УДК 37.02

В. В. Богун

Методика использования графических калькуляторов в лабораторном практикуме по математическому анализу

В статье рассматриваются вопросы использования информационно-коммуникационных технологий с точки зрения графических калькуляторов при изучении раздела «Определенные интегралы» в рамках лабораторного практикума по курсу «Математический анализ». Представлена суть проблемы, возникающей при нахождении значений определенных интегралов, применение численных методов для ее решения и рассматривается использование разработанной автором программы на графическом калькуляторе с целью оптимизации процесса поиска необходимых значений в рамках проведения соответствующего лабораторного практикума.

Ключевые слова: информационно-коммуникационные технологии, определенные интегралы, численные методы, графический калькулятор, лабораторный практикум.

V. V. Bogun

Technique of Use of Graphic Calculators in Laboratory Practical Work on the Mathematical Analysis

In the given article questions of use of information-communication technologies from the point of view of graphic calculators are considered at section studying «Certain Integrals» within the limits of laboratory practical work on the course «the Mathematical Analysis». The essence of the problem arising at finding values of certain integrals, application of numerical methods for its solution is presented and use of the programme developed by the author on the graphic calculator with the purpose to optimise the process of searching the necessary values within the limits of carrying out of a corresponding laboratory practical work is considered.

Key words: information-communication technologies, certain integrals, numerical methods, a graphic calculator, a laboratory practical work.

При вычислениях значений определенных интегралов в курсе математического анализа в вузах нередко встречаются следующие проблемы:

1. Невозможность или сложность выражения первообразной функции через элементарные функции.
2. Аналитическое задание подынтегральной функции в виде таблицы значений функции в зависимости от аргумента.
3. Графическое задание подынтегральной функции с использованием соответствующего графика значений функции в зависимости от аргумента.

В подобных ситуациях для вычисления приближенных значений определенных интегралов используются численные методы. Согласно методу механических квадратур, подынтегральную функцию $y = f(x)$ можно заменить интерполяционным многочленом степени «S» в силу приближенных вычислений значений функции $y = f(x)$:

$$P_S(x) = a_S x^S + a_{S-1} x^{S-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0,$$

причем $P_S(x_i) = y_i$, где $i = 0, 1, \ldots, N$.

Геометрическая интерпретация метода заключается в том, что график исходной функции $y = f(x)$ заменяется «параболой степени “S”», то есть

$$y = f(x) = P_S(x) = a_S x^S + a_{S-1} x^{S-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0,$$

проходящей через $"S+1"$ точек графика данной функции. Интерполяционный многочлен степени “S” можно представить в следующем виде:

$$P_S(x) = a_0 + a_1 \cdot (x - x_0) + a_2 \cdot (x - x_0) \cdot (x - x_1) + \ldots + a_S \cdot (x - x_0) \ldots (x - x_{n-1})$$

Приближенное значение определенного интеграла от подинтегральной функции $y = f(x)$ на заданном отрезке $[a_0, b_0]$ равно значению определенного интеграла от интерполяционного многочлена на заданном отрезке $[a_0, b_0]$, при этом осуществляется деление данного отрезка на определенное количество равных меньших отрезков или шагов, в зависимости от заданного значения количества шагов s_α или значения фиксированного шага h_α, осуществляется расчет приближенного значения определенного интеграла на каждом из полученных отрезков с последующим нахождением приближенного значения определенного интеграла на заданном отрезке $[a_0, b_0]$ как суммы найденных приближенных значений определенных интегралов на каждом из равных меньших отрезков.

Таким образом, для приближенных вычислений определенных интегралов от подынтегральных функций $f(x)$ на отрезке $[a_0, b_0]$ используются численные методы в зависимости от заданного значения количества шагов s_α или значения фиксированного шага h_α.

Рассмотрим логические основы реализации расчетов по формулам средних прямоугольников, трапеций, параболических трапеций (Симпсона) (замена подынтегральной функции интерполяционными многочленами нулевой, первой и второй степеней соответственно) для вычислений приближенных значений определенных интегралов в зависимости от различных значений a_0, b_0, s_α или h_α, которые заложены автором статьи заложенных в программу «APROXINT» на графическом калькуляторе с целью оптимизации расчетного процесса.

1. Применение метода средних прямоугольников.

