

В. Н. Осташков

Роль исследовательских задач в обучении математике будущих инженеров

В статье обсуждается понятие исследовательской профессионально ориентированной задачи, предложена схема процесса ее решения при изучении математики будущими инженерами, содержащего математический, инженерный и личностный компоненты.

Ключевые слова: проблемная ситуация, исследовательская деятельность, обучение математике, будущий инженер, исследовательская задача, исследовательская профессионально ориентированная задача, информационно-коммуникационные технологии, проектная деятельность, вариативность, рефлексия, нелинейное мышление.

V. N. Ostashkov

The Role of Research Problems in Future Engineers' Training Mathematics

In the article the concept of the research professionally focused problem is discussed, is offered the scheme of the process of solving such problems at the future engineers' training Mathematics, containing mathematical, engineering and personal components.

Key words: a problem situation, research activity, training Mathematics, the future engineer, a research problem, the research professionally focused problem, information-communication technologies, a project activity, variability, reflection, nonlinear thinking.

Содержание отечественного высшего технического образования в настоящее время не отвечает запросам современного производства. Выпускник технического вуза не обладает компетенцией исследователя, творца в техносфере, что не способствует конкурентоспособности нашей продукции на мировом рынке. Одним из факторов этого является недостаточная фундаментальная подготовка будущих инженеров, в частности, недостаточные умения студентов применять математический аппарат в исследовательской деятельности.

Преподавание математики в технических вузах призвано решить в контексте формирования компетентного специалиста триединую задачу: обучение математике с целью использования математического аппарата при изучении других дисциплин – естественнонаучных, общетехнических, специальных; развитие математического потенциала будущего инженера; воспитание научного мировоззрения будущего инженера. В процессе развития математического мышления формируются компоненты нелинейного мышления (дивергенция, конвергенция, параллелизм), которое одно способно выводить в иносистемное (нелинейность лелеет стохастику) и без которого немислимо становление технического мышления.

Компетенции инженера будем подразделять на профессиональные, информационные и технологические, а его личностные компетенции – на мировоззренческие, мотивационные, исследовательские. *Профессиональные* компетенции обеспечивают владение комплексом профессиональных качеств, основанных на понимании структуры техносферы, знании характерных особенностей ее составляющих, умении реализовать свои *технологические* компетенции путем планирования, осуществления и мониторинга производственно-технологических процессов. *Информационные* компетенции содержат как компонент математическую компетенцию будущего инженера. К основным *математическим компетенциям* будущего инженера следует отнести понимание, знание и умения в области математики, необходимые для успешного изучения других дисциплин, использования математического аппарата как интегративного фактора междисциплинарного взаимодействия и применения в исследовательской деятельности.

По характеру работы инженеру приходится решать разнообразные производственные задачи: технологические, конструкторские, исследовательские. Под *исследовательской профессионально ориентированной задачей* будем понимать задачу, которая представляет абстрактную модель неопределенной ситуации в предметной

области; решается средствами математики, в частности, с использованием информационно-коммуникационных технологий (ИКТ); а в своей фабуле содержит возможность ее варьирования, приводящего к новым исследованиям. Как правило, для этих задач приходится не только искать способ решения, но и часто предварительно формулировать их для себя и других, то есть составлять условия и требования задачи. Таким образом, умение конструировать и решать задачи – профессиональное качество, необходимое для каждого инженера. В своей профессиональной деятельности инженер как человек, обладающий техническим мышлением и живущий одновременно в 3-х мирах – материальном, чувственном, абстрактном, – имеет дело с различными объектами. Последние суть фрагменты объективной реальности – материальные, чувственные (перцептивные), абстрактные (идеальные). Под моделью объекта A понимают объект \tilde{A} , сохраняющий типичные черты объекта A , то есть те свойства и характерные особенности объекта A , которые важны для данного исследования, использования, применения.

