

УДК 517.958:550.3;517.958:551.5;551.517.3/.6;551.55;551.5.001.57

О. А. Алдухов, Ф. Л. Быков, В. А. Гордин

Крупномасштабные трехмерные корреляционные функции для атмосферы Земли

*При частичной поддержке Международной лаборатории анализа и выбора решений
и Фонда фундаментальных исследований НИУ-ВШЭ.*

Корреляционные функции (КФ) однородных изотропных случайных полей являются важными характеристиками, наряду с полем средних значений. В случае метеорологических полей это важная климатическая характеристика атмосферы. Описана методика оценки КФ по данным наблюдений, обеспечивающая положительную определенность результата, основанная на использовании интеграла Фурье – Бесселя и теории возмущений самосопряженных операторов. Оценка КФ проводилась на глобальном сорокалетнем архиве аэрологических наблюдений. Однородность и изотропность предполагались лишь по горизонтальным переменным. Также оценивались отклонения от выполнения гипотезы изотропности для основных метеорологических полей (геопотенциала, температуры и ветра). Для разработки технологии компьютерной диагностики трехмерной геометрии атмосферных фронтов потребовалось отдельно оценивать КФ на ансамблях пар точек А) разделенных и Б) не разделенных фронтов. Показано, что при надлежащем подборе параметров в алгоритме диагностики, КФ существенно различаются. Приведен пример построения атмосферных фронтов и сравнение со спутниковой фотографией облачности.

Ключевые слова: корреляционная функция, случайное поле, однородность, изотропность, атмосфера, метеонаблюдения, фронт, облачность, теория возмущений.

O. A. Aldukhov, F. L. Bykov, V. A. Gordin

Large-Scale Three-Dimensional Correlation Functions for the Earth's Atmosphere

Correlation functions (CF) of homogeneous isotropic casual fields are important characteristics as well as a field of average values. In the case of meteorological fields it is an important climatic characteristic of the atmosphere. The technique to estimate CF according to this monitoring, providing positive definiteness of the result, based on use of Fourier-Bessel's integral and the perturbation theory of the self-interfaced operators is described. Estimation of CF was made on a global forty-year archive of aerological monitoring. Uniformity and isotropy were offered only on horizontal variables. Also deviations from realization of the hypothesis of isotropy for the basic meteorological fields (geopotential, temperature and wind) were estimated. To work out the technology of computer diagnostics of three-dimensional geometry of atmospheric fronts it was necessary to estimate CF separately on ensembles of point-pairs A) divided and B) non- divided fronts. It is shown that at the appropriate selection of parameters in algorithm of diagnostics CF differ considerably. The example of constructing atmospheric fronts and comparison with a satellite photo of cloudiness is represented.

Keywords: correlation function, a casual field, uniformity, isotropy, atmosphere, meteorological monitoring, front, cloudiness, the perturbation theory.

А. Н. Колмогоров и его ученики внесли большой вклад (например, закон Колмогорова – Обухова) в изучение корреляционной и фурье-двойственной ей спектральной структур метеорологических полей. Основной использовавшийся аппарат: обработка статистических данных и теория автомодельности. Статистические данные получались в тот период (середина XX века) преимущественно на полигонах и отвечали малым пространственным масштабам.

