УДК 539.1

А. С. Киселёв, В. Г. Кречет

Статические распределения материи в пятимерном пространстве-времени с неметричностью

Данная поисковая научно-исследовательская работа проведена в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг.

В работе в рамках пятимерной геометрической теории получен ряд решений для модели, описывающей самогравитирующую идеальную жидкость в пятимерном пространстве с неметричностью вейлевского типа.

Ключевые слова: пятимерие, гравитация, идеальная жидкость, скалярное поле, геометрическая теория.

A. S. Kiseliov, V. G. Krechet

Static Distributions of Substance in Five-Measured Time Space with Non-Metricity

In this work within the five-measured geometrical theory a number of solutions for the model which describes self- gravitating ideal liquid in a five-measured space with non-metricity of Weyl's type is received.

Keywords: five-dimention, gravitation, ideal liquid, a scalar field, a geometrical theory.

Рассмотрим проблемы гравитационного взаимодействия идеальной жидкости в пространстве Римана – Вейля. В таком пространстве неметричность определяется следующей формулой:

$$\nabla_A g_{BC} = 2W_A g_{BC}, \tag{1}$$

где W_A – вектор Вейля.

В качестве материального источника гравитационного поля рассмотрим идеальную жидкость, описываемую лагранжианом

$$L_m = -\rho[c^2 + \Pi(\rho)] + k\nabla_l(\rho U^l) + k_1(U_l U^l - 1) + k_2 U^l \partial_l x \tag{2}$$

Здесь ∇_l – ковариантная производная пространства W_4, ρ – плотность массы, $\Pi(\rho)$ – внутренняя энергия, ρU^l – плотность потока массы, k, k_i – лагранжевы множители, обеспечивающие выполнение закона сохранения массы $\nabla_l(\rho U^l) = 0$, нормировки скорости $U_l U^l = 1$ и сохранения нумерации частиц $U^l \partial_l x = 0$ (здесь x – лагранжевы координаты частиц), c – скорость света.

Гравитационный лагранжиан представим в виде:

$$L_g = -\frac{1}{2\kappa}(R(\Gamma) + \alpha W_A W^A + \beta\Omega_{AB}\Omega^{AB}), \tag{3}$$

где α, β – некоторые константы, κ – эйнштейновская гравитационная постоянная, $R(\Gamma)$ – скалярная кривизна данного аффинно-метрического пространства. Без учета дивергентных членов $R(\Gamma)$ имеет вид:

$$R(\Gamma) = R(\{\}) - (n-1)(n-2)W_A W^A \tag{4}$$

$R(\{\})$ – скалярная кривизна риманова пространства, n – размерность пространства-времени, а Ω_{AB} есть сегментарная кривизна:

$$\Omega_{AB} = R^C_{ABC} = n(\partial_A W_B - \partial_B W_A). \tag{5}$$

При варьировании лагранжиана рассматриваемой системы полей $L = L_g + L_m$ по независимым переменным $g_{AB}, W_A, \rho, k, k_1, k_2$, получаем систему уравнений Эйнштейна – Вейля для самогравитирующей идеальной жидкости, которая после исключения лагранжевых множителей k, k_1, k_2 примет вид:

$$G_{AB} = 2\beta(\frac{1}{n}\Omega_{BC}\Omega^{BC} g_{AB} - \Omega_{AC}\Omega^{C}_{B}) +$$
$$+[(n-1)(n-2)-\alpha](W_A W^B - \frac{1}{2} W_C W^C g_{AB}) + \kappa[(p+\varepsilon)U_A U_B - p g_{AB}]; \quad (6)$$
$$\beta\Omega^{AC}_{;C} - [(n-1)(n-2)-\alpha]W^A = -n\kappa k\rho U^A.$$

Здесь ; обозначает ковариантное дифференцирование по римановой связности, G_{AB} – тензор Эйнштейна ($G_{AB} = R_{AB} - \frac{1}{2} R g_{AB}$).