Процесс построения модели, ее анализа, истолкования обнаруженных фактов называется *моделированием*. Моделирование, основанное на математических методах, называется *математическим*. Такое моделирование применительно к исследованию технического объекта A использует математический язык, опирается на знаково-символьные или численные методы анализа его математической модели (ММ) \tilde{A} и завершается интерпретацией полученных результатов – переводом с математического языка на технический. Математическое моделирование состоит из построения, анализа, интерпретации ММ.

Этап построения ММ обычно выполняется в 3 шага: 1) дается словесное описание объекта A – *содержательная* постановка задачи моделирования, 2) делается перевод предыдущего описания на технический язык и интуитивно предсказываются возможные сценарии поведения объекта A – *концептуальная* постановка задачи моделирования, 3) выполняется перевод с технического языка на математический – *математическая* постановка задачи моделирования. Далее, на этапе анализа ММ происходит игра по математическим правилам, характерной особенностью которой является потенциальная возможность по известным входным параметрам моделируемого объекта A найти путем анализа модели \tilde{A} выходные параметры объекта A . Параметрами

могут служить любые математические объекты – числа, векторы, тензоры, соответствия, отображения, функции, инцидентии, множества, алгоритмы и т. п. Наконец, из 3-х шагов состоит и этап интерпретации ММ: 1) дается истолкование на языке предметной области математических фактов, полученных в ходе анализа ММ, 2) выясняется, насколько хорошо теория согласуется с практикой (выполняется проверка ММ на адекватность), 3) осуществляется рефлексия (когда исследователь задается вопросами – что можно изменить в объекте A или модели \tilde{A} , в их свойствах, в методах исследования, в своем мышлении, в своей оппозиции относительно A или \tilde{A} ? и др.). При этом истинный исследователь не боится получить побочные, непредсказуемые продукты или суждения, а, наоборот, ставит разнообразные цели, даже если они конкурируют между собой. (Д. Пойа: «Не всякое ли открытие состоит в неожиданном соприкосновении и последующей интерпретации двух различных контекстов?» [9, с. 173]).

Наряду с техническим инженер должен владеть и рациональным (логическим) мышлением – анализом, сравнением, синтезом; аналогией, обобщением, специализацией и др.

Важную роль при разработке моделей играют гипотезы, то есть предсказания, основанные на наблюдениях и догадках, а также обобщения и специализации. Формулирование и проверка правильности гипотезы зиждется, как правило, на аналогиях. Аналогия как форма мышления основана на сходстве 2-х объектов, зависящем от уровня абстрагирования, определяемого конечной целью, и параметров объекта исследования. Немецкий астроном И. Кеплер сказал: «И я больше всего дорожу Аналогиями, моими самыми верными учителями. Они знают все секреты Природы, и ими меньше всего следует пренебрегать в геометрии». Обобщение – это логический прием, состоящий в переходе от менее общего к более общему. По этому поводу Д. Пойа пишет: «Существуют 2 рода обобщений: один дешевый, другой ценный. Легче обобщить, разбавив маленькую идею большой болтовней. Приготовить очищенный и сгущенный экстракт из нескольких хороших составных частей значительно труднее». Специализацией называют логический прием, состоящий в переходе от более общего к менее общему. Так, например, теорема Пифагора является специальным случаем теоремы косинусов, а прямозубое цилиндрическое зубчатое колесо – частный случай косозубых колес, которые

в свою очередь являются специализацией винтовых зубчатых колес.

С. Л. Рубинштейн ввел термин «анализ через синтез» для обозначения того, что в процессе мышления познаваемый объект включается в новые связи и выступает в новом качестве, фиксируемом в новом понятии. В таких случаях благодаря эмерджентным (неожиданным) связям исследуемый объект, подобно искусно выращенному кристаллу, сияет свежими формами, преисполненный оригинальной палитрой свойств, источая из глубин обновленного содержания свет истины, радуя беспрестанно пульсирующую мысль, – мысль творческую, постоянно нацеленную на варьирование, на проникновение в непознанное. Приемы варьирования настолько разнообразны, что практически невозможно собрать их в единый список с целью порекомендовать его другим для успешного погружения в творчество.