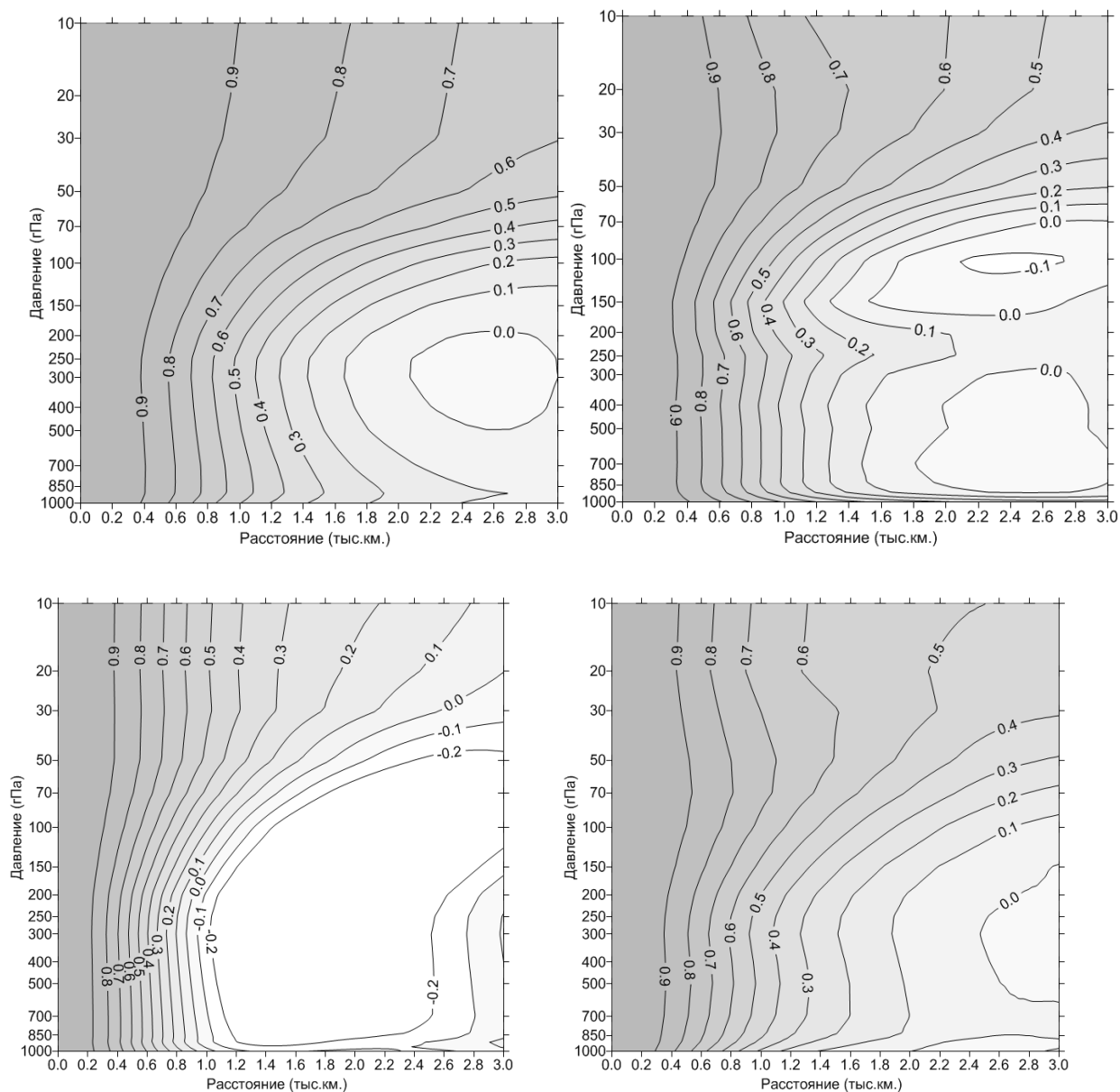


Рис. 1. Автокорреляционные функции геопотенциала (H), температуры (T) и ветра (продольная WL и поперечная компонента WN) по данным умеренных широт Северного полушария за июль 1964–1998 гг. Здесь обе точки, в которых производились измерения, имеют одинаковые вертикальные координаты, а горизонтальные у них различаются

Развитие метеорологии, в том числе мировой наблюдательной метеорологической сети, под эгидой Всемирной метеорологической организации позволило за несколько последних десятилетий накопить надежный и представительный архив. На предварительном этапе все данные измерений проходили так называемый комплексный контроль, позволяющий отбросить грубые и средние ошибки наблюдений.

Авторы разработали математические методы и программные коды оценки трехмерных корреляционных функций и провели соответствующую оценку (включая кросс-корреляционные функции) для полей геопотенциала, температуры и ветра для различных сезонов и различных широтных поясов. Характерный горизонтальный масштаб: от десятков до трех тысяч километров. Наличие фронта часто связано с крупномасштабной границей облачности, выпадением осадков и т. п. синоптическими явлениями.

Рассмотрим фиксированный уровень давления p и при всевозможных горизонтальных аргументах $\langle x, y \rangle$ вектор-функцию $\langle H, T, w_L, w_N \rangle$ на нем, где H – геопотенциал (изоповерхность давления, отвечающая значению p), T – температура, $\langle w_L, w_N \rangle$ – продольная и поперечная составляющие ветра. В результате оценки получается матрично-значная функция расстояния, где каждый блок матрицы имеет размерность, равную числу стандартных барических уровней (в нашем случае 15):

$$K(r) = \begin{pmatrix} K^{HH}(r) & K^{HT}(r) & K^{Hw_L}(r) & K^{Hw_T}(r) \\ K^{TH}(r) & K^{TT}(r) & K^{Tw_L}(r) & K^{Tw_T}(r) \\ K^{w_L H}(r) & K^{w_L T}(r) & K^{w_L w_L}(r) & K^{w_L w_T}(r) \\ K^{w_T H}(r) & K^{w_T T}(r) & K^{w_T w_L}(r) & K^{w_T w_T}(r) \end{pmatrix},$$

где r – расстояние по горизонтали между парой точек.

