

## МАТЕМАТИКА, ФИЗИКА И ИНФОРМАТИКА

УДК 372.851+37.035+51-7+619.21+519.7

**В. Е. Фирстов, Р. А. Иванов**

### **Управление кластеризацией обучаемого контингента при оптимизации группового сотрудничества в учебном процессе в школе и вузе**

На примере ИКТ организации и оптимизации группового сотрудничества в учебном процессе демонстрируются методы количественной когнитологии. Кластеризация (разбиение) обучаемого контингента происходит на основе измерений его социометрической матрицы и построения интеллектуального портрета с последующей кластеризацией этого контингента по принципу минимизации информационной энтропии.

**Ключевые слова:** социометрическая матрица, информационная энтропия, кластеризация, групповое сотрудничество, учебный процесс, оптимизация, обучаемый контингент, количественная когнитология.

**V. E. Firstov, R. A. Ivanov**

### **Management of the Trained Contingent Clustering at Optimization of Group Cooperation in the Educational Process in School and Higher Education Institution**

On the example of ICT organization and optimization of group cooperation in the educational process, methods of quantitative cognitology are shown. Clustering (splitting) of the trained contingent is done on the basis of measurements of its sociometric matrix and creation of the intellectual portrait with further subsequent clustering of this contingent due to the principle of minimization of information entropy.

**Keywords:** sociometric matrix, information entropy, clustering, group cooperation, an educational process, optimization, trained contingent, quantitative cognitology.

#### **Введение**

В монографии [5] на основе информационных принципов кибернетики построен базис математических моделей для оптимизации управления дидактическими процессами в школе и вузе, которые при апробации в реальном учебном процессе показали достаточную эффективность [7]. Таким образом, обозначилось новое междисциплинарное научное направление в дидактике – количественная когнитология. Ее предметом являются когнитивные процессы, управляемые с помощью количественных отношений в системе знаний, передаваемых в процессе обучения. Цель работы – на примере ИКТ оптимизации группового сотрудничества в учебном процессе продемонстрировать возможности количественной когнитологии.

#### **1. Социометрические аспекты кластеризации обучаемого контингента**

**1.1 Отношение симпатии между элементами социометрической матрицы.** Пусть  $A = \{a_1; a_2; \dots; a_m\}$  – конечное множество, представляющее обучаемый контингент, для которого определена функция  $A^2(s)$ , задающая паре  $(a_i; a_j) \in A^2$ ,  $i, j = \overline{1; m}$ ,  $i \neq j$  уровень симпатии  $s = 0; 1; 2; \dots; s_{max}$  обучаемого  $a_i$  по отношению к  $a_j$  (обычно  $3 \leq s_{max} \leq 10$  [8, 12], хотя в принципе могут использоваться и более широкие пределы). С помощью процедуры тестирования контингента  $A$ , устанавливается социометрическая матрица  $A^2(s)$  размера  $m \times m$ , определяющая уровни симпатий  $s_{ij} \in s$  между обучаемыми контингента  $A$  и представленная следующей таблицей:

$$A^2(s) = \begin{matrix} & a_1 & a_2 & \dots & a_{m-1} & a_m \\ a_1 & \bullet & s_{12} & \dots & s_{1,m-1} & s_{1,m} \\ a_2 & s_{21} & \bullet & \dots & s_{2,m-1} & s_{2,m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m-1} & s_{m-1,1} & s_{m-1,2} & \dots & \bullet & s_{m-1,m} \\ a_m & s_{m,1} & s_{m,2} & \dots & s_{m,m-1} & \bullet \end{matrix} \quad (1)$$

Матрица (1) отражает психологический микроклимат в рассматриваемом социуме. Отметим, что величина  $\bar{s} = s_{max} - s$  характеризует уровень антипатии между обучаемыми данного контингента  $A$  и, по аналогии с матрицей (1), строится социометрическая матрица  $\bar{A}^2(\bar{s})$ , отражающая уровни антипатий между обучаемыми. В связи с этим величина суммы

$$0 \leq S = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m s_{ij} \leq m(m-1)s_{max}, \quad i \neq j, \quad (2)$$

отражает общий уровень симпатии в рассматриваемом контингенте  $A$  так, что если оказывается:

$$S > m(m-1)s_{max}/2, \quad (3)$$

то микроклимат такого социума является позитивным (толерантным); в противном случае возможны негативные проявления, затрудняющие кластеризацию обучаемого контингента при организации и оптимизации группового сотрудничества в процессе обучения.