В технической области приемы варьирования можно разделить на 3 группы в соответствии с тем, что именно варьируется – объекты, их свойства или отношения между объектами [4, с. 80–99]:

– объекты – дробление, другое измерение, обратная связь, «посредник», копия, замена механической схемы, гибкие оболочки и тонкие пленки, «обратить вред на пользу»;

– свойства – вынесение, местное качество, универсальность, матрешка, антивес, «заранее подложенная подушка», сфероидальность, пневмо- и гидроконструкции, пористость, окраска, однородность, композиционные материалы, изменение физико-химических параметров, сильный окислитель, изменение степени инертности, «дорогая долговечность» и «дешевая одноразовость»;

– отношения – асимметрия, объединение, предварительное напряжение, предварительное исполнение, эквипотенциальность, наоборот, динамичность, частичное или избыточное решение, механические колебания, периодическое движение, непрерывность полезного действия, «проскок», самообслуживание, отбрасывание и регенерация частей, фазовый переход, термическое расширение.

В математике приемы варьирования делятся также на 3 группы [2, с. 21–22]:

– объекты – *аналог* (приближение объекта к одному из вариантов, замена объекта аналогом; например, замены: точка \leftrightarrow прямая, точка \leftrightarrow плоскость, точка \rightarrow окружность и т. п.), *про-*

странство (переход от плоскостного размещения объекта к пространственному, изменение размерности объекта или его объемлющего пространства), *время* (перенос функционирования объекта в другое время);

– свойства – *локализация* (временное отделение части объекта, временное изменение части условий, временное удовлетворение части требований задачи), *деформация* (изменение размеров, показателей, качественных характеристик объекта, поиск оптимального состава объекта), *реструктуризация* (поиск нужной – устойчивой, красивой и тому подобное – структуры объекта посредством изменения отношений между его частями);

– отношения – *трансформация* (применение симметрий, антисимметрий, асимметрий, динамики, ритмики, нюансов, контраста, инверсия, изменение процедур деятельности на противоположные, обращение функций, взгляд на объект с противоположной точки зрения, замена динамики – статикой и наоборот), *приспособление* (адаптация объекта к внешним условиям, к взаимодействию старого и нового), *обозначения* (с индексами, без индексов, векторная форма, матричная форма, тензорная форма).

Одной из форм развития творческих способностей является работа над проектом, который студент (или даже малая группа) сам выбирает, исполняет и оформляет. Выполняя проекты, будущие инженеры самостоятельно намечают стратегии достижения цели – будь то решение технической проблемы или математической задачи, – производят отбор необходимых методов, способов, приемов, причем не перенимая их слепо у кого-то, а творчески переосмысливая, искусно вплетая их в красоту рождающегося орнамента собственных фантазий – движущей силы в фазовом пространстве творений, обеспечивающей прохождение идеи по траектории от стартового состояния до аттрактора-цели. Перечень проектов определяется преподавателем с учетом ряда факторов. В качестве ориентира можно использовать 113 проектов, приведенных в учебном пособии [8, с. 200–203]. Великий математик Давид Гильберт в предисловии к своей книге «Наглядная геометрия» [3] пишет: «Пусть читатель прогуливается в огромном саду геометрии, в котором каждый может составить себе такой букет, какой ему нравится». Не менее увлекательно будущий инженер может путешествовать как в бескрайнем саду математики, так и по загадочным джунглям техносферы, чтобы там не только

«найти то, не знаю, что», но и, главное, выпестовать свое истинно творческое Я.