Осуществляется замена подынтегральной функции интерполяционным многочленом нулевой степени на отрезке $[x_0, x_1] = [x_0, x_0 + h_\alpha]$. Имеем одно заданное значение подынтегральной функции $y_{1/2} = f(x_{1/2})$ при $x = x_{1/2}$. Тогда $P_0(x) = f(x_{1/2}) = a_0$ и $y = f(x) \approx P_0(x) = f(x_{1/2})$. В данном случае график подынтегральной функции $y = f(x)$ на отрезке $[x_0, x_1] = [x_0, x_0 + h_\alpha]$ заменяется горизонтальной прямой, проходящей через точку с координатами

$$(x_{1/2}, f(x_{1/2})) = \left(x_0 + \frac{h_\alpha}{2}, f\left(x_0 + \frac{h_\alpha}{2}\right)\right).$$

Вычисление приближенного значения определенного интеграла на отрезке $[x_0, x_1] = [x_0, x_0 + h_\alpha]$ реализуется по формуле: $\int\limits_{x_0}^{x_1} f(x)dx \approx h_\alpha \cdot f(x_{1/2})$.

Таким образом, приближенное значение определенного интеграла на отрезке $[x_0, x_1] = [x_0, x_0 + h_\alpha]$ равно площади прямоугольника со значениями стороны $f(x_{1/2})$ и высоты h_α. Приближенное значение определенного интеграла на отрезке $[a_0, b_0]$ определяется согласно следующему соотношению:

$$\int\limits_{a_0}^{b_0} f(x)dx \approx \sum_{J=1}^{S} \left(h_\alpha \cdot f\left(x_{(2J-1)/2}\right)\right).$$

2. Применение метода трапеции.

Осуществляется замена подынтегральной функции интерполяционным многочленом первой степени на отрезке $[x_0, x_1] = [x_0, x_0 + h_\alpha]$. Имеем два заданных значения подынтегральной функции: $y_0 = f(x_0)$ при $x = x_0$ и $y_1 = f(x_0 + h_\alpha)$ при $x = x_1 = x_0 + h_\alpha$.

Тогда

$P_1(x) = f(x_1) = a_0 + a_1 \cdot (x_1 - x_0) = f(x_0) + a_1 \cdot h_\alpha$ и $y = f(x) \approx P_1(x) = f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{h_\alpha} \cdot (x - x_0)$. В данном случае график подынтегральной функции $y = f(x)$ на отрезке $[x_0, x_1] = [x_0, x_0 + h_\alpha]$ заменяется наклонной прямой, проходящей через точки $(x_{1/2}, f(x_{1/2}))$ и $(x_1, f(x_1)) = (x_0 + h_\alpha, f(x_0 + h_\alpha))$. Вычисление приближенного значения определенного интеграла на отрезке $[x_0, x_1] = [x_0, x_0 + h_\alpha]$ реализуется по формуле: $\int\limits_{x_0}^{x_1} f(x)dx \approx h_\alpha \cdot \frac{f(x_0) + f(x_1)}{2}$. Таким образом, приближенное значение определенного интеграла на отрезке $[x_0, x_1] = [x_0, x_0 + h_\alpha]$ равно площади прямоугольной трапеции со значениями оснований $f(x_0)$, $f(x_1)$ и высотой h_α. Приближенное значение определенного интеграла на отрезке $[a_0, b_0]$ определяется согласно следующему соотношению:

$$\int\limits_{a_0}^{b_0} f(x)dx \approx h_\alpha \cdot \left(\frac{f(a_0) + f(b_0)}{2} + \sum_{J=1}^{S-1} f(x_J)\right).$$

3. Применение метода параболических трапеций (Симпсона).

Осуществляется замена подынтегральной функции интерполяционным многочленом второй степени на отрезке $[x_0, x_1] = [x_0, x_0 + h_\alpha]$. Имеем три заданных значения подынтегральной функции: $y_0 = f(x_0)$ при $x = x_0$, $y_{1/2} = f(x_0 + h_\alpha/2)$ при $x = x_{1/2} = x_0 + h_\alpha/2$ и $y_1 = f(x_0 + h_\alpha)$ при $x = x_1 = x_0 + h_\alpha$.

