

**Н.Б. Яновская**

### **Реализация принципа целостности при изучении геометрии**

Изучение понятий аналитической геометрии основано на принципах фундирования знаний, целостности восприятия и наглядно-модельного представления теоретического материала. Формирование вновь вводимых понятий проходит четыре этапа при определенных дидактических условиях.

**Ключевые слова:** кривые второго порядка, поверхности второго порядка, фундирование знаний, принцип целостности, наглядно-модельное представление учебного материала.

**N.B. Janovskaya**

### **Realization of the Integrity Principle at Geometry Studying**

The Notion study of Analytic Geometry is based on three general concepts: knowledge fund, whole perception and appearance model of the conception of theoretical matters. The forming of innovative notions extends four stages in explicit didactic conditions.

**Key words:** quadric curves, quadric surfaces, knowledge fund, an integrity principle, visual-modeling representation of a teaching material.

Изучение аналитической геометрии в высшей школе основано на выполнении принципа целостности, то есть на последовательном изучении разделов: прямая линия – кривые второго порядка – поверхности второго порядка. Ключевые понятия прямой на плоскости, одной из основных геометрических фигур: уравнение прямой с угловым коэффициентом; уравнение прямой, проходящей через одну и две точки; пучок прямых первого и второго рода; нормальное уравнение прямой; расстояние от точки до прямой. Первоначально изучение прямой проходит на основе фундирования взаимосвязей между основными понятиями при аналитическом методе решения, базирующемся на множестве точек и прямых, и отношений в терминах принадлежности: «лежать между» и «равно» [1].

Известно несколько трактовок понятия «усвоение учебного материала». Согласно одной из них, под сформированным понятием понимают наличие в сознании обучаемых определенной совокупности родственных понятий и соответствующих им умений, причем формирование понятий должно проходить этапы:

- усвоение совокупности понятий и умений, соответствующих базовому уровню приобретаемых знаний;
- усвоение совокупности знаний, формирующих минимальную систему познавательных задач на заданном уровне;
- решение задач, более точно описывающих взаимосвязь основных понятий;
- изучение совокупности задач, позволяющих проверить умение применять полученные знания.

В данном случае к родственным понятиям необходимо отнести базовые понятия, а к соответствующим умениям – умение решать базовые задачи, и это составляет содержание первого этапа проектирования методической системы. Второй этап проектирования методической системы определяет умения решать познавательные задачи на построение прямой, заданной любым ее уравнением: с угловым коэффициентом, в отрезках на осях, общим и нормальным. Третий этап проектирования методической системы основан на фундировании методов построения прямой, заданной основными элементами: углом наклона прямой к оси  $ox$  и величиной отрезка, отсекаемого прямой на оси  $oy$ ; величиной отрезков, отсекаемых прямой на осях координат; двумя точками, принадлежащими прямой; длиной нормали к прямой и углом наклона нормали к оси  $ox$ . Последний этап проектирования методической системы состоит в решении задач, требующих анализа и синтеза условия задачи, знания

всех основных зависимостей между элементами, определяющими положение прямой, а также соотношения между несколькими прямыми. На данном этапе происходит проверка усвоения всех введенных понятий.

Проектирование этапов методической системы обучения происходит на основании создания дидактических условий, позволяющих осознать, прочно запомнить, самостоятельно конструировать и формировать определения вновь вводимых понятий.

Фундирование понятия прямой проходит при изучении раздела «Кривые второго порядка». Ведущим дидактическим методом и основным принципом теоретического обобщения при изучении данного раздела является наглядно-модельное обучение, согласно которому теоретическое обобщение должно проходить по спирали. Схемы фундирования основных понятий кривых второго порядка представляют учебный материал в виде краткого конкретного текста, сопровождаемого иллюстрациями, и потому составляют дидактический модуль при изучении этого раздела. Основные задачи дидактического модуля: характеризовать преобладание содержательных линий школьной и вузовской математики, определить разворачивание и свертывание спиралей фундирования и мотив обучения – достижение последнего звена спирали фундирования [2].

Общей характеристикой кривых второго порядка являются понятия эксцентриситета и директрисы. Эксцентриситет  $\varepsilon$  как величина, равная отношению расстояния каждой точки кривой до фокуса к расстоянию до директрисы, для каждой кривой второго порядка является постоянной и определяет при  $\varepsilon < 1$  эллипс, при  $\varepsilon = 1$  параболу и при  $\varepsilon > 1$  гиперболу. Введение понятия директрисы (прямой, параллельной малой оси эллипса, мнимой оси гиперболы и перпендикулярной оси симметрии параболы) при введении двух параметров (расстояния каждой точки кривой до директрисы и расстояния этой же точки до фокуса  $F$ ) позволяет характеризовать все кривые второго порядка одной зависимостью между введенными величинами  $r/d = \varepsilon$ . Общее свойство директрис всех кривых – расположение вне ветвей кривых.

Если ввести полярную систему координат, приняв фокус любой кривой второго порядка за полюс, полярную ось провести через фокус перпендикулярно директрисе, ввести параметр  $p$  – половину хорды, перпендикулярной полярной оси, то есть  $p$  – радиус-вектор точки  $M(p, \varphi)$  в полярной системе координат и одновременно ее фокальный радиус, то зависимость между полярными координатами

$$r = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos \varphi}$$

точек всех кривых второго порядка. Логично следует, что все кривые второго порядка представляют сечение поверхности второго порядка плоскостью, и это определяет изучение следующей темы – «Поверхности второго порядка» (новая учебная информация). Принцип целостности учебного материала требует включения новой учебной информации на каждом этапе изучения, а принцип наглядности позволяет обобщать учебный материал, то есть переходить от восприятия части учебного материала ко всему материалу, что составляет суть обучения. Согласно концепции фундирования, вновь приобретаемые знания должны иметь основанием имеющиеся. В данном случае от уравнения прямой с угловым коэффициентом (школьное знание) переходим к общему и нормальному уравнению прямой, от окружности и равнобочной гиперболы (графика взаимно-обратной зависимости) переходим ко всем кривым второго порядка, от шара и конуса переходим к уравнениям сферы и конической поверхности и добавляем еще семь поверхностей второго порядка. Знания, приобретаемые в средней школе, становятся основой теоретических и практических знаний более высокого уровня при изучении курса математики в высшей школе.

### Библиографический список

1. Майоров, В.М. Дидактический модуль курса геометрии [Текст] : учебное пособие / В.М. Майоров. – Ярославль : Изд-во ЯГПУ, 2008. – 271 с.
2. Смирнов, Е.И. Технология наглядно-модельного обучения математике [Текст] : монография / Е.И. Смирнов. – Ярославль : Изд-во ЯГПУ, 1998. – 313 с.