Из последнего уравнения видно, что источником неметричности, описываемой вектором Вейля, является плотность потока массы идеальной жидкости.

Рассмотрим статические распределения вещества в пятимерном пространстве Римана – Вейля. Для решения данной задачи будем считать, что вектор Вейля является градиентом некоторой скалярной функции $W_k = \psi_{,k}$, тогда система (6) примет следующий вид:

$$G_{AB} = (12-\alpha)(\psi_{,A}\psi_{,B} - \frac{1}{2}\psi_{,C}\psi^{,C} g_{AB}) + \kappa[(p+\varepsilon)U_A U_B - p g_{AB}];$$
$$\frac{1}{\sqrt{-g}}\left(\sqrt{-g}\, g^{ik}\psi_{,i}\right)_{,k} = -\frac{5\kappa}{12-\alpha}(p+\varepsilon). \quad (7)$$

Таким образом, в этом случае мы получаем два геометрических скалярных поля: метрический коэффициент $g_{44}(x)$ и потенциал неметричности $\psi(x)$. Кроме того, из последнего уравнения системы (7) видно, что источником неметричности пространства-времени является плотность энтальпии $(p+\varepsilon)$.

Решения будем искать в сопутствующей системе отсчета $U^A = (U^0, 0, 0, 0, 0)$, $U^A U_A = 1$.

Вначале исследуем случай сферической симметрии пространства-времени. Соответствующую метрику выберем в виде:

$$ds^2 = e^{\nu(x)}dt^2 - e^{\lambda(x)}dx^2 - e^{\mu(x)}(d\theta^2 + \sin^2\theta d\alpha^2) - e^{\varphi(x)}(dx^4)^2 \quad (8)$$

После наложения гармонического координатного условия $\lambda = 2\mu + \nu + \varphi$ система (7) можно записать следующим образом:

$$e^{-2\mu-\nu-\varphi}\left(-\mu'' - \frac{\varphi''}{2} + \frac{\mu'^2}{4} + \frac{\mu'\varphi'}{2} + \frac{\mu'\nu'}{2} + \frac{\nu'\varphi'}{4}\right) + e^{-\mu} = \frac{12-\alpha}{2}\psi'^2 e^{-2\mu-\nu-\varphi} + \kappa\varepsilon + \Lambda$$

$$e^{-2\mu-\nu-\varphi}\left(\frac{\mu'^2}{4} + \frac{\mu'\varphi'}{2} + \frac{\mu'\nu'}{2} + \frac{\nu'\varphi'}{4}\right) - e^{-\mu} = \frac{12-\alpha}{2}\psi'^2 e^{-2\mu-\nu-\varphi} + \kappa p - \Lambda \quad (9)$$

$$e^{-2\mu-\nu-\varphi}\left(\frac{\mu''}{2} + \frac{\nu''}{2} + \frac{\varphi''}{2} - \frac{\mu'^2}{4} - \frac{\mu'\varphi'}{2} - \frac{\mu'\nu'}{2} - \frac{\nu'\varphi'}{4}\right) = -\frac{12-\alpha}{2}\psi'^2 e^{-2\mu-\nu-\varphi} + \kappa p - \Lambda$$

$$e^{-2\mu-\nu-\varphi}\left(\mu''+\frac{\nu''}{2}-\frac{\mu'^2}{4}-\frac{\mu'\varphi'}{2}-\frac{\mu'\nu'}{2}-\frac{\nu'\varphi'}{4}\right)-e^{-\mu}=-\frac{12-\alpha}{2}\psi'^2e^{-2\mu-\nu-\varphi}+\kappa p-\Lambda$$

$$\psi''=\frac{5\kappa}{12-\alpha}(p+\varepsilon)e^{2\mu+\nu+\varphi}$$

Здесь Λ – космологическая постоянная.