Тогда:

$$P_2(x) = a_0 + a_1\cdot(x_1 - x_0) + a_2\cdot(x_1 - x_0)\cdot(x_1 - x_{1/2}) = f(x_0) + \frac{f(x_{1/2}) - f(x_0)}{(h_\alpha/2)}\cdot h_\alpha +$$

$$+ a_2 h_\alpha \frac{h_\alpha}{2} = f(x_1).$$ Получим, что

$$y = f(x) \approx f(x_0) + \frac{2(f(x_{1/2}) - f(x_0))}{h_\alpha}\cdot(x - x_0) +$$

$$+ \frac{2(f(x_1) - 2f(x_{1/2}) + f(x_0))}{(h_\alpha)^2}(x - x_0)\cdot\left(x - \left(x_0 + \frac{h_\alpha}{2}\right)\right).$$

В данном случае график подынтегральной функции $y = f(x)$ на отрезке $[x_0, x_1] = [x_0, x_0 + h_\alpha]$ заменяется дугой параболы с вертикальной осью, проходящей через точки $(x_0, f(x_0))$, $(x_{1/2}, f(x_{1/2})) = (x_0 + h_\alpha/2, f(x_0 + h_\alpha/2))$ и $(x_1, f(x_1)) = (x_0 + h_\alpha, f(x_0 + h_\alpha))$. Вычисление приближенного значения определенного интеграла на отрезке $[x_0, x_1] = [x_0, x_0 + h_\alpha]$ осуществляется по формуле:

$$\int_{x_0}^{x_1} f(x)dx \approx \frac{h_\alpha}{6}\cdot\left(f(x_0) + 4f(x_{1/2}) + f(x_1)\right).$$

Таким образом, приближенное значение определенного интеграла на отрезке $[x_0, x_1] = [x_0, x_0 + h_\alpha^{PT}]$ равно площади параболической трапеции, ограниченной осью абсцисс, линиями, параллельными осям ординат, и дугой параболы с вертикальной осью, проходящей через точки $(x_{1/2}, f(x_{1/2}))$, $(x_{1/2}, f(x_{1/2})) = (x_0 + h_\alpha/2, f(x_0 + h_\alpha/2))$ и $(x_1, f(x_1)) = (x_0 + h_\alpha, f(x_0 + h_\alpha))$. Приближенное значение определенного интеграла на отрезке $[a_0, b_0]$ определяется согласно следующему соотношению:

$$\int_{a_0}^{b_0} f(x)dx \approx \frac{h_\alpha}{3}\cdot\left(\frac{f(a_0) + f(b_0)}{2} + 2\sum_{J=1}^{S} f(x_{(2J-1)/2}) + \sum_{J=1}^{S-1} f(x_J)\right).$$

Состояние и пути решения проблемы

В настоящее время вопросы корректного и оптимального использования информационно-коммуникационных технологий (ИКТ) в образовательном процессе являются актуальными. Применение ИКТ в процессе обучения предоставляет хорошие возможности для повышения, во-первых, мотивации к учебной деятельности, во-вторых, эффективности решения учебных и научно-исследовательских задач будущего учителя математики. Перспективным направлением технологизации математического образования представляется использование графических калькуляторов в обучении предметам естественно-математического цикла как в сочетании с компьютерными математическими системами (КМС), так и с полной их заменой непосредственно на занятиях по математике в силу компактности размеров и независимости источников питания. Графические калькуляторы целесообразно использовать в процессе обучения математике на всех образовательных уровнях как параллельно с применением программных педагогических продуктов и компьютерных математических систем, так и при их полном отсутствии в силу компактности, автономности и мобильности графических калькуляторов, наличия необходимого и вполне достаточного для реализации широкого круга методических и дидактических функций и решения математических и прикладных задач функционального оснащения.

Основной целью использования графических калькуляторов в обучении математике является исследование сложных явлений и процессов в рамках реализации межпредметных связей через призму построения различных концептуальных, математических и информационных моделей в сочетании с наглядностью, удобством пользования и возможностями непосредственного сравнительного анализа различных методов решения, промежуточных и итоговых результатов. При использовании графических калькуляторов в обучении математики необходимо придерживаться следующих задач [1, 2, 3]:

1. Математические (исследование функциональных зависимостей; освоение численных методов решения математических задач; сравнительный анализ эффективности вычислительных процедур).

2. Информационные (освоение функциональных возможностей графического калькулятора (функции, опции, режимы, коммуникации); освоение среды программирования графического

калькулятора; навыки создания алгоритмов, блок-схем и программ для решения математических задач).