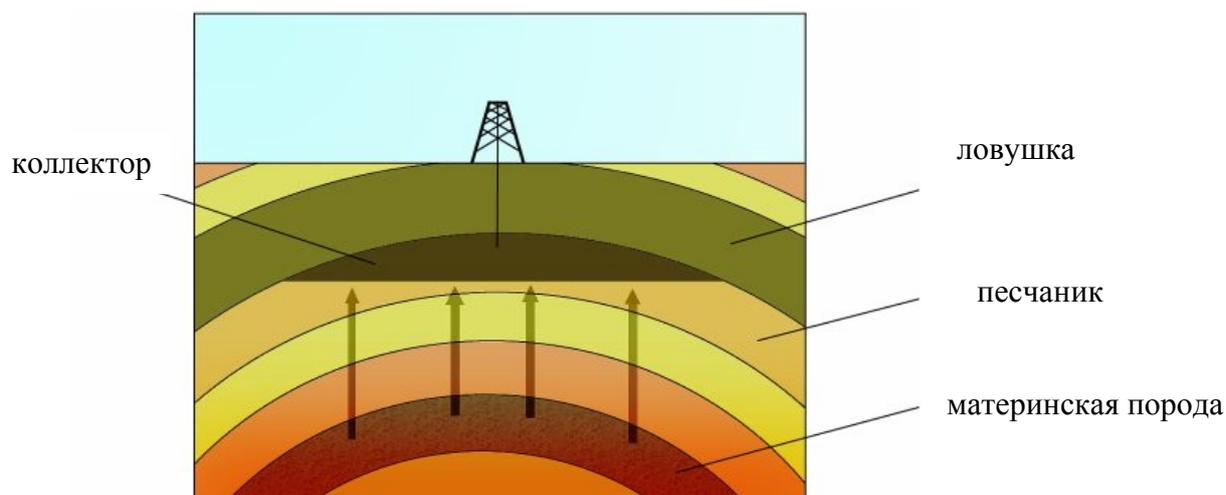
В своих работах Г. С. Альтшуллер [1], Ю. М. Колягин [5], А. М. Матюшкин [6], Д. Пойа [9, 10], Л. М. Фридман [12], И. М. Шапиро [13] и другие уделяют большое внимание процессу решения задачи.

Ученые-психологи под термином «задача» подразумевают ситуацию, требующую от человека (субъекта) некоторого действия, направленного на нахождение неизвестного на основе использования его связей с известным, и показывают, что в зависимости от условий, в которых находится субъект, возможны следующие случаи. (*AB*) Субъект обладает способом (алгоритмом) этого действия, то есть способ решения задачи решающему известен. Такие задачи получили название стандартных. (*A \bar{B}*) Алгоритм этого действия в принципе существует, но субъект им не обладает. Решающий должен найти этот алгоритм сам. Такого рода задачи обычно называют нестандартными (поисковыми, творческими, проблемными). (*$\bar{A}\bar{B}$*) Алгоритм этого действия неизвестен не только субъекту, но и науке. Это так называемые оригинальные творческие задачи. Психологические механизмы, которые обеспечивают отыскание решения такой задачи, остаются предметом острых дискуссий. Обычно это происходит в ситуациях наличия противоречия: между жизненным опытом, представлениями студента и его научными знаниями, между теоретически возможным способом решения проблемы и невозможностью его практически осуществить, между известным фактом и недостаточностью знаний для его объяснения; в ситуации неопределенности, при которой учащиеся осознают недостаточность или избыточность данных для получения однозначного ответа; в ситуации опровержения какого-нибудь предположения, идеи, вывода; в ситуации многовариантного решения исследовательской задачи.

Как правило, задача представляет собой реальную проблемную ситуацию. Проблемная ситуация – это психическое состояние интеллектуального затруднения, вызванного, с одной стороны, острым желанием решить проблему, а с другой – невозможностью это сделать при помощи наличного запаса знаний или с помощью знакомых способов действия, которое создает потребность в приобретении новых знаний или поиске новых способов действий. В процессе

