеристик, вариативность решения учебных задач, взаимопереходы знаковых систем и т. п.

Сегодня перед образовательными учреждениями ставятся вопросы обеспечения непрерывности и преемственности школьного и вузовского образования. При этом решаются такие задачи образовательной деятельности, как расширение и углубление базы знаний школьников. Модели углубления знаний, разрабатываемые педагогами школ и вузов по разным предметам должны обеспечивать выбор учащимися оптимальных способов учебной работы, а не простое усвоение готовых образцов знаний. При таком типе образования акцент переносится с накопления информации (цифр, формул, правил и т. д.) на освоение способов их получения, на анализ и планирование своих действий, умение критически рассматривать факты и данные, вести диалог и слышать оппонента. Формы и способы организации обучения должны способствовать повышению интереса к учению, раскрытию и развитию творческих способностей, активизации самостоятельной поисковой деятельности учащихся.

Спирали фундирования, разработанные ранее, являются полезным атрибутом учебного процесса в вузе и будущей профессиональной деятельности студента-математика. Создание системогенетического блока спиралей фундирования БУЭШМ позволяет определить устойчивое ядро содержания учебной информации, проектирующее элементы ориентировочной основы учебной деятельности студентов.

С другой стороны, проецирование теоретического обобщения (родовое понятие) на видовое разнообразие частных случаев в форме актуализированных практических приложений создает устойчивый мотивационный эффект в процессе усвоения школьного математического знания, например, понятия числа.

Понятие числа изучается на протяжении всего курса математики, по завершении которого студенту необходимо овладеть оформленной теорией действительного числа: знать аксиоматику, уметь доказывать некоторые свойства действительных чисел, знать свойства числовых неравенств, степеней, основные классы в $\boldsymbol{R}$, их свойства, существующие между ними соотношения ($\boldsymbol{N}$, $\boldsymbol{Z}$, $\boldsymbol{Q}$, $\boldsymbol{I}$), кроме того, знать структуру числовой прямой, классификацию промежутков на ней.

Функции изучаются на протяжении всего курса алгебры и начал анализа. Но также необходимо обобщение понятия функции как отображения множеств, доказательство основных свойств элементарных функций, приведение их классификации. Понятие предела, техника его вычисления, понятие непрерывности в школе изучаются лишь обзорно, но учитель должен хорошо владеть ими для исследования элементарных функций, понимать их поведение.

Глубокое изучение последовательности действительных чисел как функции натурального аргумента позволит учителю математики логически строго построить преподавание темы «Прогрессии», подобрать задачный материал, доказать свойства изучаемых объектов, выстроить ассоциативный ряд прикладных и творческих задач.

Методы доказательства и исследования, применяемые в математическом анализе, могут быть спроектированы на школьный курс математики и использованы в нем. Важную роль играет умение проводить структурный и логический анализ понятий и теорем, проектировать учебный материал по уровням усвоения и ступеням абстракции, выстраивать обоснованную таксономию учебных целей, создавать условия для эффективного педагогического взаимодействия.

Знания, полученные за время обучения в педагогическом вузе, должны быть прочно закреплены, чтобы в своей профессиональной деятельности учитель не испытывал трудностей в оперировании математическими объектами и видел за фактами школьной математики их научные основы и значение, взаимосвязь с вузовской математикой.

В рамках концепции фундирования предлагается углубление теоретической и практической составляющих математического образования будущего учителя с усилением школьного компонента математического образования с последующим теоретическим обобщением знаний на разных уровнях. Принцип фундирования создает основу для *спиралевидной схемы* моделирования базовых знаний, умений, навыков математической подготовки студентов педагогических вузов.

В результате обучения с применением технологии развертывания спиралей фундирования студенты приобретают определенные математико-методические общеучебные умения: умения владеть логическим анализом теоремы, выделять условие, заключение теоремы, необходимое и достаточное условие, формулировать обратную и противоположную теоремы; знать, что такое силлогизмы, кванторы и пропозиционные связки, отрицание высказываний, конструктивная теорема, теорема существования, построение контрпримеров к условиям теоремы, построение блок-схемы доказательства, структурный анализ учебных элементов.

