

Е.Н. Тихомирова

К вопросу о смещении радиантов метеорных потоков

В рамках возмущенной задачи двух тел предложен метод оценки смещения радианта метеорного потока. Рассматривается эволюция метеорной частицы после полного ее оборота, «мигрировавшей» с одной эллиптической гелиоцентрической орбиты на другую, с незначительно измененными параметрами. Полученные аналитические решения уравнений движения частиц учитывают действие фотонов, протонов и альфа-частиц.

Ключевые слова: кометы, метеорный поток, радиант, метеороиды, эффект Пойнтинга – Робертсона, солнечный ветер.

E.N. Tikhomirova

To the Question about Radiants' Displacement of Meteoric Streams

In the context of the perturbed two – body problem the meteor stream radiant shift method is offered. The evolution of the meteoroid particle after its revolution which «migrated» from one elliptic orbit to another with insignificantly changed parameters is considered. The received analytical solutions of the equations of movement of particles consider the action of photons, protons and alpha particles.

Key words: comets, a meteor shower, radiant, meteoroids, Poynting – Robertson's effect, a solar wind.

Введение

Возросший интерес к задаче эволюции пылевой составляющей межпланетной среды вполне оправдан. Изучение динамической эволюции комет и метеорных потоков позволяет не только выяснить особенности этих тел, но и понять происхождение и состав других групп малых тел Солнечной системы [1], [10]. Наконец, исследование комет и других малых тел позволяет подойти к выяснению прошлого и настоящего Солнечной системы.

В связи с активным развитием космической эры, запуском многочисленных искусственных спутников, разработкой и воплощением в жизнь космических миссий появилась проблема защиты космических аппаратов от бомбардировки метеороидными частицами, поэтому, говоря об исследовании движения небесных тел в окрестностях Земли, следует рассматривать всю их совокупность как микрометровых, так и километровых размеров.

Указанные обстоятельства диктуют необходимость тщательного исследования эволюции комет и метеорных потоков от их первого визита в планетную область Солнечной системы до исчезновения (физического или динамического) [5], [11].

В работе предложен аналитический метод, позволяющий оценить смещение радианта метеорного потока при рассмотрении эволюции метеорной частицы с учетом негравитационных сил (светового давления, эффекта Пойнтинга – Робертсона и солнечного ветра) после полного ее оборота, «мигрировавшей» с одной эллиптической гелиоцентрической орбиты на другую, с незначительно измененными параметрами.

Уравнение движения метеороидной частицы с учетом негравитационных сил

Дифференциальное уравнение движения, представленное в векторной форме, абсолютно черного сферического тела, изотропно переизлучающего солнечную энергию и движущегося со скоростью v , составляющей угол u с направлением гелиоцентрического радиус-вектора r имеет вид [3]:

$$d^2r/dt^2 = -GM/r^2 - 2b \cos u / r^3 - b \sin u / r^2 e_r, \quad (1)$$

$$b = \pi R^2 q r_{S-E}^2 v / Mc^2.$$

Здесь G – гравитационная постоянная, r – расстояние от Солнца до частицы, R – радиус частицы, c – скорость света, q – солнечная постоянная для среднего расстояния r_{S-E} от Солнца до Земли, e_r и e_t – единичные векторы радиального и трансверсального ускорений, M' – редуцированная масса Солнца, связанная с массой Солнца M_S и массой (сферической) частицы M соотношением:

$$M' = M_S - \pi R^2 q r_{S-E}^2 / (GMc). \quad (2)$$

Заметим, что уравнение (1) применимо в тех случаях, когда радиус метеороидной частицы R больше, чем длина волны излучения λ . Эффект Пойнтинга – Робертсона характерен для частиц с радиусами от 1 мкм до 1 см [3], [8]. Для применения методов теории возмущенного движения будем полагать, что в правой части уравнения (1) первое слагаемое («фотогравитационное» ускорение [3]) f_0 превосходит второе f_r и третье слагаемые f_t (возмущающие ускорения) по модулю более чем на порядок.