**1.2 Измерение и анализ матрицы симпатий.** В табл. 1 приведена матрица симпатий, измеренная в ходе занятий в студенческой группе по дисциплине «Компьютерная алгебра» специальности 010901 «Механика».

Таблица 1. Социометрическая матрица отношений симпатий в исследуемой группе. Шкала уровня симпатии – по нарастанию чисел 0,1,2,3

Студенты	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Уровень коммуникабельности
1	●	2	3	2	2	3	3	3	2	2	22
2	1	●	3	1	1	1	1	2	1	1	12
3	1	3	●	2	1	1	1	2	1	1	13
4	2	2	2	●	3	1	1	2	3	3	19
5	2	2	2	3	●	1	1	2	3	3	19
6	3	2	3	1	1	●	3	2	2	1	18
7	3	2	3	0	2	3	●	2	2	2	19
8	2	2	2	1	2	2	3	●	1	2	17
9	1	2	2	1	3	0	0	3	●	3	15
10	2	2	2	3	3	1	1	2	3	●	19
Рейтинг популярности	17	19	22	14	18	13	14	20	18	18	173

Измерения, представленные в табл. 1, показывают, что в данной группе преобладает сотрудничество, так как величина общего уровня симпатии (2) для нее равна  $S = 173$ , что выше значения 135 по условию (3) при  $m=10$  и  $s_{max}=3$ . Касаясь анализа рейтингов популярности студентов в табл. 1, обнаруживаем наличие неформального лидера в группе (№ 3, табл. 1). Кроме того, данные табл. 1 позволяют выявить информацию, касающуюся некоторых индивидуальных особенностей исследуемого контингента в части отношения симпатий, которые обнаруживаются в табл. 1, где для каждого студента представлены индивидуальные данные по показателям коммуникабельности. Например, для студента № 1 уровень коммуникабельности равен:  $2 \cdot 5 + 3 \cdot 4 = 22$ . При этом обнаруживается ряд интересных социологических эффектов: если в рейтинге популярности студенты с №№ 2, 3 занимают ведущие позиции, то по уровню коммуникабельности их позиции являются последними, и, наоборот, при наибольшем уровне коммуни-

кабельности у № 1 его рейтинг популярности занимает только средние позиции.

В итоге получается, что неформальное лидерство в группе может обеспечиваться при невысоком уровне коммуникабельности и важными являются индивидуальные качества личности лидера. Как следствие, высокий уровень коммуникабельности не всегда обеспечивает лидерство в группе. Разумеется, если подобные тренды наблюдаются в учебном процессе, их следует использовать в дидактических целях. Однако вопрос, насколько устойчивыми являются обнаруженные тренды в процессе обучения, требует дальнейших исследований.

**1.3 Кластеризация обучаемого контингента по данным социометрии: критерий управления и оптимизация поиска.** Для организации и оптимизации группового сотрудничества в учебном процессе эффективное управление кластеризацией обучаемого контингента формируется в рамках теории матричных игр [1]. Матрица (1) в этом случае рассматривается как платежная матрица некоторой матричной игры, в которой игроки для оптимизации выигрыша вступают в коалиции (блоки) так, что максимальный выигрыш достигается при оптимальном разбиении платежной матрицы на блоки. Исходя из этого, критерий оптимизации управления процессом кластеризации обучаемого контингента определяется следующим образом.

Пусть

$$A = A_1 \cup A_2 \dots \cup A_k, k = \overline{1; m}, A_i \cap A_j = \emptyset, i, j = \overline{1; k}, i \neq j \quad (4)$$

некоторое разбиение множества  $A$  на подмножества (блоки)  $A_1; A_2; \dots; A_k$ , описывающее кластеризацию обучаемого контингента со шкалой симпатий  $s = 0; 1; 2; \dots; s_{max}$ , и  $S(A_i)$  – суммарный уровень симпатий по блоку  $A_i^2(s)$  матрицы (1). Тогда искомым критерий оптимизации имеет вид:

$$\Psi = \sum_{i=1}^k S(A_i) \rightarrow \max \quad (5)$$

Отметим, что решение матричной игры эквивалентно решению задачи линейного программирования и поиск оптимального разбиения по критерию (5) может проводиться в рамках процедуры симплекс-метода [1].