Для формирования математико-методических умений используются различные технологии введения понятий, формирования фундирующих комплексных задач, соединения теории и методики, что является определенной ступенью в спираль фундирования и характеризует степень ее оснащенности.

Среди методов исследования и доказательств можно выделить: «от противного», метод Больцано, метод введения вспомогательной функции, метод математической индукции, метод продолжения, метод математического моделирования, метод последовательных приближений.

Предъявление спирали фундирования сопровождается развертыванием мотивационного блока, состоящего из системы прикладных и профессионально-ориентированных задач, определяющих стимулирование познавательного интереса обучаемых.

Попробуем построить теоретическое обобщение числовых систем. Свойства числовой прямой являются тем фундаментом, на котором строится теория пределов, а вместе с ней – все здание современного математического анализа.

Натуральные числа, получаемые при естественном счете; множество натуральных чисел обозначается $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, ...\}$. Натуральные числа замкнуты относительно сложения и умножения (но не вычитания или деления). Натуральные числа коммутативны и ассоциативны относительно сложения и умножения, а умножение натуральных чисел дистрибутивно относительно сложения.

Целые числа, получаемые объединением натуральных чисел с множеством отрицательных чисел и нулем, обозначаются $\mathbb{Z} = \{... -2, -1, 0, 1, 2, ...\}$. Целые числа замкнуты относительно сложения, вычитания и умножения (но не деления).

Рациональные числа – числа, представленные в виде дроби m/n (n≠0), где m – целое число, а n – натуральное число. Для рациональных чисел определены все четыре «классических» арифметических действия: сложение, вычитание, умножение и деление (кроме деления на ноль). Для обозначения рациональных чисел используется знак $\mathbb{Q}$.

Действительные (вещественные) числа представляют собой расширение множества рациональных чисел, замкнутые относительно некоторых (важных для математического анализа) операций предельного перехода. Множество вещественных чисел обозначается $\mathbb{R}$. Его можно рассматривать как пополнение поля рациональных чисел $\mathbb{Q}$ при помощи нормы, являющейся обычной абсолютной величиной. Кроме рациональных чисел, $\mathbb{R}$ включает множество иррациональных чисел $\mathbb{I}$, которые нельзя представить в виде отношения целых. Кроме подразделения на рациональные и иррациональные, действительные числа также подразделяются на алгебраические и трансцендентные. При этом каждое трансцендентное число является иррациональным, каждое рациональное число – алгебраическим.

Комплексные числа $\mathbb{C}$, являющиеся расширением множества действительных чисел, могут быть записаны в виде $z = x + iy$, где i – мнимая единица, для которой выполняется равенство $i^2 = -1$. Они используются при решении задач квантовой механики, гидродинамики, теории упругости и пр.

Гиперкомплексные числа – это конечномерные алгебры над полем действительных чисел.

Кватернионы (англ. *quaternion*) – это система гиперкомплексных чисел, предложенная Гамильтоном в 1843 г.

Умножение кватернионов некоммутативно, так как они образуют тело, которое обычно обозначается $\mathbb{H}$. Кватернионы очень удобны для описания изометрий трехмерного и четырехмерного Евклидовых пространств, и поэтому получили широкое распространение в механике. Также их используют в вычислительной математике, например, при создании трехмерной графики.

Для перечисленных множеств чисел справедливо следующее выражение:

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C} \subset \mathbb{H}.$$

Вышеописанные понятия образуют спираль фундирования. Для полноценной характеристики этих понятий необходима историко-методическая составляющая спирали, каждое звено которой включает в себя исторический аспект формирования понятий и методическое оснащение.

Историзм изучаемого материала важен для повышения мотивации школьников и студентов к изучению математики.

Из истории становления понятия «действительного числа» можно рассмотреть наивную теорию действительных чисел и создание строгой теории.