Воспользовавшись уравнениями Лагранжа для определения возмущений кеплеровских элементов орбиты a (большой полуоси) и e (эксцентриситета метеороидной частицы за один оборот ее вокруг Солнца), получим:

$$\Delta a' = -4\pi^2 a^2 R^2 q r_{S-E}^2 (3/2e^2 + 1) / (Mc^2 (GM'p^3)^{1/2}) \quad (3)$$

$$\Delta e' = -5\pi^2 R^2 q r_{S-E}^2 e / (Mc^2 \cdot L), \quad (4)$$

$$\text{где } p = a(1 - e^2), L = (G \cdot M'p)^{1/2}.$$

В работах Г.О. Рябовой [4], [7] в полуаналитическом виде учитывается влияние солнечного ветра на движение метеороидов в рамках следующей модели. Средняя скорость солнечного ветра (в радиальном направлении) принимается равной $w=400$ км/с (для расстояний $0,3 \text{ а. е.} < r < 10 \text{ а. е.}$). Концентрация протонов n_p в солнечном ветре изменяется по закону $n_p = 8,1(r_{S-E}/r)^2(400/w) \text{ см}^{-3}$. Также используются соотношения: $U=w-v$, $n_\alpha/n_p=0,05$, здесь w – средняя скорость солнечного ветра, v – скорость метеороида, n_α и n_p – концентрация альфа-частиц и протонов в солнечном ветре соответственно.

Тогда усредним уравнения движения для $\Delta a''$ и $\Delta e''$ орбиты метеороидной частицы с учетом солнечного ветра (корпускулярный аналог эффекта Пойнтинга – Робертсона) и придем к формулам, аналогичным (3), (4), см. (6) и (7). В работах [4], [7] уравнения для $\Delta a''$ и $\Delta e''$ получены с учетом численных параметров:

$$\Delta a'' = -3.65 \cdot 10^3 \Psi \bar{U} (GM')^{-\frac{1}{2}} (A/M) (2 + 2e^2) 2\pi a^{\frac{3}{2}} / (a(1 - e^2)^{\frac{3}{2}}) \quad (6)$$

$$\Delta e'' = -3.65 \cdot 10^3 \cdot \Psi \bar{U} (GM')^{-\frac{1}{2}} (A/M) (2e) 2\pi a^{\frac{3}{2}} / (a^2(1 - e^2)^{\frac{1}{2}}), \quad (7)$$

здесь A – поперечное сечение метеороида для сферической частицы $A=\pi R^2$.

В отличие от работ [4] и [7] решим совместно четыре уравнения (3), (4) и (6) и (7) не численным методом, а аналитически с учетом действия фотонов, протонов и альфа-частиц.

$$\text{Тогда,} \quad \Delta a \approx \Delta a' + \Delta a'' \quad (8)$$

$$\Delta e \approx \Delta e' + \Delta e'' \quad (9)$$

$$\Delta a / \Delta e \approx da / de \quad (10)$$

Необходимо также отметить, что рассматриваемый минимальный интервал времени превосходит один оборот метеороидной частицы. Воспользовавшись уравнениями (3) и (6), приходим к выражению для da , а от уравнений (4) и (7) переходим к de . Таким образом, получим уравнение (11):

$$\frac{da}{de} = \frac{a}{1 - e^2} \cdot \frac{(6 + 2k)e^2 + 4 + 2k}{e(5 + 2k)} \quad (11)$$

(коэффициент k представлен с помощью уравнений (14)–(16), которые получены из (3)–(4) и (6)–(7). Для случая малых возмущений, проинтегрировав уравнение (11), получим уравнение (12):

$$e^{\frac{4+2k}{5+2k}} / a(1 - e^2) = Const, \quad (12)$$

с учетом начальных условий:

$$a/a_0 - (1 - e^2)e^{\frac{4+2k}{5+2k}} / (1 - e_0^2)e_0^{\frac{4+2k}{5+2k}} = 0. \quad (13)$$