Обоснование критерия (5) происходит по теореме о минимаксе [1], когда рассматриваемый критерий принимает эквивалентную форму вида:

$$S(A) - \sum_{i=1}^k S(A_i) = S(\overline{A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_k}) = S(\overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \dots \cap \overline{A_k}) \rightarrow \min, \quad (6)$$

где  $S(A)$  – суммарный уровень симпатий по матрице  $A^2(s)$  вида (1), а черта над подмножествами означает операцию дополнения. Смысл критерия (6) довольно прозрачен – максимизация уровня симпатий (5) равносильна минимизации уровня антипатий в данном обучаемом контингенте. Поскольку при измерении социометрической матрицы  $A^2(s)$  мы имеем дело с некоторым случайным процессом, то посредством

нормировки (6) по  $S(A)$  получаем соотношение для вероятностей  $\overline{p}_1 \overline{p}_2 \dots \overline{p}_k \rightarrow \min$ , что, в терминах кибернетики, равносильно минимизации информационной энтропии по К. Шеннону вида [9]:

$$H(\overline{P}) = - \sum_{i=1}^k \overline{p}_i \log \overline{p}_i \rightarrow \min, \quad (7)$$

где  $p_i = |S(A_i)| / |S(A)|$ ,  $p_i + \overline{p}_i = 1$ ,  $\overline{P} = \overline{p}_1 \overline{p}_2 \dots \overline{p}_k$ . Таким образом, критерий (5) получает объяснение в рамках теории информации, трактуя максимум уровня симпатии (5), как минимум уровня антипатии (7) в коалициях, то есть антипатия в подгруппах информационно равносильна антикоммуникабельности между обучаемыми субъектами.

**1.4 Управление кластеризацией учебной группы по данным социометрии.** Дидактически имеют место определенные коммуникативные пределы в связи с принятием решения в малых группах (кластерах): нижний предел численности малых групп составляет не менее 3-х учащихся; верхний предел определяется размерами всего контингента и обычно составляет не более 40 % от количе-

ства обучаемых, но не более 15 учащихся [2, 3]. Оптимизация разбиения по парам актуальна главным образом при рассадке учащихся в классно-урочной системе обучения в средней школе.

Анализируя данные социометрической матрицы (табл. 1) на предмет кластеризации по критерию (5) с учетом коммуникативных пределов по численности малых групп, можно сказать следующее. Этот контингент общей численностью  $m=10$  разбивается на  $k=3$  кластера, два из которых содержат по три, а в одном – четыре человека. По результатам табл. 1, наиболее подходящими вариантами разбиения представляются следующие:

вариант I:  $A=(\{1;6;7\} \cup \{2;3;8\} \cup \{4;5;9;10\})$ , значение критерия (5):  $\Psi_I = 18+14+34=66$ ;

вариант II:  $A=(\{3;6;7\} \cup \{5;9;10\} \cup \{1;2;4;8\})$ , значение критерия (5):  $\Psi_{II} = 14+18+22=54$ ;

вариант III:  $A=(\{1;9;10\} \cup \{6;7;8\} \cup \{2;3;4;5\})$ , значение критерия (5):  $\Psi_{III} = 13+15+25=53$ .

Максимальное значение критерия (5), равное 66, у варианта I. Этот вариант кластеризации является оптимальным и представлен в табл. 2.

Таблица 2. Структурная оценка социальных коалиций в 431 группе

Студенты	1	6	7	2	3	8	4	5	9	10	№ коалиции
1	●	3	3	2	3	3	2	2	2	2	I
6	3	●	3	2	3	2	1	1	2	1	
7	3	3	●	2	3	2		2	2	2	
2	1	1	1	●	3	2	1	1	1	1	II
3	1	1	1	3	●	2	2	1	1	1	
8	2	2	3	2	2	●	1	2	1	2	
4	2	1	1	2	2	2	●	3	3	3	III
5	2	1	1	2	2	2	3	●	3	3	
9	1			2	2	3	1	3	●	3	
10	2	1	1	2	2	2	3	3	3	●	
Индекс симпатии в коалиции	18 (100%)			14 (78%)			34 (94%)				

<sup>\*)</sup> Цифры в скобках указывают % по отношению к максимально возможному значению индекса симпатии в соответствующей коалиции.