В основе методики оценки лежит регуляризация «прямых» оценок, необходимая ввиду неполноты и зашумленности данных измерений. «Прямые» оценки демонстрируют недостаточность даже сорокалетнего архива наблюдений. Полученные в результате таких оценок корреляционные функции не обладают свойством положительной определенности. Алгоритм регуляризации основан на вариационном подходе и теории возмущений самосопряженных операторов. Все корреляционные функции представляются в виде линейной комбинации функций Бесселя J_0 или ее производных с различными горизонтальными масштабами ρ_j . Например, для скаляров (температура и геопотенциал) автокорреляционные функции раскладываются по функциям Бесселя с индексом 0, а для продольной и поперечной компонент ветра – по их вторым производным. По вертикали здесь используется дискретная структура, связанная с 15 стандартными барическими уровнями в тропосфере и нижней стратосфере.

$$A_j(r) = \begin{pmatrix} a_{11}^j \beta_j J_0(\rho_j r) & a_{12}^j \beta_j J_0(\rho_j r) & a_{13}^j \nu_j J_0'(\rho_j r) & a_{14}^j \nu_j J_0'(\rho_j r) \\ a_{21}^j \beta_j J_0(\rho_j r) & a_{22}^j \beta_j J_0(\rho_j r) & a_{23}^j \nu_j J_0'(\rho_j r) & a_{24}^j \nu_j J_0'(\rho_j r) \\ a_{31}^j \nu_j J_0'(\rho_j r) & a_{32}^j \nu_j J_0'(\rho_j r) & -a_{33}^j \varepsilon_j J_0''(\rho_j r) & -a_{34}^j \varepsilon_j J_0''(\rho_j r) \\ a_{41}^j \nu_j J_0'(\rho_j r) & a_{42}^j \nu_j J_0'(\rho_j r) & -a_{43}^j \varepsilon_j J_0''(\rho_j r) & -a_{44}^j \varepsilon_j J_0''(\rho_j r) \end{pmatrix},$$

$$\beta_j = \|J_0(\rho_j r)\|^{-1}, \quad \varepsilon_k = \|J_0''(\rho_j r)\|^{-1}, \quad \nu_j = \sqrt{\beta_j \varepsilon_j}.$$

Мы должны обеспечить положительную определенность всех матриц $\{A_j\}_{j=0}^N$ и минимизировать при этом L^2 – норму невязки с прямыми оценками корреляционной функции.

Для поиска наиболее адекватного набора горизонтальных масштабных множителей в функциях Бесселя использовался метод градиентного спуска (оптимизация проводилась на почти сорокалетнем глобальном (то есть с метеорологических зондов, запускавшихся в этот период со всей Земли) архиве

аэрологических наблюдений). Современные компьютеры позволяют и накапливать подобные архивы, и проводить такие, довольно затратные вычисления.

Оценки показали (см. рис. 1, 2), что реальные крупномасштабные корреляционные функции далеки от какой бы то ни было автомодельности. Также неверной оказалась гипотеза о монотонном увеличении радиуса корреляции с высотой. Объяснением этой старой гипотезы может служить только недостаточность данных регулярных метеоизмерений в верхней тропосфере и нижней тропосфере – при анализе данных приходилось сглаживать поля.