обучения математике студент ставит своей целью: понимать математический язык; знать необходимые математические факты (теоремы); уметь для данного фрагмента реальности объяснить его эволюцию на математической модели, управлять операциональными свойствами, предсказывать возможную динамику, в частности, риски. Понимать, знать, уметь студент может научиться, во-первых, опираясь на готовые знания, на собственный опыт получения новых знаний, на чужой опыт получения новых знаний; во-вторых, исходя из собственных целей, из целей общности (социальный заказ), из общечеловеческих целей; в-третьих, воспитывая в себе качества, необходимые в познавательной деятельности, в исследовательской работе, в творческом горении. Фрагмент реальности, его феноменологическое описание, математическая модель – вот 3 составляющие, которые сопровождают исследователей в любой области человеческого знания, часть которого со временем утрачивается, часть развивается далее, часть передается подрастающему поколению в виде готовых задач и упражнений или же в виде проблем.

Проблемный подход к формированию познавательной, исследовательской, творческой деятельности человека эффективнее задачного, ибо проблемный подход подобен приготовлению ухи из рыбы (которую еще надо наловить) на костре (для которого еще надо найти дрова) с единомышленниками (которых, как и денег, много не бывает). Задачный подход проще: он аналогичен технологично организованному коллективному поеданию «культурных консервов». Этот путь всегда был и всегда будет в образовании, так как у него есть главное достоинство: предсказуемость длительности его протекания во времени. Проблемный же подход, оцифрованный музыкой логики и расцвеченный яркими красками интуитивной палитры, к тому же требующий немало времени, способен дать много пользы, правда, порой с побочными эффектами, когда обучающийся попадает в волшебные чары ее величества Красоты Нерешенной Проблемы и, очарованный ею, может не вернуться назад. Много способных молодых людей погубили себя в поисках доказательства, например, теоремы Ферма или 5-го постулата Евклида. О том, что попытки доказательства последнего погубили много одаренных молодых умов, предупреждал в свое время профессор Бартельс юного гимназиста казанского университета Николая Лобачевского. Но, как известно, Н. И. Лобачевский не внял молениям



Условие задачи описывает типичную ситуацию неопределенности (0). Специалисты знают, что надо иметь сведения об объеме V шарового сегмента D и пористости ρ коллектора (I_1). Математики понимают, что надо знать еще и высоту h сегмента (M_2). После синтеза всех обстоятельств геологического и математического характера (C_3) возникает возможность решить задачу в пакете MathCAD (I_4). Для этого можно построить математическую модель (M_5), знаково-символьное исследование которой сводится к нахождению «вручную» интеграла

$$V = \iiint_D dx dy dz.$$

Как показывают выкладки (M_5), $V = \pi h^2(R - h/3)$. После тщательной проверки решения (C_6) и построения – с целью визуализации – графика функции $V(h)$ все в том же пакете MathCAD (I_4) проводится интерпретация (I_7) полученных результатов, уточнение (из опытных данных!) пористости $\rho=30\%$, высоты сегмента $h=62$ м (I_1), и выполняется окончательное вычисление (M_8) запасов нефти в ловушке. Они составляют 958 050 кубических метров нефти, или 6 025 932 нефтяных баррелей, что (C_9) по цене \$ 50 за 1 баррель дает – с учетом того, что в Западной Сибири на добычу 1 барреля нефти тратится до \$ 18 – почти \$ 200 000 000. Да, деньги вызывают интерес, большие деньги рождают экономику, а очень большие деньги определяют политику! Казалось бы, хочешь много денег, качай больше нефти, а для этого надо сильнее заводнять коллектор. Однако чрезмерное усердие при закачке воды может привести к тому, что мы будем получать вместо нефти свою же воду. Дело в том, что граница раздела «вода – нефть»,

являясь фрактальной, просачивается вместе с нефтью через пористую породу, и при определенных условиях возникают так называемые водяные «пальцы Хейли-Шоу» [11], один из которых, попав в трубу, губит скважину.

Таким образом, находясь в точке C_9 переживания успеха, будущий инженер, ответив на вопрос задачи, генерирует в результате рефлексии новые для себя вопросы, например, в виде следующих проектов.

Проект 1. Исследовать геометрию границы раздела «вода – нефть» при заводнении нефти.