3. Личностные (развитие математической, информационной и алгоритмической культуры студентов; творческая активность (анализ результатов с выдвижением и проверкой гипотез, варьирование данных, оптимизация мыслительных процессов); коммуникативная и ролевая деятельность студентов в процессе интеграции знаний, умений и навыков на примере изучения математики в малых группах с использованием информационных технологий; мотивация к изучению математических и информационных дисциплин).

4. Профессиональные (наглядное моделирование объектов и процессов; визуализация итерационных процессов; интеграция математических и информационных процессов; управление процессами познавательной деятельности учащихся).

Важной педагогической мотивацией использования графических калькуляторов корпорации CASIO является их официальная рекомендация для применения в системе российского образования, вследствие чего последние имеют широкое распространение.

Преимущества использования графических калькуляторов в обучении математики отражены в следующих позициях [4]:

1. Мобильность и автономность использования в сочетании с низким энергопотреблением.
2. Автоматизация выполнения большого количества необходимых рутинных однообразных вычислений при решении математических задач на основе применения численных методов с возможностью проведения статистических расчетов после окончательного выполнения программы.
3. Автоматизация выполнения сравнительного анализа результатов, полученных в процессе реализации численных методов решения математических задач, непосредственно как внутри программы, так и после ее окончательного выполнения.
4. Автоматизация проведения необходимых расчетов в результате варьирования значений исходных данных.

Методика проведения аудиторных занятий по математике включает следующие компоненты:

1. Актуализация знаний и контроль теоретических аспектов и практических навыков по использованию графического калькулятора.
2. Формулировка названия, цели и плана проведения лабораторной работы.
3. Рассмотрение реализации решения математической задачи на показательном примере.
4. Распределение студентов на малые группы (по 3–4 человека) с целью анализа различных вариантов исходных данных.
5. Наглядное моделирование и решение предлагаемой математической задачи с применением трех численных методов на основе интеграции математических и информационных знаний с использованием графического калькулятора.
6. Рефлексия и проведение сравнительного анализа полученных результатов с целью формулирования выводов и проверки гипотез.
7. Оформление лабораторной работы с последующим представлением преподавателю.
8. Презентация результатов.
9. Индивидуальные собеседования или проверочное тестирование.

Реализация инноваций

В данной статье представлено описание программы и методика проведения аудиторного занятия в рамках лабораторного практикума по реализации приближенных вычислений значений определенных интегралов по формулам средних прямоугольников, трапеций, параболических трапеций (Симпсона) и их сравнительный анализ (программа «APROXINT», раздел «Интегральное исчисление», курс «Математический анализ»).

Разработанное автором программное обеспечение для графического калькулятора характеризуется следующими особенностями:

1. Реализация принципа сохранения значений исходных данных и результатов расчетов в соответствующих матрицах (в режиме выполнения арифметических и матричных расчетов «RUN.MATrix»).
2. Реализация принципа сохранения значений промежуточных вычислений в соответствующих последовательно идущих списках (в режиме выполнения статистических расчетов «STATistics»).
3. Интеллектуальная и удобная в использовании система навигации внутри программы в виде совокупности последовательных меню с корректной обработкой ошибок ввода необходимых параметров.
4. Возможность варьирования различных параметров и исходных данных непосредственно при работе внутри программы.
5. Возможность проведения статистического (сравнительного) анализа получаемых при реа-

лизации различных численных методов решения математических задач промежуточных вычислений (итоговых результатов) после окончательного выполнения программы (в процессе или после окончательного выполнения программы).

В данной программе осуществляется использование формул средних прямоугольников, трапеций и параболических трапеций (Симпсона) согласно следующей логической структуре (описание через итерацию с индексом «N» $(N \geq 1)$):

1. На отрезке $[a_0, b_0]$ при соблюдении условия $a_0 < b_0$, исходя из вводимого или рассчитанного значения фиксированного шага h_α (при вводимом значении количества шагов s_α по формуле $h_\alpha = \dfrac{b_0 - a_0}{s_\alpha}$), выбирается абсцисса точки подинтегральной функции с координатами $(x_N, f(x_N))$, то есть x_N, согласно следующему соотношению: $x_N = x_{N-1} + h_\alpha$.

2. Осуществляется вычисление площади необходимой элементарной геометрической фигуры q_N (прямоугольника, прямоугольной или параболической трапеции), значение высоты которой $h_\alpha = x_N - x_{N-1} = x_1 - x_0$, по определенной формуле ($q_N = h_\alpha \cdot f\left(x_{(2N-1)/2}\right)$, $q_N = h_\alpha \cdot \dfrac{f(x_{N-1}) + f(x_N)}{2}$ или $q_N = \dfrac{h_\alpha}{6} \cdot \left(f(x_{N-1}) + 4f\left(x_{(2N-1)/2}\right) + f(x_N)\right)$ соответственно.