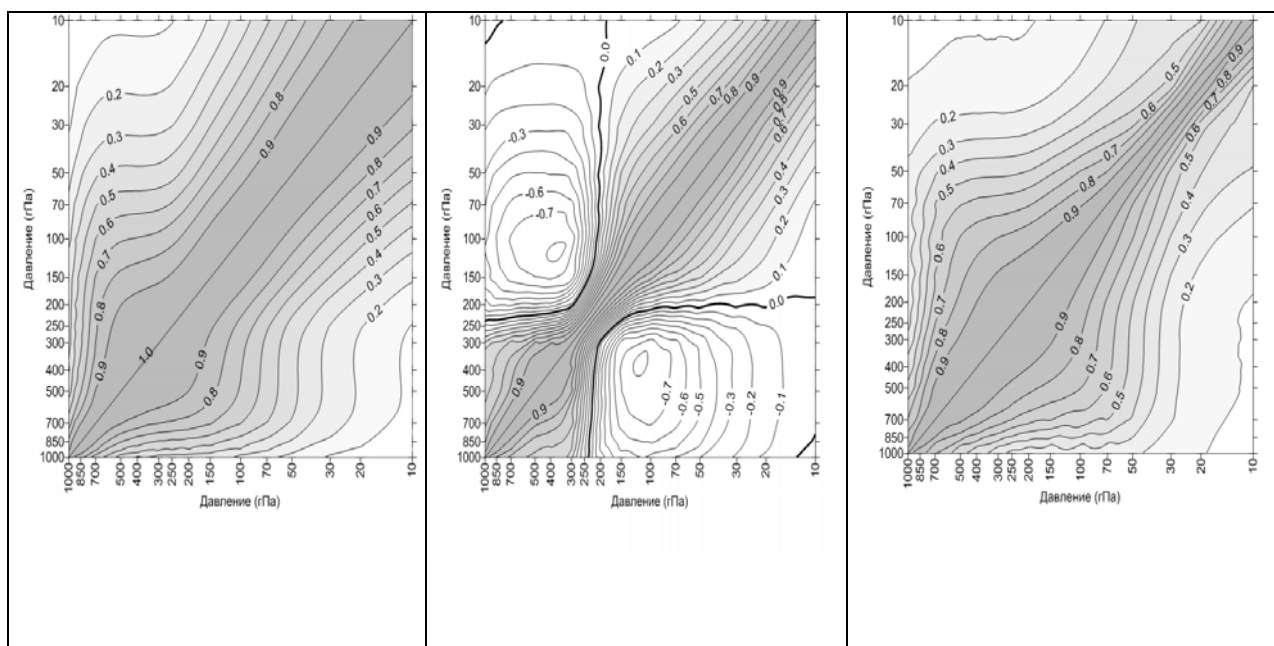


Рис. 2. Те же автокорреляционные функции. Пара точек имеет одинаковые горизонтальные координаты, а вертикальные различаются. Для обеих компонент ветра в этом случае КФ совпадают

На следующем этапе исследований проверялась гипотеза изотропности соответствующих полей, то есть адекватности гипотезы: корреляционные функции по горизонтали зависят только от радиуса. В основном эта гипотеза подтвердилась. Исключение составили приземные и стратосферные (рассматривались барические уровни не выше 10гПа) высоты в экваториальной области, где коэффициент анизотропии сильно отличается от единицы.

Была проверена и подтверждена гипотеза увеличения радиуса корреляции внутри одной синоптической массы воздуха и его уменьшения в случае, когда пара точек разделена атмосферным фронтом. Проверка проводилась также на большом архиве, в котором присутствовали как поля объективного анализа, по которым (по разработанной нами же методике) строились линии атмосферных фронтов, так и исходные наблюдения. На рисунке 3 видно заметное превышение автокорреляционных функций, отвечающих одной синоптической массе воздуха, над аналогичными функциями, отвечающими разным. На малых расстояниях по горизонтали (менее 50 км) данные статистически ненадежны, поскольку пары столь близко расположенных аэрологических (то есть таких, которые регулярно запускают метеорологические зонды) метеостанций крайне редки. На очень больших расстояниях (около 3000 км, где корреляционные связи в любом случае слабы) неравенство между КФ для обоих типов пар точек утрачивается. Соотношение между кросс-корреляционными функциями носит совсем иной характер.