Отсюда можно получить явные выражения для вторых производных искомых функций:

$$\mu''=2e^{\mu+\nu+\varphi}+\frac{2\kappa}{3}(p-\varepsilon)e^{2\mu+\nu+\varphi}-\frac{4}{3}\Lambda e^{2\mu+\nu+\varphi}$$

$$\nu''=\frac{4\kappa}{3}(2p+\varepsilon)e^{2\mu+\nu+\varphi}-\frac{4}{3}\Lambda e^{2\mu+\nu+\varphi} \tag{10}$$

$$\varphi''=\frac{2\kappa}{3}(p-\varepsilon)e^{2\mu+\nu+\varphi}-\frac{4}{3}\Lambda e^{2\mu+\nu+\varphi}$$

$$\psi''=\frac{5\kappa}{12-\alpha}(p+\varepsilon)e^{2\mu+\nu+\varphi}$$

Далее, продифференцировав уравнение первого порядка системы (9) и подставив в него соотношения (10), получим уравнение движения:

$$p'+(p+\varepsilon)\left(\frac{\nu'}{2}+5\psi'\right)=0 \tag{11}$$

Рассматривая полученную систему в случае отсутствия материи ($p=\varepsilon=0$),получаем:

$$\nu=c_1x;\ \ \varphi=c_2x;\ \ \psi=c_3x;\ \ \mu''=2e^{\mu+(c_1+c_2)x} \tag{12}$$

Откуда видно, что общее решение предстанет в виде:

$$\begin{gathered}e^{\mu}=\frac{tg^2(\frac{mx}{2}-c_4)+m^4}{4m^2e^{(c_1+c_2)x}};\\ e^{\nu}=e^{c_1x};\ \ e^{\varphi}=e^{c_2x};\ \ \psi=c_3x;\\ c_1,c_2,c_3,m=const\end{gathered} \tag{13}$$

Или если константа интегрирования $m=0$, то:

$$\begin{gathered}e^{\mu}=\frac{1}{x^2e^{(c_1+c_2)x}};\\ e^{\nu}=e^{c_1x};\ \ e^{\varphi}=e^{c_2x};\ \ \psi=c_3x\end{gathered} \tag{14}$$

В данном решении отсутствует плоская асимптотика.

Далее, из (14) видно, что при $c_1+c_2<0$ область определения функции e^{μ} разбивается на две изолированные области: 1) $-\infty<x<0$ и 2) $0<x<\infty$.

В первой области при $x\to 0$ имеем пространственную бесконечность, а ось симметрии находится при $x\to-\infty$.

Во второй области ($0 < x < \infty$) при $x \to 0$ и при $x \to \infty$ имеем две пространственные бесконечности. При этом функция e^{μ} нигде в этой области не обращается в нуль, а это есть условия, определяющие геометрию «кротовой норы». Следовательно, рассматриваемая конфигурация двух скалярных полей может образовывать «кротовые норы».

Если обратиться к уранению состояния пыли ($p = 0$), то мы придем к таким же результатам и при этом получим, что $\varepsilon = 0$, откуда можно сделать вывод, что в рамках этой теории в пятимерном пространстве-времени не существует пылевых равновесных самогравитирующих конфигураций так же, как и в ОТО.

Теперь перейдем к рассмотрению цилиндрической симметрии пространства-времени. Для удобства снова будем использовать экспоненциальный вид метрических коэффициентов:

$$ds^2 = e^{\nu(x)}dt^2 - e^{\lambda(x)}dx^2 - e^{\mu(x)}d\alpha^2 - e^{\beta(x)}dz^2 - e^{\varphi(x)}(dx^4)^2 \tag{15}$$