3. Осуществляется вычисление приближенного значения определенного интеграла на отрезке $[a_0, x_N]$ согласно следующему соотношению: $I_{\alpha N} = I_{\alpha(N-1)} + q_N$.

4. Если достигнута истинность выражения $x_N \geq b_0$, то итерации прекращаются, количество шагов итераций $s_\alpha = N$, тогда приближенное значение определенного интеграла $I_\alpha = I_{\alpha N}$.

5. Если $x_N < b_0$, то осуществляется переход к следующей итерации.

Лабораторная работа в рамках соответствующего практикума по нахождению приближенных значений определенных интегралов по формулам средних прямоугольников, трапеций, параболических трапеций (Симпсона) для различных условий варьирования значений исходных данных с последующим проведением необходимых сравнительных анализов вычислительных процедур с применением представленной в графическом калькуляторе программы «APROXINT» может быть разделена на три этапа.

На первом этапе («Приближенные вычисления значений определенных интегралов с помощью стандартных встроенных функций графического калькулятора») преподаватель разделяет исходную группу студентов на определенное количество малых групп по 3–4 студента (что позволяет выявить различные личностные психологические особенности студентов), каждой из которых предлагаются различные исходные данные символьной записи подынтегральной функции $y = f(x)$, значений абсцисс a_0, b_0 и количества шагов s_α или фиксированного шага h_α.

Осуществление приближенных вычислений определенных интегралов может реализоваться с помощью стандартных встроенных функций калькулятора двумя методами. При аналитическом методе реализуются вычисления с использованием стандартных функций в режиме выполнения арифметических и матричных расчетов «RUN.MATrix», тогда как при графическом методе осуществляется выполнение функционального анализа с использованием стандартных функций в режиме построения и анализа статических графиков «GraPH-TaBLe».

На втором этапе («Приближенные вычисления значений определенных интегралов по формулам средних прямоугольников, трапеций, параболических трапеций (Симпсона) в зависимости от различных значений количества шагов s_α или фиксированного шага h_α с применением представленной в графическом калькуляторе программы «APROXINT») преподаватель для каждой из малых групп студентов, сформированных на первом этапе, предлагает различные исходные данные символьной записи подынтегральной функции $y = f(x)$, значений абсцисс a_0, b_0, а также несколько значений количества шагов s_α или фиксированного шага h_α в рамках одной малой группы.

Предполагается, что студенты предварительно самостоятельно могут вычислить точные значения определенного интеграла в результате исследования подынтегральной функции $f(x)$, а также по предлагаемым значениям концов одного из интервалов изоляции a_0 и b_0 реализуют итерации с индексами «1», «2» и «3» согласно формулам средних прямоугольников, трапеций, параболических трапеций (Симпсона). После этого студенты проведут соответствующие необходимые расчеты с применением реализованной в графическом калькуляторе программы «APROXINT».

На третьем этапе («Сравнительный анализ формул средних прямоугольников, трапеций, параболических трапеций (Симпсона) в результате реализации приближенных вычислений определенных интегралов в зависимости от различных значений количества шагов s_α или фиксированного шага h_α») преподаватель для каждой из малых групп, сформированных на первом этапе, предлагает провести сравнительный анализ реализованных на втором этапе приближенных вычислений определенных интегралов в зависимости от различных значений количества шагов s_α или фиксированного шага h_α.

Для этого согласно результатам расчетов необходимо заполнить совокупную таблицу 1 полученных значений в зависимости, во-первых, от численного метода вычислений, а во-вторых, от значений количества шагов s_α или фиксированного шага h_α, на основе которой формируются итоговые выводы по работе, заполняется отчет, который затем сдается преподавателю, и студенты отвечают на вопросы проверочного тестирования.