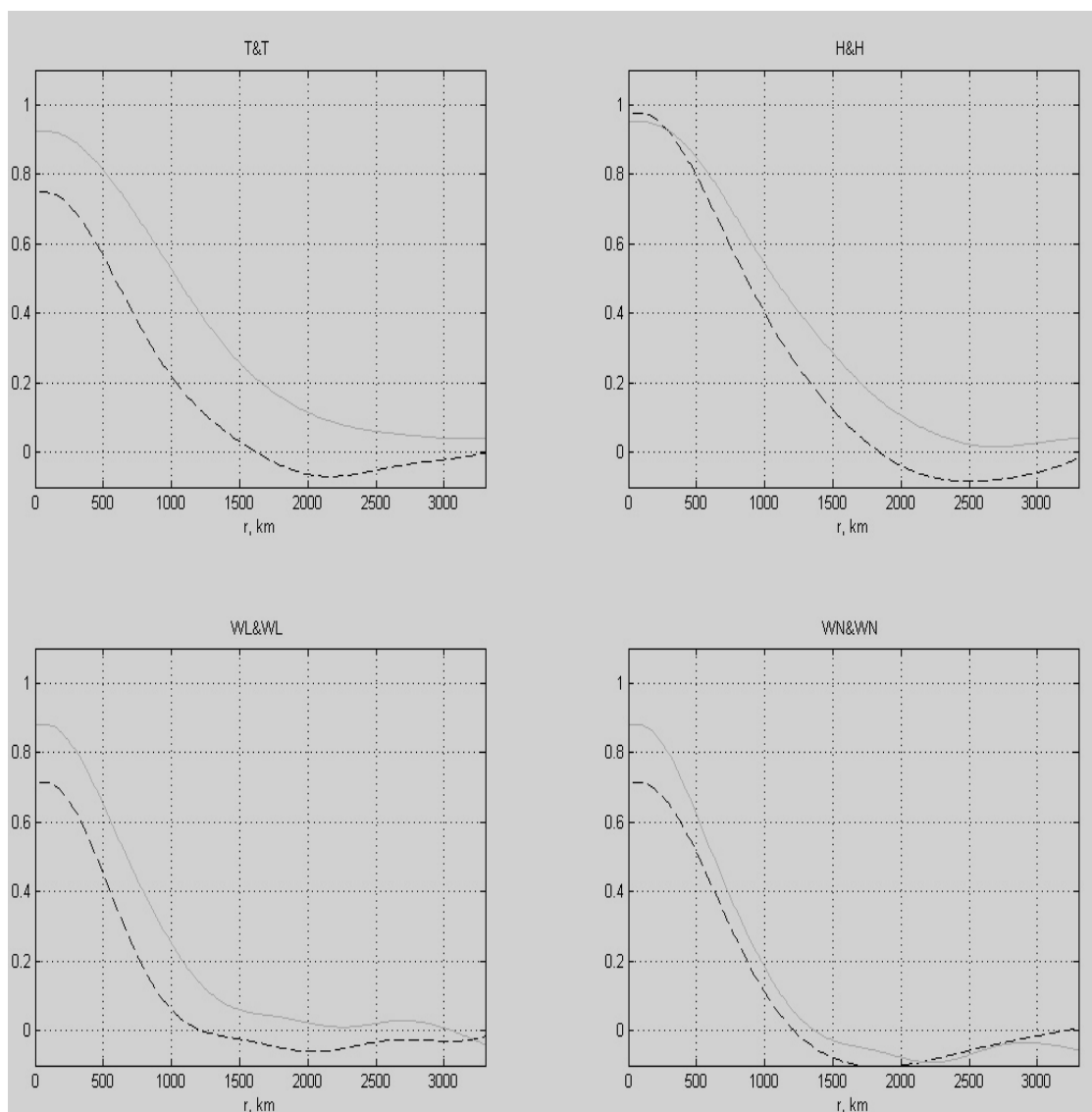
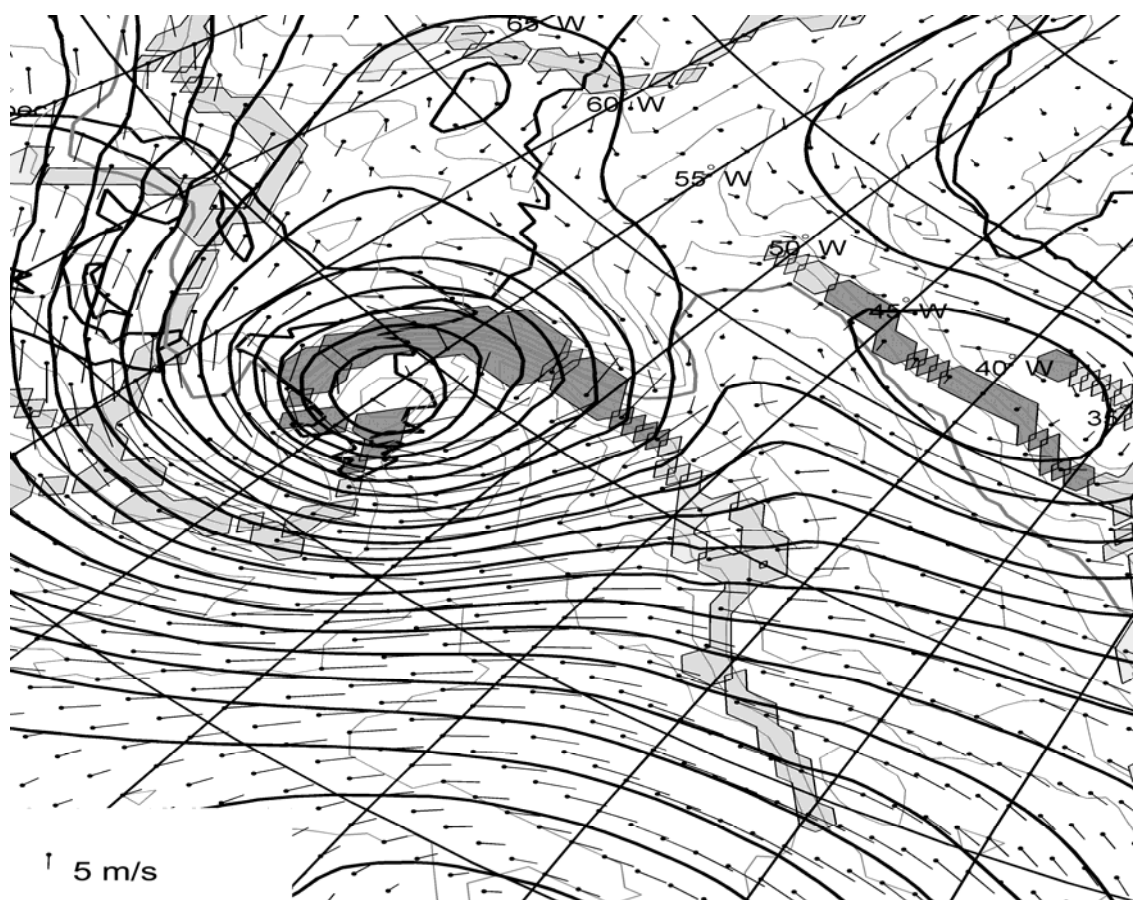