Следует отметить, что для случая $k=0$ уравнение (13) совпадает с аналогичным, полученным авторами [12]. В уравнениях (11)–(13):

$$k = k_w / k_p \quad (14)$$

$$k_w = 3.65 \cdot 10^3 \Psi \bar{U} \quad (15)$$

$$k_p = \frac{\pi q r_{S-E}^2 a_0^{3/2}}{\sqrt{GM' c^2 T_0}}, \quad (16)$$

где k_w и k_p – величины, пропорциональные значениям ускорения, которое вызвано соответственно действием протонов (солнечного ветра) и фотонов на метеороид; a_0 и e_0 – начальные значения большой полуоси и эксцентриситета орбиты метеороида; $T_0 = \frac{2\pi a_0^{3/2}}{\sqrt{GM_S}}$, T_0 – начальный период орбиты

или метеороида. Обратим внимание на то, что для возможного максимального значения k_w ($\bar{U}=400$ 10^5 см/с, $\Psi=1,6$) и возможного минимального значения k_p ($M'=M_S$, $a_0^{3/2}/T_0 = \sqrt{GM_S}/(2\pi)$) их отношение не превосходит 1,5, поэтому можно считать

$$0 < k < 1.5. \quad (17)$$

Критерий k позволяет оценивать надежность отождествления комет и метеорных потоков [9]. Выразим критерий k из уравнения (13):

$$k = \left(5 \ln \frac{a(1 - e^2)}{a_0(1 - e_0^2)} - 4 \ln \frac{e}{e_0} \right) / \left(\ln \frac{e}{e_0} - \ln \frac{a(1 - e^2)}{a_0(1 - e_0^2)} \right) \quad (18)$$

Изменение истинной аномалии метеорной частицы, находящейся на возмущенной орбите, за один оборот на одном и том же гелиоцентрическом расстоянии

Определим разность истинных аномалий $\Delta\psi$ одного и того же метеороида, радиусом R и плотностью ρ , который после полного оборота «мигрировал» с одной эллиптической гелиоцентрической орбиты на другую, с незначительно измененными параметрами. Допустим, что значения истинных аномалий метеороида на этих двух орбитах соответствуют среднему расстоянию от Солнца до Земли ($r_{S-E}=1$ а. е.). Примем во внимание действие на метеорную частицу светового давления, эффект Пойнтинга – Робертсона и его корпускулярный аналог (см. уравнение (1)) и предположим, что аргумент перигелия $|\Delta\omega|$ оскулирующей орбиты метеороида не изменяется.

В случае невозмущенной орбиты для гелиоцентрического расстояния имеем:

$$r = a(1 - e^2)/(1 + e \cos\psi). \quad (19)$$

В данной модели для метеоров $r = r_{S-E} = 1$ а. е. и, следовательно,

$$dr(a, e, \nu, da, de, d\psi) = 0. \quad (20)$$

После определения дифференциала (20), учитывая выражения (3), (6) и (4), (7) – изменения за один оборот большой полуоси $da \approx \Delta a$ и эксцентриситета $de \approx \Delta e$ орбиты метеороида, – определив $\cos\psi$ и $\sin\psi$ из уравнения конического сечения (19), найдем:

$$\Delta\psi = - \frac{3\pi q r_{S-E}^2}{4R\rho c^2 \sqrt{GM'}} \cdot \frac{[a(1 - e^2) + k(a(2e^2 + 1) - 2r_{S-E}) - 5r_{S-E}]}{a^{1/2}(1 - e^2) \sqrt{[r_{S-E} - a(1 - e)][a(1 + e) - r_{S-E}]}} \quad (21)$$

Полученная формула (21) позволяет оценить смещение истинной аномалии частиц метеорного потока за один оборот, находящихся на одном и том же гелиоцентрическом расстоянии.

В таблице 1 приведены изменения истинной аномалии $\Delta\psi$ некоторых метеорных потоков при различных значениях k и смещение аргумента перигелия $\Delta\omega$ метеорных потоков при условии одновременного гравитационного возмущения со стороны всех планет, вычисленное с использованием программы «Церера».

