

Е. А. Перминов

Теоретические аспекты обучения будущих учителей дискретной математике

Характеризуется роль предмета и функции современной дискретной математики в основной и вариативной математической и методической составляющих подготовки будущих учителей математики. В основу содержания подготовки будущих учителей математики положен принцип обучения дискретной математике в единстве с обучением непрерывной математике.

Ключевые слова: дискретная математика, обучение, учитель математики, основная и вариативная математическая и методическая составляющие подготовки учителя.

E. A. Perminov

Theoretical Aspects of Future Discrete Mathematics Teachers' Training

Is defined the role of the subject and functions of contemporary Discrete Mathematics in the basic and variable mathematical and methodological components of future Mathematics teachers' training. Teaching Discrete Mathematics in unity with teaching Continuous Mathematics is taken as a principle of future Mathematics teachers' training.

Key words: discrete Mathematics, training, teacher of Mathematics, basic and variable mathematical and methodological components of teacher's training.

В последние десятилетия в подготовке студентов многих специальностей важную роль стала играть современная дискретная математика (ДМ). В математике значительно возросла роль работ по дискретизации непрерывных объектов, наблюдается бурный рост самой дискретной математики и ее приложений. Как отмечал выдающийся российский математик А. Н. Колмогоров, «по существу все связи между математикой и ее реальными применениями полностью уместаются в области конечного... Мы предпочитаем непрерывную модель лишь потому, что она проще» [3, с. 15]. Именно поэтому математические модели были в основном непрерывными. Эту же мысль хорошо сформулировал известный американский специалист по дискретной математике Д. Зайлбергер: «Непрерывный анализ и геометрия являются только вырожденными аппроксимациями дискретного мира... Хотя дискретный анализ концептуально проще непрерывного, технически он, как правило, значительно сложнее. Поэтому в отсутствие компьютеров непрерывная геометрия и анализ были необходимыми упрощениями, позволявшими исследователям добиваться успехов в естественных науках и математике» [8, с. 109].

Стираются прежние границы между классической («непрерывной») и дискретной математикой, поскольку во многих науках все чаще встре-

чаются задачи, при решении которых одновременно используются как непрерывные, так и дискретные модели. Это привело к возникновению новой точки зрения на природу математики, ее характер, на соотношение в ней непрерывного и дискретного. Поэтому современная дискретная математика играет важную роль в *математической, методической и вариативной* составляющих подготовки будущих учителей математики, что особенно важно учитывать на этапе перехода к бакалавриату и магистратуре.

1. *О математических аспектах обучения дискретной математики.* Поскольку процесс вычисления на компьютере дискретный, основной особенностью многих исследований в области дискретной математики является отсутствие предельного перехода и непрерывности, характерных для классической математики. Именно благодаря термину «дискретность» как антипода термина «непрерывность» в прошлом веке произошло выделение предмета ДМ как объективно существующей области математики, занимающейся изучением дискретных структур, которые возникают как в пределах самой математики, так и в ее приложениях, в том числе и в математическом моделировании с использованием компьютера в самых различных областях науки.

Важность языка ДМ в математическом моделировании проиллюстрировать на примере лишь

одного раздела ДМ, каким является комбинаторика. В последние десятилетия наблюдалось бурное развитие комбинаторики. Одной из важных причин этого явилась та фундаментальная роль, которую играет комбинаторика, будучи аппаратом информатики и смежных областей. На практике часто возникают задачи, приводящие к большим вычислениям на компьютере (эффект «комбинаторного взрыва»). Увеличение быстродействия компьютера не упрощает ситуацию с большими вычислениями. Поэтому имеют большое значение комбинаторные методы дискретной математики и математического анализа, позволяющие преодолеть такие ситуации в решении задач математического моделирования с использованием компьютера.

Единение методов классической («непрерывной») и дискретной математики привело к появлению комбинаторного анализа и таких важных его понятий как асимптотическая оценка и приближение, которые играют определяющую роль в оценке сложности вычислений алгоритмов, порядка роста (убывания) функций и в решении многих других вопросов в самых различных приложениях математики, физики и других наук. Поэтому в прошлом веке произошло превращение ДМ в составную часть магистрального направления современной математики. Не случайно в свое время один из основоположников информатики В. М. Глушков указывал, что математика в начале XXI в. «будет в большей мере математика дискретных, а не непрерывных величин», а «расширение области математизации знания ... потребует и будет опираться на развитие новых разделов математики, прежде всего – новых разделов дискретной математики» [1, с. 122].

Как следует из изложенного, обучение дискретной математике будущих учителей должно осуществляться *в единстве* с непрерывной математикой, что подразумевает формирование у них умения гармоничного сочетания в приложениях математики дискретных и непрерывных моделей, необходимого им для овладения профессиональной культурой профильного обучения математике в школе.

К сожалению, до сих пор типичной является ситуация, когда при изучении ДМ на уровне специалитета и, в частности, при изучении асимптотических оценок и производящих функций большинство студентов не может вспомнить все необходимое из курсов математического анализа и алгебры.