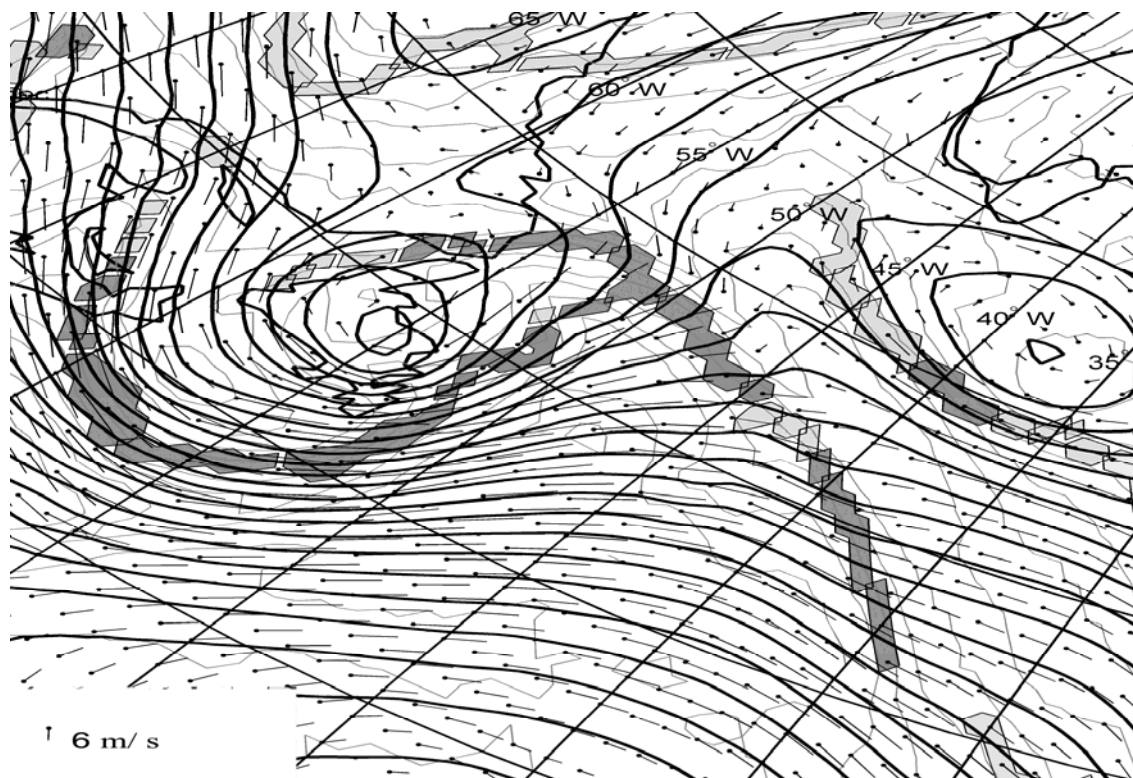