Система (7) для данной метрики запишется следующим образом:

$$\begin{gathered}
\frac{\mu''}{2} - \frac{\beta''}{2} - \frac{\varphi''}{2} + \frac{\mu'\nu'}{4} + \frac{\mu'\varphi'}{4} + \frac{\mu'\beta'}{4} + \frac{\nu'\beta'}{4} + \frac{\nu'\varphi'}{4} + \frac{\beta'\varphi'}{4} = \frac{12-\alpha}{2}\psi'^2 + (\kappa\varepsilon + \Lambda)e^{\mu+\nu+\beta+\varphi};\\
\frac{\mu'\nu'}{4} + \frac{\mu'\varphi'}{4} + \frac{\mu'\beta'}{4} + \frac{\nu'\beta'}{4} + \frac{\nu'\varphi'}{4} + \frac{\beta'\varphi'}{4} = \frac{12-\alpha}{2}\psi'^2 + (\kappa p - \Lambda)e^{\mu+\nu+\beta+\varphi};\\
\frac{\nu''}{2} + \frac{\beta''}{2} + \frac{\varphi''}{2} - \frac{\mu'\nu'}{4} - \frac{\mu'\varphi'}{4} - \frac{\mu'\beta'}{4} - \frac{\nu'\beta'}{4} - \frac{\nu'\varphi'}{4} - \frac{\beta'\varphi'}{4} = -\frac{12-\alpha}{2}\psi'^2 + (\kappa p - \Lambda)e^{\mu+\nu+\beta+\varphi};\\
\frac{\mu''}{2} + \frac{\nu''}{2} + \frac{\varphi''}{2} - \frac{\mu'\nu'}{4} - \frac{\mu'\varphi'}{4} - \frac{\mu'\beta'}{4} - \frac{\nu'\beta'}{4} - \frac{\nu'\varphi'}{4} - \frac{\beta'\varphi'}{4} = -\frac{12-\alpha}{2}\psi'^2 + (\kappa p - \Lambda)e^{\mu+\nu+\beta+\varphi};\\
\frac{\mu''}{2} + \frac{\nu''}{2} + \frac{\beta''}{2} - \frac{\mu'\nu'}{4} - \frac{\mu'\varphi'}{4} - \frac{\mu'\beta'}{4} - \frac{\nu'\beta'}{4} - \frac{\nu'\varphi'}{4} - \frac{\beta'\varphi'}{4} = -\frac{12-\alpha}{2}\psi'^2 + (\kappa p - \Lambda)e^{\mu+\nu+\beta+\varphi};\\
\psi'' = \frac{5\kappa}{12-\alpha}(p+\varepsilon)e^{\mu+\nu+\beta+\varphi}
\end{gathered} \tag{16}$$

Здесь также наложено гармоническое координатное условие $\lambda = \mu + \nu + \beta + \varphi$, а Λ – космологическая постоянная.

Как и в предыдущем случае, из этой системы можно получить явные выражения для вторых производных и уравнение движения:

$$\begin{gathered}
\nu'' = \frac{4}{3}\kappa\varepsilon\, e^{\mu+\nu+\beta+\varphi} + \frac{8}{3}\kappa p e^{\mu+\nu+\beta+\varphi} - \frac{4}{3}\Lambda e^{\mu+\nu+\beta+\varphi};\\
\mu'' = \beta'' = \varphi'' = \frac{2}{3}\kappa p e^{\mu+\nu+\beta+\varphi} - \frac{2}{3}\kappa\varepsilon\, e^{\mu+\nu+\beta+\varphi} - \frac{4}{3}\Lambda e^{\mu+\nu+\beta+\varphi};\\
\psi'' = \frac{5\kappa}{12-\alpha}(p+\varepsilon)e^{\mu+\nu+\beta+\varphi}
\end{gathered} \tag{17}$$

Для предельно жесткого состояния ($p = \varepsilon$) имеем следующее:

если параметр α>12

$$e^{\mu} = e^{a_1 x};\; e^{\beta} = e^{a_2 x};\; e^{\varphi} = e^{a_3 x};$$

$$\psi = -\frac{1}{10}\ln\left(\frac{(\alpha-12)tg^2(\frac{mx}{2} - c_2) + m^4}{200\kappa\varepsilon_0 m^2}\right) + \frac{a_1 + a_2 + a_3}{10}x;$$

$$e^{\nu}=\left(\frac{(\alpha-12)tg^2(\frac{mx}{2}-c_2)+m^4}{200\kappa\varepsilon_0 m^2}\right)^{\frac{5}{24-2\alpha}} e^{\frac{48k-4k\alpha+a_1+a_2+a_3}{48-4\alpha}x};$$

$$e^{\lambda}=\left(\frac{(\alpha-12)tg^2(\frac{mx}{2}-c_2)+m^4}{200\kappa\varepsilon_0 m^2}\right)^{\frac{5}{24-2\alpha}} e^{\left(\frac{a_1+a_2+a_3}{48-4\alpha}+k+a_1+a_2+a_3\right)x};$$

$$\varepsilon=\varepsilon_0\left(\frac{(\alpha-12)tg^2(\frac{mx}{2}-c_2)+m^4}{200\kappa\varepsilon_0 m^2}\right)e^{(a_1+a_2+a_3)x}; \qquad (18)$$

$$-\infty<x<\infty;$$

если параметр α<12

$$e^{\mu}=e^{a_1x};\ e^{\beta}=e^{a_2x};\ e^{\varphi}=e^{a_3x};$$

$$\psi=-\frac{1}{10}\ln\left(\frac{l^2(12-\alpha)}{200\kappa\varepsilon_0 ch^2(\frac{lx}{2}-c_3)}\right)+\frac{a_1+a_2+a_3}{10}x;$$

$$e^{\nu}=\left(\frac{l^2(12-\alpha)}{200\kappa\varepsilon_0 ch^2(\frac{lx}{2}-c_3)}\right)^{\frac{5}{24-2\alpha}} e^{\frac{48k-4k\alpha+a_1+a_2+a_3}{48-4\alpha}x};$$

$$e^{\lambda}=\left(\frac{l^2(12-\alpha)}{200\kappa\varepsilon_0 ch^2(\frac{lx}{2}-c_3)}\right)^{\frac{5}{24-2\alpha}} e^{\left(\frac{a_1+a_2+a_3}{48-4\alpha}+k+a_1+a_2+a_3\right)x};$$

$$\varepsilon=\varepsilon_0\left(\frac{l^2(12-\alpha)}{200\kappa\varepsilon_0 ch^2(\frac{lx}{2}-c_3)}\right)e^{(a_1+a_2+a_3)x};$$

$$-\infty<x<\infty;$$

$$a_1,a_2,a_3,c_2,c_3,k,l,m,\varepsilon_0=const.$$

В обоих случаях, поскольку $e^{\mu}\to 0$ при $x\to-\infty$, ось симметрии будет находиться в $-\infty$. В этом решении отсутствует плоская асимптотика.

Для вырожденного вакуума ($p+\varepsilon=0$) получим:

$$\varepsilon=\varepsilon_0;\ \ p=-\varepsilon_0;\ \ \psi=cx;$$

$$e^{\nu}=a\frac{e^{\frac{c_1+c_2+c_4}{4}x}}{\sqrt{ch(\frac{lx}{2}-c_3)}};\qquad e^{\mu}=a\frac{e^{\frac{5c_1+c_2+c_4}{4}x}}{\sqrt{ch(\frac{lx}{2}-c_3)}};$$

$$e^{\beta}=a\frac{e^{\frac{c_1+5c_2+c_4}{4}x}}{\sqrt{ch(\frac{lx}{2}-c_3)}};\qquad e^{\varphi}=a\frac{e^{\frac{5c_1+c_2+5c_4}{4}x}}{\sqrt{ch(\frac{lx}{2}-c_3)}};\tag{19}$$

$$e^{\lambda}=a^4\,\frac{e^{(3c_1+2c_2+2c_4)x}}{ch^2(\frac{lx}{2}-c_3)};$$

$$a=\left(\frac{3l^2}{32\kappa\varepsilon_0}\right)^{\frac{1}{4}};\ c,c_1,c_2,c_3,c_4,l,m,\varepsilon_0=const;$$
$$-\infty<x<\infty.$$

Здесь пространственная бесконечность находится при $x\to\infty$, а ось симметрии – при $x\to-\infty$.