Произошедшее в последние десятилетия расширение межпредметных связей ДМ с различными областями математики и информатики, такими как математический анализ, исследование операций, математическая логика, абстрактная алгебра, математическая кибернетика, компьютерное моделирование и другими привело к формированию дискретного анализа и прикладной дискретной математики, тематика которых отражены в журналах «Дискретный анализ и исследование операций», «Прикладная дискретная математика» со своими многочисленными разделами. Анализ содержания этих журналов и учебной литературы свидетельствует о фундаментальном значении современной ДМ в разработке и совершенствовании современных систем компьютерной математики (СКМ) и компьютерных технологий (КТ). В частности, в разработке и совершенствовании СКМ определяющую роль играет раздел прикладной дискретной математики с названием «математические основы информатики и программирования», основным содержанием которого являются формальные языки и грамматики, алгоритмические системы, языки программирования, структуры и алгоритмы обработки данных, теория вычислительной сложности (см. тематику журнала «Прикладная дискретная математика»). В том числе в разработке и совершенствовании КТ (более узко – вычислительной техники) определяющую роль играют разделы «теория автоматов, теория функциональных систем, синтез и сложность управляющих систем» (см. тематику журнала «Дискретный анализ и исследование операций»).

Таким образом, анализ предмета и функций дискретной математики показывает, что обучение дискретной математике должно быть нацелено на адекватное специальности обучение системам компьютерной математики, компьютерным технологиям. Это необходимо для выработки у будущих учителей умения адаптироваться к постоянно происходящим изменениям в области информатики, играющего важную роль в профильном обучении математике в школе.

2. *О методических аспектах обучения дискретной математике.* Известно высказывание Н. Винера о том, что высшее назначение математики состоит в том, чтобы находить скрытый порядок в хаосе, который нас окружает. Перефразируя это высказывание, можно утверждать, что высшее назначение ДМ состоит в том, чтобы находить скрытый порядок в хаосе прикладных методов математики и информатики, существо-

вавших в начале эпохи информатизации и преодолеваемых в период «дискретизации». Например, обучение ДМ дает возможность почувствовать силу и красоту «искусства» математического моделирования с использованием компьютера. Владеющий на высоком уровне таким искусством обладает адекватным ему математическим стилем мышления. Такой исследователь – настоящий «многоборец (постановщик, математик, алгоритмист, программист)», удачно «выступающий» на всех этапах решения задачи с использованием компьютера благодаря знанию идей и методов как классической («непрерывной»), так и дискретной математики. Поэтому методологический принцип «математика едина» [2, 4] является определяющим при отборе содержания обучения школьников математике и ее приложениям.

Как следует из вышеизложенного, в подготовке учителя математики необходим курс методики обучения школьников математическому моделированию с использованием компьютера в свете современной модельной методологии [5]. Традиционное обучение студентов математике, разбитое на отдельные курсы (математического анализа, математической логики, геометрии, алгебры, математической логики и т. д.), дает возможность воспринять основные идеи и принципы математики и методологию строгого теоретического анализа проблем. Однако это составляет лишь часть арсенала методов и средств, необходимых специалисту для приложений математики в практической деятельности. Стало быть, это также лишь часть арсенала методов и средств, которыми должен владеть будущий учитель математики для обучения школьников моделированию.

В курсе достойное место должна занять методика обучения школьников базовым понятиям математики, необходимым для формирования умений реализовывать этапы решения задач с использованием компьютера. Естественно, такими являются понятия математический язык, математическая модель, алгоритм и его исполнитель, эквивалентные алгоритмы, эффективный алгоритм и др. Раздельное изучение элементов комбинаторики, логики, теории графов или теории алгоритмов, предлагаемое в методической литературе для школы, не отвечает требованиям интеграционного подхода в преподавании математики и информатики, который необходим для профильного обучения школьников приложениям математики.

В содержании курса, особенно для магистров, важно изложить классификацию математических задач. Для этого следует привести примеры задач с неверно составленным условием, с найденным решением и не имеющих решения. После этого целесообразно рассмотреть задачи, которые имеют решение в выбранном математическом языке, и затем – задачи на алгоритм решения на этом математическом языке. Из задач с уже найденным решением выделить задачи с бесконечным числом действий (исполнителя алгоритма); с конечным числом действий. Благодаря таким задачам курса школьники впервые познакомятся с проблемой существования алгоритма решения. Далее следует рассмотреть задачи на составление эффективного алгоритма, что должно быть предусмотрено уже в 9 классе. При этом в качестве исполнителя можно предложить различные виды микрокалькуляторов. Целесообразно отдельно выделить задачи на алгоритмы решения уравнений в конечном (пятиэлементном) поле, кольце остатков и алгебре высказываний [6], задачи на составление эффективных алгоритмов работы машины Поста и т. д.