Таблица 1

Совокупная таблица по лабораторной работе

Название метода				Формула средних прямоугольников		Формула трапеций		Формула параболических трапеций (Симпсона)	
Знач. s_α		*Знач.* h_α		I_α^{MR}	$I_\alpha^{MR}-I_R$	I_α^{T}	$I_\alpha^{T}-I_R$	I_α^{PT}	$I_\alpha^{PT}-I_R$
$s_{\alpha 1}$		$h_{\alpha 1}$							
…		…							
$s_{\alpha N}$		$h_{\alpha N}$							

Описание программы «APROXINT» приведем на примере нахождения приближенных значений определенного интеграла для функции, заданной уравнением $f(x)=\dfrac{4x}{2x^2-1}$, со значениями пределов интегрирования $a_0=2$, $b_0=5$ в сопровождении логически расположенных на рисунке 1 копий с экрана графического калькулятора.

Для начала работы необходимо в режиме программирования активизировать программу с наименованием «APROXINT», результатом чего служит окно приветствия (рис. 1А).

Последовательные нажатия клавиши «EXE» служат для отображения следующих окон:

1. Окна диалога для ввода в символьном виде подынтегральной функции для определенного интеграла $\int_{a_0}^{b_0} f(x)dx$ (рис. 1В).

2. Окна построения графика подынтегральной функции $f(x)$ (рис. 1В).

3. Последовательных диалоговых окон для ввода значений абсцисс точек подинтегральной функции с координатами $(a_0, f(a_0))$ и $(b_0, f(b_0))$, и вывода значения ординаты данной точки, то есть $f(a_0)$ и $f(b_0)$ (рис. 1С).

4. Окон вывода точного значения определенного интеграла $I_R=\int_{a_0}^{b_0} f(x)dx$ и построения геометрической интерпретации точного значения определенного интеграла $I_R=\int_{a_0}^{b_0} f(x)dx$ на графике подынтегральной функции $y_1(x)=f(x)$ (рис. 1D).

После ввода значений вышеуказанных параметров последующее нажатие клавиши «EXE» приводит к появлению диалогового окна меню со следующими позициями (рис. 1Е):

1. **CONTINUE CALCUL (1)** – подтверждение продолжения выполнения расчетов.

2. **RELOAD FUNC Y1 (2)** – перезагрузка в символьном виде подынтегральной функции $y_1(x)=f(x)$ с поочередным отображением соответствующих диалоговых окон.

3. **RELOAD A0 B0 (3)** – перезагрузка значений абсцисс точек подынтегральной функции с координатами $(a_0, f(a_0))$ и $(b_0, f(b_0))$ с поочередным отображением соответствующих диалоговых окон.

4. **RELOAD ALL (4)** – перезагрузка в символьном виде подынтегральной функции $y_1(x)=f(x)$, а также значений абсцисс точек подынтегральной функции с координатами $(a_0, f(a_0))$ и $(b_0, f(b_0))$ с поочередным отображением соответствующих диалоговых окон.

5. **OR QUIT (5)** – выход из программы с предварительно отображающимся прощальным информационным окном.

После выбора подтверждения продолжения выполнения расчетов в результате последовательного ввода цифры «1» и нажатия клавиши «EXE» открывается диалоговое окно меню со следующими позициями (рис. 1F):

– **FORM MID RECTANS (1)** – вычисление приближенного значения определенного интеграла I_α^{MR} по формуле средних прямоугольников с поочередным отображением следующих окон (рис. 1G):

✓ Диалогового окна меню со следующими позициями:

❖ CALCUL ON SALMR (1) – продолжение вычислений приближенного значения определенного интеграла I_α^{MR} по формуле средних прямоугольников по вводимому значению количества шагов s_α^{MR}.

❖ CALCUL ON HALMR (2) – продолжение вычислений приближенного значения определенного интеграла I_α^{MR} по формуле средних прямоугольников по вводимому значению фиксированного шага h_α^{MR}.

❖ OR PREVIOUS (3) – возврат в предыдущее меню.

✓ Окна диалога для ввода значения количества шагов s_α^{MR} (фиксированного шага h_α^{MR}) и вывода значения фиксированного шага h_α^{MR} (количества шагов s_α^{MR}) в зависимости от выбора позиции в предыдущем меню.

✓ Окна вывода для формулы средних прямоугольников значений количества шагов s_α^{MR} и фиксированного шага h_α^{MR}.

✓ Окна вывода для формулы средних прямоугольников приближенного значения определенного интеграла I_α^{MR} и разности между приближенным и точным значением определенного интеграла $I_\alpha^{MR}-I_R$.