Рис. 3. Авто- и кросс-корреляционные функции для различных метеополей на уровне 400гПа. Пунктирные линии – КФ между точками, разделенными линией фронта, сплошные – КФ между точками, не разделенными фронтом

Таким образом, переход одной из точек пары в другую синоптическую массу для автокорреляционных функций метеополей эквивалентен уменьшению радиуса корреляции. Аналогичное уменьшение радиуса корреляции можно видеть на рисунке 2b, где корреляция температуры в районе тропопавзы (примерно 300 гПа) резко уменьшается. Как мы видим, эта незаметная для глаза условная граница между тропосферой и стратосферой статистически вполне просматривается.

При усвоении измерительной метеоинформации прогностическими схемами, использующими регулярную сетку точек, необходима интерполяция. КФ основных метеополей традиционно используются для такой интерполяции (метеополь или их отклонения от полей предыдущего прогноза на срок анализа трактуются как случайные поля). Различение при такой интерполяции ситуаций, когда пара точек разделена и когда не разделена атмосферным фронтом, позволяет использовать в каждом конкретном случае более адекватные КФ.



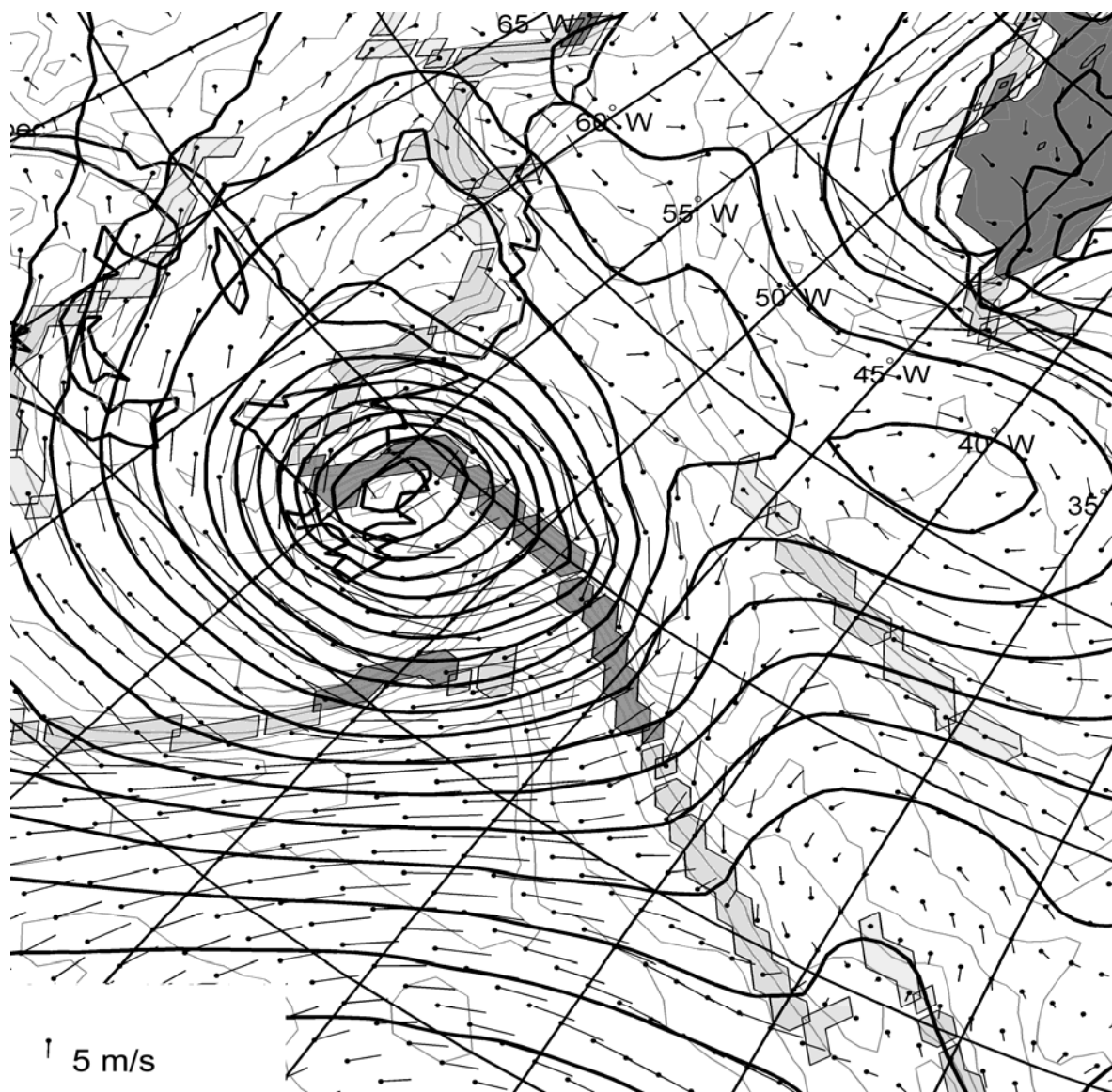


Рис. 4. Фрагмент метеорологической карты с атмосферными фронтами для уровней 500, 700 и 950 гПа. 12 СЕВ 10 июля 2011 г. Эти поля 12-часового прогноза получены по модели NCEP с сеткой $0.5^\circ \times 0.5^\circ$. Исходный момент для прогноза 00 10 июля 2011 г. Серые линии – изотермы, черные – изогипсы. Отрезки характеризуют скорость и направление ветра в жирной точке, из которой они выпущены. Масштаб приведен в нижних левых углах. На последнем рисунке темная область справа сверху – Скандинавия, где уровень 950 гПа проходит ниже поверхности Земли. В данном случае линии фронтов на соседних уровнях весьма схожи, но в других ситуациях возможны более существенные различия

При отладке численных гидродинамических моделей циркуляции атмосферы с дальнейшей целью прогнозирования изменения климата при том или ином сценарии внешних воздействий на атмосферу производится сравнение результатов численного моделирования с климатическими метеополями. Поскольку в таких моделях имеется огромное количество подгоночных параметров, обеспечить совпадение средних (по большому времени интегрирования) полей и полей, полученных при осреднении многолетних наблюдений, удастся вне зависимости от степени адекватности численной модели. Однако сравнение КФ, полученных при длительном численном интегрировании циркуляционной или климатической модели, с КФ, полученными по нашей методике, позволит надежнее проверять адекватность такой модели.