Важную роль в «задачной» классификации играют занимательные, практические и теоретические задачи: на проблему (изоморфизма); на проблему разрешимости (существования алгоритма решения на выбранном математическом языке); на выразимость в терминах языка логики предикатов тех или иных понятий; на составление алгоритмов на языке классической и дискретной математики. Все это очень важно с точки зрения развития общей математической культуры учащихся.

Охарактеризованная методическая проблематика частично реализована в концепции и содержании прошедшего апробацию учебного пособия по ДМ для 8–9-х классов средней общеобразовательной школы [6] (с программой по ДМ для 10–11-х классов). Элементы методики изучения понятия математической модели изложены в статье [7].

3. *Об отражении дискретной математики в вариативной составляющей подготовки учителя.* В вариативной подготовке учителя математики определяющую роль играет фундаментализация обучения математике. Как известно, под фундаментализацией образования обычно понимают один из принципов, подразумевающих приоритетность основополагающих знаний и придание этим знаниям значения основы или стержня для накопления знаний и формирования на их основе умений и навыков. Другими слова-

ми, фундаментализация образования – это направленность образования на создание цельного, обобщающего знания, которое являлось бы ядром (основой) всех полученных студентом знаний, объединяющим эти знания в единую мировоззренческую систему [2].

Общеизвестно, что во главе любого обучения математике должны быть математические структуры и схемы. Поэтому создание цельного, обобщающего знания, особенно у магистров, предполагает изучение языка доминирующих в ДМ алгебраических, порядковых структур и логических, алгоритмических, комбинаторных схем (как средств, методов математического познания). Теоретической основой изучения языка этих структур и схем являются следующие положения.

Во-первых, в обучении будущих учителей математики языку этих структур и схем следует исходить из того, что они играют фундаментальную роль в качественном анализе сложных проблем математического моделирования, в систематизации того, что известно по интересующей проблеме, в ее структуризации, представлении имеющихся знаний в виде, удобном для последующего анализа как «вручную», так и с использованием современных средств компьютерной техники. Во-вторых, в вариативном обучении ДМ необходимо выбрать базовые понятия языка структур и схем, которые должны стать своеобразными маяками при отборе содержания профильного обучения дискретной математике. В-третьих, обязательное включение в содержание обучения ДМ тех или иных математических структур обеспечивает своеобразный «стандарт» профильного обучения, свидетельствующий о фундаментальном, опережающем практику обучении математике, позволяющем реально научить выделять комплекс основных связей исследуемого объекта или явления. В-четвертых, изучение языка доминирующих в ДМ структур и схем должно быть нацелено на реализацию тезиса о единстве в обучении математике и раскрытии внутренней логики математики, что, в свою очередь, будет способствовать внутриматематической интеграции.

Важной особенностью фундаментализации обучения теории и методики обучения математике студентов математических факультетов педвузов является адекватное отражение в этом курсе основных понятий современной дискретной математики, изучаемых на математических специальностях и специализациях, связанных с приложениями математики. В последнее десятилетие становится почти очевидным, что понятия современной ДМ (граф, булева функция, комбинаторная конфигурация, асимптотическая оценка и др.) постепенно переходят в разряд общеобразовательных общекультурных понятий, играющих фундаментальную роль в профильном обучении (особенно учащихся классов с углубленной подготовкой по математике).

Библиографический список:

1. Глушков, В. М. Кибернетика. Вопросы теории и практики [Текст] / В. М. Глушков. – М. : Наука, 1986. – 888 с.
2. Жохов, А. Л. Мировоззрение: становление, развитие, воспитание через образование и культуру [Текст] : монография / А. Л. Жохов. – Архангельск : ННОУ «Институт управления»; Ярославль : Ярославский филиал ИУ, 2007. – 348 с.
3. Колмогоров, А. Н. Научные основы школьного курса математики. Первая лекция [Текст] / А. Н. Колмогоров // Математика в школе. – 1969. – № 3. – С. 12–18.
4. Кудрявцев, Л. Д. Современная математика и ее преподавание [Текст] / Л. Д. Кудрявцев. – М. : Наука, 1980. – 143 с.
5. Неуймин, Я. Г. Модели в науке и технике. [Текст] / Я. Г. Неуймин. – М. : Наука, Ленингр. Отделение, 1984. – 120 с.
6. Перминов, Е. А. Дискретная математика / Е. А. Перминов [Текст] : учеб. пособ. для 8–9-х кл. сред. общеобразоват. шк. / Е. А. Перминов. – Екатеринбург : ИРРО, 2004. – 206 с.
7. Перминов, Е. А. О методике изучения понятия математической модели. Информатика и образование [Текст] / Е. А. Перминов. – 2006. – № 7. – С. 40–43.
8. Тестов, В. А. О проблеме обновления содержания обучения математике в школе [Текст] / В. А. Тестов // Преподавание математики в школах и вузах: проблемы содержания, технологии и методики: Материалы Всерос. научно-практ. конф. – Глазов: Глазовский гос. пед. ин-т, 2009, С. 106–111.