– **FORM TRAPEZOIDS (2)**. – вычисление приближенного значения определенного интеграла I_α^{T} по формуле трапеций с поочередным отображением следующих окон (рис. 1H):

✓ Диалогового окна меню со следующими позициями:

❖ CALCUL ON SALT (1) – продолжение вычислений приближенного значения определенного интеграла I_α^{T} по формуле трапеций по вводимому значению количества шагов s_α^{T}.

❖ CALCUL ON HALT (2) – продолжение вычислений приближенного значения определенного интеграла I_α^{T} по формуле трапеций по вводимому значению фиксированного шага h_α^{T}.

❖ OR PREVIOUS (3) – возврат в предыдущее меню.

✓ Окна диалога для ввода значения количества шагов s_α^{T} (фиксированного шага h_α^{T}) и вывода значения фиксированного шага h_α^{T} (количества шагов s_α^{T}) в зависимости от выбора позиции в предыдущем меню.

✓ Окна вывода для формулы трапеций значений количества шагов s_α^{T} и фиксированного шага h_α^{T}.

✓ Окна вывода для формулы средних прямоугольников приближенного значения определенного интеграла I_α^{T} и разности между приближенным и точным значением определенного интеграла $I_\alpha^{T}-I_R$.

– **FORM PARAB TRAPS (3)**. – вычисление приближенного значения определенного интеграла I_α^{PT} по формуле параболических трапеций (Симпсона) с поочередным выводом следующих окон (рис. 1):

