УДК 517

В. Е. Балабаев

Одновременное продолжение аналитических функций

Обобщается теорема Картана – Туллена и теорема Пенке – Штейна для аналитических функций нескольких переменных.

Ключевые слова: обобщенная выпуклость, аналитическое продолжение.

V. E. Balabaev

Simultaneous Continuation of Analytical Functions

Cartan– Thullen's theorem and Penke–Shtein's theorem for analytical functions of several variables is generalized.

Keywords: a generalized camber, analytical continuation.

При изучении голоморфных функций необходимо знать, какова естественная область существования функции. В $\mathbf{R}^n$ для аналитических функций возникает аналогичная задача. Область G<$\mathbf{R}^n$ будем называть областью R-аналитичности, если существует функция f, аналитическая в области G, не продолжаемая аналитически за пределы этой области.

Определение 1. Выпуклой оболочкой относительно семейства функций F(G), определяемых на открытом множестве G (F(G) –выпуклая оболочка), множества M<G назовем множество

$$\hat{M}F(G)=\{x \in G: | f(x) | \leq \sup_{x \in M} | f(x)|, \qquad (1)$$

где неравенство справедливо для всех функций f(x) є F(G).

Обозначим A(G) класс функций, аналитичных в смысле $\mathbf{R}^n$ в G.

Определение 2. Семейство функций F(G)<A(G) назовем $\delta^{\mathbf{R}}$-устойчивым, если семейство F(G) вместе с любой функцией f є F(G) содержит и любую частную производную $D^{\alpha}f$ сколь угодно высокого порядка, то есть $D^{\alpha}f$ є F(G).

Теорема 1. Пусть область G<$\mathbf{R}^n$, K<<G и z=ρ (K, δG) – расстояние от K до δG в ρ-метрике. Тогда, какова бы ни была точка x°є KF(G), где F(G)-$\delta^{\mathbf{R}}$ – устойчивое семейство функций в области G, любая функция f є F(G) аналитически продолжается в куб $Qr(x^{o})=\{x:|xi-xi^{o}|<r,1\leq i\leq n\}$.

Теорема 2. Если область G< $\mathbf{R}^n$ является областью R-аналитичности некоторой функции f из $\delta^{\mathbf{R}}$ – устойчивого семейства F(G),то G F(G)-выпукла.

Теорема 1 представляет собой аналог теоремы Картана – Туллена об одновременном продолжении [2]. Теорема 2 обобщает теорему Бенке – Штейна для голоморфных функций (см. [1], стр. 370).

Теорема 3. Если G область R-аналитичности некоторой функции *f* из $\delta^{\mathbf{R}}$ –устойчивого семейства F(G) и K<<G, то KF(G)-компакт и

$$\rho(K, \delta G)=\rho(\hat{K}F(G), \delta G) \qquad (2)$$

Теорема 4. Каждая область G< $\mathbf{R}^n$ является областью R-аналитичности и, значит, A(G)-выпуклой.

Библиографический список

1. Шабат, Б. В. Введение в комплексный анализ [Текст] / Б. В. Шабат. – М.,1969.
2. Cartan H., Thullen P. Zur Theorie der Singularitäten der funktionen merherer komplexen Veränderlichen, Regularitäts- und Konvergenzbereiche, Math.Ann.,106,1932,617–647.