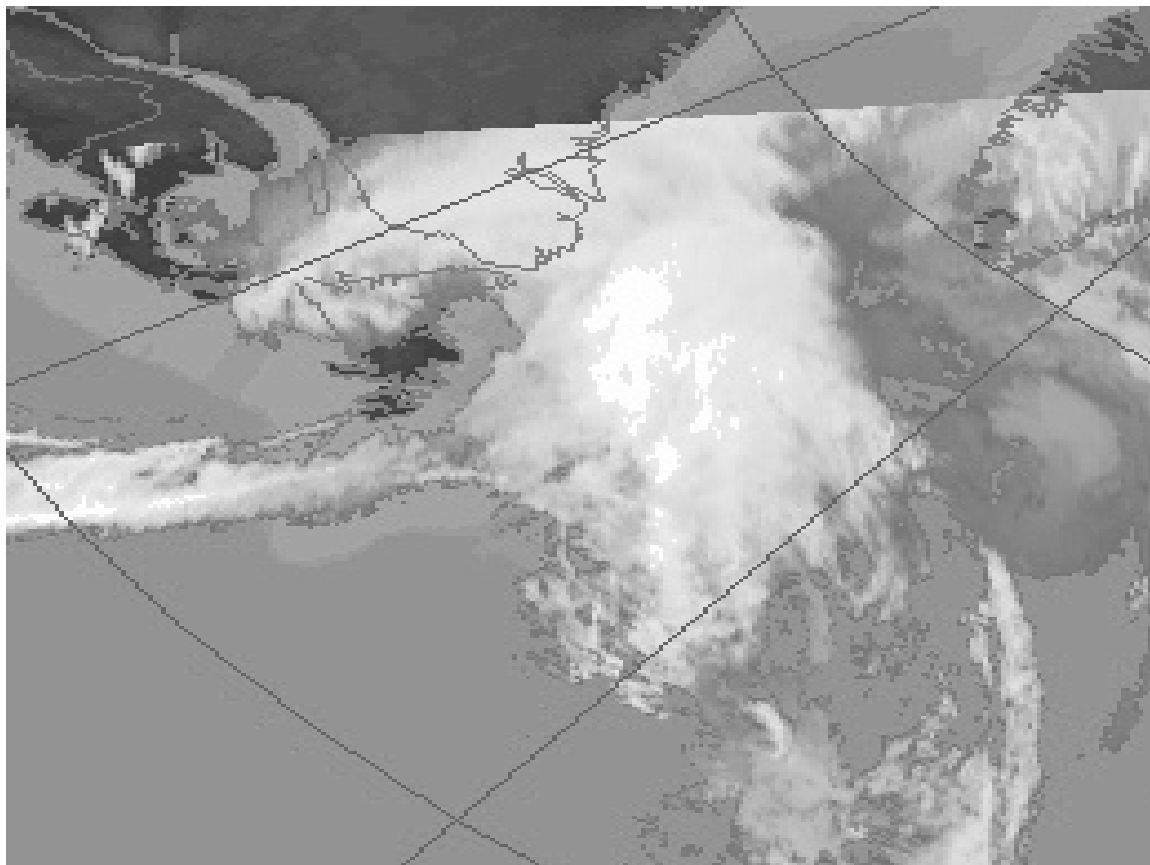


Рис. 5. Фрагмент той же метеорологической карты с облачностью, полученной со спутника МЕТЕОСАТ-8 в тот же момент времени. Геометрия фронтов на рис. 4 этой фотографией полностью подтверждается. Однако бывают фронты, которые в облачности проявляются намного слабее

Библиографический список

1. Алдухов, О. А., Гордин, В. А. Трехмерные корреляционные функции основных аэрологических величин [Текст] / О. А. Алдухов, В. А. Гордин // Изв. РАН. Серия «Физика атмосферы и океана». – 2001. – 37(1). – С. 3–23.
2. Алдухов, О. А., Гордин, В. А. Оценки анизотропии корреляционной структуры полей метеорологических величин по наблюдениям глобальной аэрологической сети [Текст] / О. А. Алдухов, В. А. Гордин // Изв. РАН. Серия «Физика атмосферы и океана». – 2005. – 41(3). – С. 399–409.
3. Быков, Ф. Л., Гордин, В. А. Трехмерный объективный анализ атмосферных фронтов [Текст] / Ф. Л. Быков, В. А. Гордин // Известия РАН. Серия «Физика атмосферы и океана». – 48(1). – 2012.
4. Быков, Ф. Л., Гордин, В. А. Объективный анализ трехмерной геометрии атмосферных фронтов [Текст] / Ф. Л. Быков, В. А. Гордин // Серия «Математическое моделирование и современные информационные технологии». Современные проблемы математического моделирования. Сборник трудов XIII Всероссийской школы: Математические задачи гидродинамического прогноза погоды. Вычислительные аспекты. – Выпуск 5. – Л. : Гидрометеоздат, 1987.
5. Гордин, В. А. Как это посчитать? Обработка метеорологической информации на компьютере [Текст] / В. А. Гордин. – М. : МЦНМО, 2005.
6. Гордин, В. А. Математика, компьютер, прогноз погоды и другие сценарии математической физики [Текст] / В. А. Гордин. – М. : Физматлит, 2010.
7. Монин, А. С., Яглом, А. М. Статистическая гидромеханика Т. 1. [Текст] / А. С. Монин, А. М. Яглом. – Л. : Гидрометеоздат, 1992, Т. 2, 1996, М. : Наука.
8. Gordin V. A. Mathematical Problems and Methods in Hydrodynamical Weather Forecasting. Gordon & Breach Publ. House, 2000, 842p.