Таблица 1

Изменения истинной аномалии $\Delta\psi$ некоторых метеорных потоков при различных значениях k и смещение аргумента перигелия $\Delta\omega$ метеорных потоков при условии одновременного гравитационного возмущения со стороны всех планет, вычисленное с использованием программы «Церера»

Метеорные потоки (P, тр. годы)	$\Delta\psi$, град.				$\Delta\omega$, град.
	$k=0$	$k=0,5$	$k=1$	$k=1.5$	
Oct.Draconids (3,565)	-0,153	-0,116	-0,078	-0,041	0,109
Orionids (143,651)	-0,057	0,518	1,092	1,666	0,013
Andromedids (4,061)	-0,078	-0,043	-0,008	0,026	0,450
Quadrantids (5,501)	-0,192	-0,075	0,041	0,156	0,052

Как видно из таблицы 1, изменения истинной аномалии $\Delta\psi$ некоторых метеорных потоков, происходящие вследствие воздействия негравитационных факторов, превышают смещение аргумента перигелия $\Delta\omega$, вызванное гравитационными возмущениями от всех планет.

Оценка смещения радианта метеорного потока за один оборот метеорной частицы

Оценим смещение радианта метеорного потока при рассмотрении одного и того же метеороида, принадлежащего данному метеорному потоку, радиусом R и плотностью ρ , который после полного оборота «мигрировал» с одной эллиптической гелиоцентрической орбиты на другую, с незначительно измененными параметрами. Допустим, что значения истинных аномалий метеороида на этих двух орбитах соответствуют среднему расстоянию от Солнца до Земли ($r_{S-E}=1$ а. е.). Примем во внимание действие на метеорную частицу светового давления, эффект Пойнтинга – Робертсона и его корпускулярный аналог. Допустим, что все орбиты находятся в одной плоскости и орбита Земли – окружность, при этом изменения большой полуоси, эксцентриситета орбиты метеорной частицы за один оборот определим, используя выражения (8), (9).

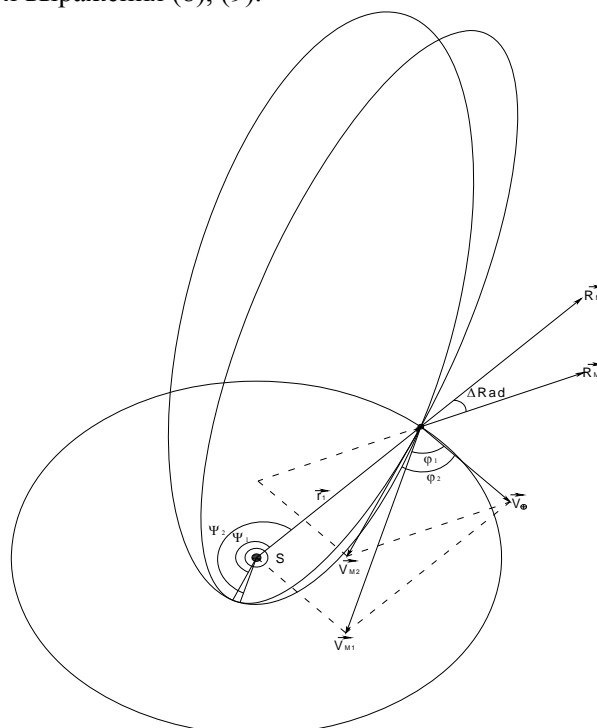


Рис. 1. Смещение радианта метеорного потока за один оборот метеорной частицы

Из рис. 1 выразим относительные скорости метеорной частицы на обеих эллиптических орбитах в момент пересечения этих орбит с орбитой Земли:

$$\vec{V}_{i\dot{o}i\ 1} = \vec{V}_{i\ 1} - \vec{V}_{\oplus} \quad (22)$$

$$\vec{V}_{i\dot{o}i\ 2} = \vec{V}_{i\ 2} - \vec{V}_{\oplus} \quad (23)$$

$$\Delta\vec{V} = \vec{V}_{i\dot{o}i\ 2} - \vec{V}_{i\dot{o}i\ 1} \quad (24)$$

$$\Delta\vec{V} = \vec{V}_{i\ 2} - \vec{V}_{i\ 1} \quad (25)$$

$$\Delta V^2 = V_{i\dot{o}i\ 1}^2 + V_{i\dot{o}i\ 2}^2 - 2V_{i\dot{o}i\ 1}V_{i\dot{o}i\ 2} \cdot \cos \Delta Rad, \quad (26)$$