История комплексных чисел берет свое начало в XVI веке. Многие ученые развивали теорию комплексных чисел вплоть до конца XIX века.

А в 1943 г. Гамильтон предложил и обобщение комплексных чисел – кватернионы. Что является важным отпечатком в истории развития чисел.

Позднее Фробениус строго доказал (1877), что расширить комплексное поле до поля или тела с двумя мнимыми единицами невозможно.

Методическая оснащенность является совокупностью обучающих приемов и шагов обучения, следующих в строго определенной последовательности и обеспечивающих достижение поставленной цели. А именно, аналогично историческому аспекту методическая оснащенность стимулирует раннюю профессионализацию у школьников и студентов, задавая своевременную мотивацию на профессию.

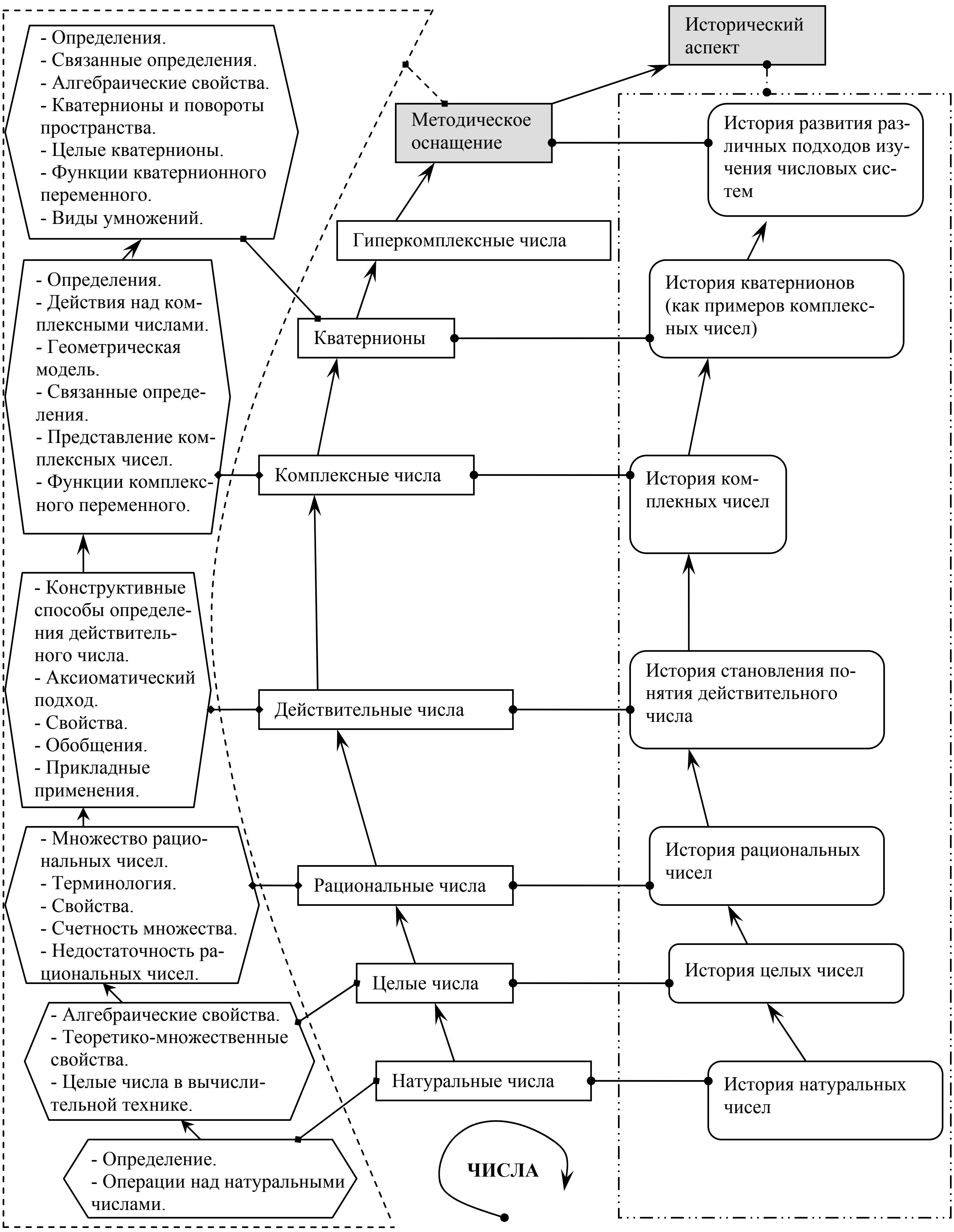

Рис. 1. Спираль фундирования понятий числовых систем с историко-методическим оснащением

Таким образом, параллельно с исходной спиралью фундирования понятий числовых систем формируются еще 2 спирали, отражающие ее историческую и методическую основы. Такая совокупность взаимосвязанных спиралей является оснащенной спиралью фундирования. Такие спирали формируют профессиональные умения и профессиональную мотивацию.

В итоге формируется цепочка фундирования понятий числовых систем с историко-методическим оснащением (рис. 1), которая, являясь оснащенной спиралью фундирования, позволяет сформировать целостное представление о числовых системах.

Оснащенная спираль фундирования – это концепция фундирования математических элементов, оснащенная историко-методическим блоком, которая способствует формированию у учащихся профессиональных умений и мотивации на профессию.