Рассмотрим вопрос об асимптотике данного решения. Как известно, условия плоской или струнной асимптотики на пространственной бесконечности следующие:

$$e^{\nu}\to const;\ e^{\beta}\to const;\ e^{\mu-\lambda}\,\frac{\mu'^2}{4}\to 1-\xi;\ (\xi=const).\tag{20}$$

При $\xi=0$ получается плоская асимптотика, при $0<\xi<1$ имеется дефицит угла α, то есть струнная асимптотика.

Из решения видно, что если положить $c_2=c_3=0$ и $c_1+c_4=l$, то метрические коэффициенты $e^{\nu}\to const$ и $e^{\beta}\to const$ при $x\to\infty$, то есть они соответствуют условиям (20). В таком случае решения (19) примут вид:

$$e^{\nu}=e^{\beta}=a\frac{e^{\frac{lx}{4}}}{\sqrt{ch(\frac{lx}{2})}};\qquad e^{\varphi}=a\frac{e^{\frac{5lx}{4}}}{\sqrt{ch(\frac{lx}{2})}};\tag{21}$$

$$e^{\mu}=a\frac{e^{\frac{(4c_1+l)x}{4}}}{\sqrt{ch(\frac{lx}{2})}};\qquad e^{\lambda}=a^4\,\frac{e^{(2l+c_1)x}}{ch^2(\frac{lx}{2})};$$

при этом третье условие из (20):

$$e^{\mu-\lambda}\frac{\mu'^2}{4}=\frac{1}{a^3}\left(ch(\frac{lx}{2})\right)^{\frac{3}{2}}e^{-\frac{7}{4}lx}\left(\frac{4c_1+l}{4}-\frac{l\,sh(\frac{lx}{2})}{4ch(\frac{lx}{2})}\right)^2$$

при $x>>1$ в асимптотике ведет себя как функция $\frac{1}{a^3}c_1e^{-lx}$, и при $x\to\infty$ получается, что $e^{\mu-\lambda}\frac{\mu'^2}{4}\to 0$, откуда $\xi\to 1$, то есть на пространственной бесконечности дефект угла $\alpha=2\pi$. Следовательно, поверхности, перпендикулярные оси симметрии в точке пересечения с ней, на пространственной бесконечности переходят в цилиндрические поверхности, параллельные оси симметрии.

Имеется также интересный случай: если положить $c_1=l$ и произвести замену $x\to -x$, то решение примет вид:

$$e^{\nu}=e^{\beta}=a\frac{e^{-\frac{l}{4}x}}{\sqrt{ch(\frac{lx}{2})}};\qquad e^{\mu}=a\frac{e^{\frac{7l}{4}x}}{\sqrt{ch(\frac{lx}{2})}};\tag{22}$$

$$e^{\varphi}=a\frac{e^{-\frac{5l}{4}x}}{\sqrt{ch(\frac{lx}{2})}};\qquad e^{\lambda}=\frac{a^4}{ch^2(\frac{lx}{2})}$$

Тогда расстояние от оси симметрии до пространственной бесконечности определяется выражением:

$$s=\int_{-\infty}^{\infty}e^{\frac{\lambda}{2}}dx=a^2\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dx}{ch(\frac{lx}{2})}=\frac{2\pi a^2}{l},\tag{23}$$

то есть имеем конечное расстояние при $x\to\infty$. Таким образом, получилась закрытая цилиндрически симметричная Вселенная.