отсюда выразим $\cos \Delta Rad$ (ΔRad – смещение радианта):

$$\cos(\Delta Rad) = \frac{(\vec{V}_{i\ 1} - \vec{V}_{\oplus})^2 + (\vec{V}_{i\ 2} - \vec{V}_{\oplus})^2 - (\vec{V}_{i\ 2} - \vec{V}_{i\ 1})^2}{2|\vec{V}_{i\ 1} - \vec{V}_{\oplus}| \cdot |\vec{V}_{i\ 2} - \vec{V}_{\oplus}|} \quad (27)$$

$$\cos(\Delta Rad) = \frac{V_{\oplus}^2 - V_{\oplus}(V_{i\ 1} \cdot \cos \varphi_1 + V_{i\ 2} \cdot \cos \varphi_2) + V_{i\ 1}V_{i\ 2} \cdot \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}{\sqrt{V_{i\ 1}^2 + V_{\oplus}^2 - 2V_{i\ 1} \cdot V_{\oplus} \cdot \cos \varphi_1} \cdot \sqrt{V_{i\ 2}^2 + V_{\oplus}^2 - 2V_{i\ 2} \cdot V_{\oplus} \cdot \cos \varphi_2}} \quad (28)$$

Здесь углы φ_1 и φ_2 – углы между направлениями скорости метеорной частицы на обеих эллиптических орбитах ($\vec{V}_{i\ 1}$ и $\vec{V}_{i\ 2}$) и направлением скорости Земли \vec{V}_{\oplus} соответственно (см. рис. 1). Углы φ_1 и φ_2 могут принимать значение от 0° до 180° , при этом $\varphi_2 > \varphi_1$. Скорость Земли примем

$$V_{\oplus} = \sqrt{\frac{GM}{a_{\oplus}}}$$

$$V_{i\ 1}^2 = GM_S \left(\frac{2}{r_1} - \frac{1}{a_1} \right) \quad (29)$$

$$V_{i\ 2}^2 = GM_S \left(\frac{2}{r_2} - \frac{1}{a_2} \right) \quad (30)$$

$$a_2 = a_1 + (-\Delta a), \quad a_2 < a_1 \quad e_2 = e_1 + (-\Delta e), \quad e_2 < e_1$$

$$\vec{V} = \dot{r} \cdot \vec{e}_r + r \cdot \dot{\psi} \cdot \vec{e}_\psi$$

С учетом уравнения конического сечения и уравнения, определяющего момент импульса частицы, получим:

$$V^2 = \frac{GM_S}{p} (1 + e^2 + 2e \cos \psi) \quad (31)$$

$$\cos \varphi_1 = -\sin(\vec{r}_1, \vec{V}_1), \quad \cos \varphi_2 = -\sin(\vec{r}_2, \vec{V}_2),$$

$$\sin(\vec{r}_1, \vec{V}_1) = \frac{1 + e_1 \cos \psi_1}{\sqrt{1 + e_1^2 + 2e_1 \cos \psi_1}}, \text{ отсюда } \cos(\Delta Rad) \text{ примет вид:}$$

$$\cos(\Delta Rad) = \left(\frac{V_{\oplus}^2 - V_{\oplus} \left(-\sqrt{\frac{GM_s}{a_1(1-e_1^2)}} \cdot (1+e_1 \cos \psi_1) - \sqrt{\frac{GM_s}{a_2(1-e_2^2)}} \cdot (1+e_2 \cos \psi_2) \right) + \frac{GM_s \left[(1+e_1 \cos \psi_1)(1+e_2 \cos \psi_2) + \sqrt{e_2^2(1-\cos^2 \psi_2)e_1^2(1-\cos^2 \psi_1)} \right]}{\sqrt{a_1 a_2 (1-e_1^2) \cdot (1-e_2^2)}}}{\left(\frac{GM_s(1+e_1^2+2e_1 \cos \psi_1)}{a_1(1-e_1^2)} + V_{\oplus}^2 + 2V_{\oplus} \sqrt{\frac{GM_s}{a_1(1-e_1^2)}} \cdot (1+e_1 \cos \psi_1) \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{GM_s(1+e_2^2+2e_2 \cos \psi_2)}{a_2(1-e_2^2)} + V_{\oplus}^2 + 2V_{\oplus} \sqrt{\frac{GM_s}{a_2(1-e_2^2)}} \cdot (1+e_2 \cos \psi_2) \right)^{\frac{1}{2}}} \right) \quad (32)$$