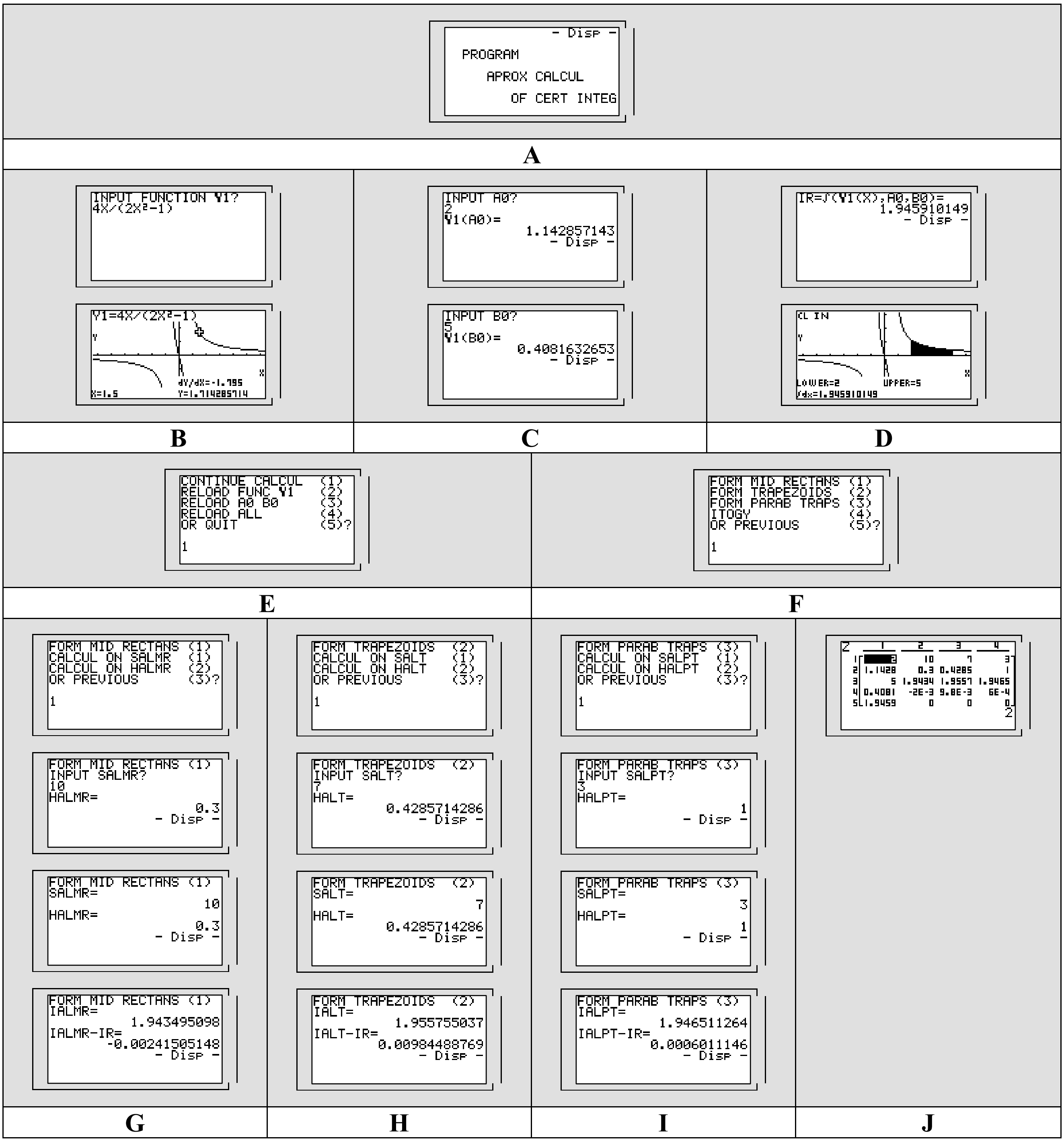

Рис. 1. Скриншоты из программы «APROXINT»

✓ Диалогового окна меню со следующими позициями:

❖ CALCUL ON SALPT (1) – продолжение вычислений приближенного значения определенного интеграла I_{α}^{PT} по формуле параболических трапеций (Симпсона) по вводимому значению количества шагов s_{α}^{PT}.

❖ CALCUL ON HALPT (2) – продолжение вычислений приближенного значения определенного интеграла I_{α}^{PT} по формуле параболических трапеций (Симпсона) по вводимому значению фиксированного шага h_{α}^{PT}.

❖ OR PREVIOUS (3) – возврат в предыдущее меню.

✓ Окна диалога для ввода значения количества шагов s_{α}^{PT} (фиксированного шага h_{α}^{PT}) и вывода значения фиксированного шага h_{α}^{PT} (количества шагов s_{α}^{PT}) в зависимости от выбора позиции в предыдущем меню.

✓ Окна вывода для формулы параболических трапеций (Симпсона) значений количества шагов s_{α}^{PT} и фиксированного шага h_{α}^{PT}.

✓ Окна вывода для формулы параболических трапеций (Симпсона) приближенного значения определенного интеграла I_{α}^{PT} и разности между приближенным и точным значением определенного интеграла $I_{\alpha}^{PT} - I_{R}$.

– ITOGY (4) – последовательный сравнительный анализ полученных результатов с поочередным отображением следующих окон:

✓ Окна вывода совокупной таблицы исходных данных и результатов (матрица «Z») (рис. 1J).

– OR PREVIOUS (5) – возврат в предыдущее меню.

В процессе выполнения программы результаты всех промежуточных расчетов оседают в списках (доступ возможен только после окончательного выполнения программы и осуществляется через главное меню в режиме выполнения статистических расчетов «*STATistics»*), тогда как итоговые результаты проецируются в матрицу (доступ возможен только после окончательного выполнения программы и осуществляется через главное меню в режиме выполнения арифметических и матричных расчетов «*RUN.MATrix»*).

Таким образом, возможно добиться существенно нового качества предлагаемых образовательных услуг благодаря использованию графических калькуляторов при нахождении значений определенных интегралов в рамках проведения лабораторного практикума по математическому анализу в силу их доступности, удобства пользования и наличия большого количества функций. В процессе обучения учащиеся ознакомятся с принципиально новым методическим подходом к организации учебной деятельности благодаря возможности использовать графический калькулятор непосредственно на учебных занятиях по различным предметам в рамках реализации межпредметных связей.

Библиографический список:

1. Богун, В. В. Методика использования графического калькулятора в обучении математике студентов педагогических вузов [Текст] : дис. … канд. пед. наук / В. В. Богун. – Ярославль, 2006. – 245 с.
2. Богун, В. В., Смирнов, Е. И. Использование графического калькулятора в обучении математике [Текст] / В. В. Богун, Е. И. Смирнов // Труды третьих Колмогоровских чтений. – Ярославль : Изд-во ЯГПУ, 2005. – С. 11.
3. Богун, В. В., Смирнов, Е. И. Организация учебной деятельности студентов по математике с использованием малых средств информатизации [Текст] В. В. Богун, Е. И. Смирнов // Ярославский педагогический вестник. – 2009. – 4. – С. 6.
4. Богун, В. В., Смирнов, Е. И. Лабораторный практикум по математике с графическим калькулятором [Текст] : учеб. пособ. / В. В. Богун. – Ярославль : Изд-во «Канцлер», 2010. – 272 с.