Если же рассмотреть более общее баротропное уравнение состояния $p=k\varepsilon$, $k\neq -1$, $k\neq 1$, $k\neq 0$, то получим следующие соотношения:

$$\varphi=\mu+ax;\ \beta=\mu+a_1x;\ \nu=\frac{8k+4}{2k-2}\mu+a_2x;$$

$$\lambda=\frac{14k-2}{2k-2}\mu+(a+a_1+a_2)x;\tag{24}$$

$$\mu=\frac{3k(\chi-(a+a_1+a_2+a_3)x)}{15k+3-(2k-2)(12-\alpha)};$$

$$\psi=\frac{(2k-2)(12-\alpha)}{15(k+1)}\mu+a_3x;$$

здесь χ в зависимости от знаков констант интегрирования принимает одно из значений:

$$1)\ \chi = \ln\left(\frac{tg^2(\frac{mx}{2} - c_2) + m^4}{2cm^2} \right);$$

$$2)\ \chi = \ln\left(\frac{-l^2}{2c\, ch^2(\frac{lx}{2} - c_3)} \right); \tag{25}$$

$$3)\ \chi = \ln\left(\frac{2}{c(c_4 - x)^2} \right);$$

$$c = \frac{10k^2 - 8k - 2}{3k} - \frac{25(k+1)^2}{k(12-\alpha)};$$

$$a, a_1, a_2, a_3, c_2, c_3, c_4, l, m = const;$$

$$-\infty < x < \infty.$$

Откуда можно получить решения почти для любого уравнения состояния (исключая, как сказано выше, $p = \pm\varepsilon$ и $p = 0$).

Из выражений (17) получаем, что возникновение «кротовых нор» возможно только для экпиротической материи, то есть когда в уравнении состояния $p = k\varepsilon$ $k > 1$. При учете условий на константы интегрирования имеем более жесткие ограничения: $k > 3$. Для такой материи скорость звука будет больше $\sqrt{3}c$, где c – скорость света.

Далее рассмотрим случай, когда материя задается уравнением состояния $3p + \varepsilon = 0$.

Для упрощения положим $\frac{3k}{15k + 3 - (2k-2)(12-\alpha)} = 1$, $c_3 = 0$. Далее, наложим следующие ограничения на константы интегрирования:

$$a + a_1 + a_3 = \frac{l}{2};\ a + a_2 + a_3 = -l;\ a + a_1 + a_2 = \frac{3l}{2} \tag{26}$$

Тогда решение соответствующих уравнений запишется в виде:

$$e^{\mu} = \frac{m}{ch^2(\frac{lx}{2})} e^{\frac{a-l}{2}x}; \qquad e^{\lambda} = \left(\frac{m}{ch^2(\frac{lx}{2})} \right)^{\frac{5}{2}} e^{-a_3 x};$$

$$e^{\beta} = \frac{m}{ch^2(\frac{lx}{2})} e^{lx}; \qquad e^{\nu} = \frac{ch(\frac{lx}{2})}{\sqrt{m}}; \tag{27}$$

$$e^{\varphi} = \frac{m}{ch^2(\frac{lx}{2})} e^{\frac{3a-l}{2}x}; \qquad m = \frac{63l^2}{1568};$$

$$-\infty < x < \infty$$

Здесь при $x \to \infty$: $e^{\beta} \to const$, $e^{\nu} \to const$, то есть выполняются первые два условия из (20). Далее при $x \to \infty$ выражение

$$e^{\mu-\lambda}\frac{\mu'^2}{4} \to m^{-\frac{3}{2}}\left(\frac{9l^2}{16} - al + \frac{a^2}{4}\right)$$

Выбором констант интегрирования можно сделать так, чтобы это выражение стремилось к единице или к $1-\xi$, то есть здесь возможна плоская асимптотика, и также возможно возникновение космических струн.