Заключение

В работе получено аналитическое выражение, которое дает возможность оценить смещение радианта метеорного потока при рассмотрении эволюции метеорной частицы после полного ее оборота, «мигрировавшей» с одной эллиптической гелиоцентрической орбиты на другую, с незначительно измененными параметрами. Для вычисления смещения радианта ΔRad достаточно иметь значения истинной аномалии, большой полуоси и эксцентриситета обеих эллиптических орбит метеороидной частицы. В работе установлена в явном виде зависимость между изменениями эксцентриситета, большой полуоси орбиты метеороида и смещением радианта метеоров на интервале времени, соответствующем одному орбитальному периоду частиц, порождающих данные метеоры.

Библиографический список

1. Ишмухаметова, М.Г., Кондратьева, Е.Д. Большие полуоси орбит и скорости выброса метеороидов Персеид [Текст] / М.Г. Ишмухаметова, Е.Д. Кондратьева // *Астрономический вестник*. – 2005. – Т. 39, № 2. – С. 184–190.
2. Ишмухаметова, М.Г., Кондратьева, Е.Д., Усанин, В.С. Проверка верхней границы D-критерия Саутворта – Хокинса для метеороидных потоков Понс – Виннекид и Персеид [Текст] / М.Г. Ишмухаметова, Е.Д. Кондратьева, В.С. Усанин // *Астрономический вестник*. – 2009. – Т. 43, №5. – С. 453–458.
3. Радзиевский, В.В. Фотогравитационная небесная механика [Текст] / В.В. Радзиевский. – Нижний Новгород, 2003. – 196 с.
4. Рябова, Г.О. Возраст метеорного потока Геминид (обзор) [Текст] / Г.О. Рябова // *Астрономический вестник*. – 1999. – Т. 33, № 3. – С. 258–273.
5. Burns J. A. Lamy Ph. L., Soter S. Radiation forces on small particles in the Solar System. *Icarus*, 1979. – V. 40. № 2. P. 1–48.
6. Gajdoš, Š., Porubčan, V., 2005. Bolide meteor streams. Dynamics of populations of planetary systems. (2004; Belgrade, Serbia and Montenegro). Proc. of the 197th Coll. of the IAU, Aug. 31 – Sept. 4, 2004. Eds./ Knežević Z. and Milani A. – Cambridge: Cambridge University Press, 2005. P. 393 – 398.
7. Ryabova G.O. On the dynamical consequences of the Poynting-Robertson drag caused by solar wind. Dynamics of populations of planetary systems (2004; Belgrade, Serbia and Montenegro). Proc. of the 197th Coll. of the IAU, Aug. 31 – Sept. 4, 2004. Eds./ Knežević Z. and Milani A. – Cambridge: Cambridge University Press, 2005. – P. 411–414.
8. Southworth, R. B. and Hawkins, G. S. Statistics of meteor streams. *Astrophys.: Smithson. Contrib.*, 1963. – № 7, P. 261–285.
9. Tikhomirova E.N. The influence of elementary particles at meteor particles' motion. The 39-th Lunar-Planetary Science Conference (2008, Houston, USA). Houston: LPI, March 2008. Abstracts – Abstr. №1050 – URL: <http://adsabs.harvard.edu>.
10. Vokrouhlický, D., Brož, M., Bottke, W.F., Nesvorný, D., Morbidelly, A. Non - gravitational perturbations and evolution of the asteroid main belt. Dynamics of populations of planetary systems (2004; Belgrade, Serbia and Montenegro). Proc. of the 197th Coll. of the IAU, Aug. 31 – Sept. 4, 2004. Eds./ Knežević Z. and Milani A. – Cambridge: Cambridge University Press, 2005. P. 145–156.
11. Watanabe, J. - I. Meteor streams and comets. *Earth, Moon, and Planets*, 2004. – V. 95. P. 49–61.
12. Wyatt, S. P., Jr., Whipple, F. L. The Poynting-Robertson effect on meteor orbits. *Astrophys. J. / Harvard College Observatory*, 1950. – V. 111. P. 134–141