Историко-методическое оснащение характеризуют: элементы историзма и генезиса учебных элементов; отбор базовых и интегративных учебных элементов; взаимопереходы знаковых систем; решение задач при ограничении условий (поиск оптимальных условий); вариативность способов решения задач; структурный анализ учебных элементов; единичное и особенное проявлений теорий учения в моделировании процессов усвоения учебных элементов; актуализация фаз и типов ориентировки и исполнения в учебной деятельности; формирование культуры устной и письменной речи, мышления; фундирование опыта и личностных характеристик в направлении профессионализации; опора на устойчивые ассоциации, активизация ментальных и личностных характеристик. В дальнейшем мы планируем составить подробную характеристику технологических компонентов разработанной спирали фундирования понятий числовых систем.

Библиографический список:

1. Афанасьев, В. В., Поваренков, Ю. П., Смирнов, Е. И., Шадриков, В. Д. Подготовка учителя математики [Текст] : инновационные подходы / В. В. Афанасьев, Ю. П. Поваренков, Е. И. Смирнов, В. Д. Шадриков. – М. : Гардарики, 2001. – 384 с.

2. Смирнов, Е. И., Поваренков, Ю. П. Совершенствование предметной подготовки учителя математики [Текст] / Е. И. Смирнов, Ю. П. Поваренков // Педагогическое образование в современных условиях. – Ярославль, 1997. – С. 121–123.

3. Смирнов, Е. И., Соловьев, А. Ф., Буракова, Г. Ю. Дидактический модуль по математическому анализу [Текст] : теория и практика / Е. И. Смирнов, А. Ф. Соловьев, Г. Ю. Буракова. – Ярославль : Изд-во ЯГПУ, 2002. – 181 с.

4. Смирнов, Е. И. Технология наглядно-модельного обучения математике [Текст] / Е. И. Смирнов. – Ярославль : Изд-во ЯГПУ, 1998. – 335 с.

5. Усова, А. В. Формирование у школьников научных понятий в процессе обучения [Текст] / А. В. Усова. – М., 1984. – С. 50–105.

6. Фридман, Л. М. Наглядность и моделирование в обучении [Текст] / Л. М. Фридман. – М., 1984. – 79 с.

7. Фридман, Л. М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе [Текст] / Л. М. Фридман. – М., 1983. – 160 с.

8. Шадриков, В. Д. Психология деятельности и способности человека [Текст] : учебное пособие / В. Д. Шадриков. – М., 1996. – 320 с.