Проект 2. Геофизические исследования скважин проводятся с целью получения данных для составления технологической карты эксплуатации скважины. Путем размельчения керна, взятого из нефтегазоносного коллектора, можно выявить распределение линейных размеров кварцевых частиц, входящих в состав керна, и оценить его проницаемость, пористость и другие перколяционные свойства. Требуется решить обратную проблему: зная распределение размеров песчинок, «собрать» из них керн и предсказать его перколяционные свойства.

Таким образом, на задачу следует смотреть как на проблему, связанную для студента не только с усвоением когнитивного опыта, но и с приобретением эмоционально-ценностного опыта, а также опыта исследовательской деятельности.

Задача будет иметь личностно-развивающую функцию, если она в процессе решения позволяет студенту проявиться как личности: оценить результат решения и взять на себя ответственность за это решение; проявить творческую инициативу в выборе способа решения задачи; изме-

нить мотивацию к решению исследовательских задач и на этой основе формировать у себя чувство компетентности и аффилиации; быть готовым компетентно и оптимистически преодолевать трудности и барьеры в учебном процессе; овладеть содержательной и исполнительской самостоятельностью в профессиональной сфере деятельности. Н. Н. Обозов в своих исследованиях доказал, что включение в учебный материал субъективно значимых задач, ситуаций из жизненного опыта повышает мотивацию учения [7].

Библиографический список:

1. Альтшуллер, Г. С. Творчество как точная наука (теория решения изобретательских задач) [Текст] / Г. С. Альтшуллер. – М. : Сов. радио, 1979. – 184 с.
2. Афанасьев, В. В. Формирование творческой активности студентов в процессе решения математических задач [Текст] : Монография / В. В. Афанасьев. – Ярославль : Изд-во ЯГПУ, 1996. – 168 с.
3. Гильберт, Д., Кон-Фоссен, С. Наглядная геометрия [Текст] / Д. Гильберт, С. Кон-Фоссен ; пер. с нем. – М. : Наука, 1981. – 344 с.
4. Заенчик, В. М., Карачев, А. А., Шмелев, В. Е. Основы творческо-конструкторской деятельности: Методы и организация [Текст] : учебник для студ. высш. учеб. Заведений / В. М. Заенчик, А. А. Карачев, В. Е. Шмелев. – М. : Издательский центр «Академия», 2004. – 256 с.
5. Колягин, Ю. М. Задачи в обучении математике. Обучение математике через задачи и обучение решению задач [Текст] : Ч. 2 / Ю. М. Колягин. – М. : Просвещение, 1977. – 144 с.
6. Матюшкин, А. М. Проблемные ситуации в мышлении и обучении [Текст] / А. М. Матюшкин. – М. : Педагогика, 1972. – 208 с.
7. Обозов, Н. Н. Психология субъектов познания [Текст] / Н. Н. Обозов. – СПб : Акад. предпринимательства и менеджмента, 1997. – 51 с.
8. Осташков, В. Н. Практикум по решению инженерных задач математическими методами [Текст] : учебное пособие. – Тюмень : Изд-во ТюмГНГУ, 2010. – 204 с.
9. Пойа, Д. Математика и правдоподобные рассуждения [Текст] / Д. Пойа. – М. : Наука, 1975. – 464 с.
10. Пойа, Д. Как решать задачу [Текст] / Д. Пойа. – Львов : Квантор, 1991. – 214 с.
11. Федер, Е. Фракталы [Текст] / Е. Федер. – М. : Мир, 1991. – 256 с.
12. Фридман, Л. М. Психологический анализ задачи: Проблемные ситуации и задачи [Текст] / Л. М. Фридман // Новые исследования в психологии и возрастной физиологии. – М. : Педагогика, 1970. – С. 54–55.
13. Шапиро, И. М. Использование задач с практическим содержанием в преподавании математики [Текст] / И. М. Шапиро. – М. : Просвещение, 1990. – 96 с.