## 2. Интеллектуальные аспекты кластеризации обучаемого контингента

### 2.1 Минимизация информационной энтропии и кластеризация группы по измерениям академической успешности.

В этом случае формирование оптимального разбиения обучаемого контингента на малые группы реализуется в виде ИКТ следующим образом [6]. Пусть, как и в п. 1,  $A=\{a_1; a_2; \dots; a_m\}$  – множество, представляющее обучаемый контингент, на котором проводится педагогическое измерение посредством тестирования уровня знаний (академической успешности) и контролируется индивидуальное время выполнения тестов. В результате такого измерения устанавливается цепочка неравенств  $0 < t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_m < T$ ; где  $t_i$  – общее время выполнения задания  $i$ -м учащимся, в котором учтено качество выполнения;  $i = \overline{1; m}$ ;  $T$  – временной регламент, определяемый параметрами теста. Пусть установленная цепочка неравенств – это устойчивое статистическое среднее, которое с достаточной точностью реализуется при многократном испытании.

По результатам измерения определяются уровни обученности  $\lambda_i = 1 - t_i/T$  школьников и строится распределение нормированных вероятностей:

$$p(a_i) = \frac{\lambda_i}{\lambda} = \frac{\lambda_i}{\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_m}, \quad i = \overline{1, m}, \quad (8)$$

образующих полную систему, представляющую «интеллектуальный портрет» данного контингента. ИКТ группового сотрудничества формально выражается посредством разбиения (4), и для оптимиза-

ции таких разбиений формируются групповые вероятности:

$$p_j = \sum p(a_i), \quad \forall a_i \in A_j, j = \overline{1;k}, \quad (9)$$

где  $p_j$  – вероятность того, что некоторый элемент  $a_i \in A$  входит в класс  $A_j$ . С вероятностями  $p_j$  связывается групповая информационная энтропия:

$$H(p) = - \sum_{j=1}^k p_j \log_2 p_j \quad (10)$$

Оптимум в рассматриваемой информационной модели достигается, если  $H(p) \rightarrow \min$ . Следовательно, при оптимизации группового сотрудничества в учебном процессе разбиение (4) должно формироваться с учетом распределения (8) таким образом, чтобы для групповых вероятностей  $p_j$  была минимальна энтропия (10).

Ниже приводится вариант поэтапной реализации модели кластеризации (8)–(10) в исследуемой группе на основе тестов академической успешности по дисциплине «Компьютерная алгебра» специальности 010901 «Механика» при изучении темы «Элементы теории множеств, отношений и комбинаторики» в виде ИКТ, детали которой описаны в работах [4, 5]. Варианты тестовых заданий представлены в руководстве [7].

**2.2 Формирование «интеллектуального портрета» обучаемого контингента по измерениям академической успешности** является одним из этапов ИКТ для оптимизации группового сотрудничества и реализуется посредством индивидуального тестирования обучаемых субъектов, результаты которого представлены в табл. 3.

Таблица 3. Результаты индивидуального тестирования студентов (тесты по вар. 2): измерение энтропии  $H(A)$

Студенты, $i$	$\overline{t}_i$	$t_i$	Количество правильных ответов	Оценка	$\lambda_i$	$p_i$	$- p_i \log_2 p_i$
	мин.						
1	28	34	9	4	0,433	0,124	0,373
2	45	55	7	3	0,083	0,024	0,129
3	36	42	9	4	0,3	0,086	0,305
4	32	36	10	5	0,4	0,115	0,359
5	32	40	8	4	0,333	0,096	0,325
6	30	40	7	3	0,333	0,096	0,325
7	28	34	9	4	0,433	0,124	0,373
8	32	42	7	3	0,3	0,086	0,305
9	28	34	9	4	0,433	0,124	0,373
10	28	34	9	4	0,433	0,124	0,373
$\Sigma$		<b>391</b>	<b>84</b>	Ср. балл: <b>3,8</b>	<b>3,481</b>	<b>1,000</b>	<b>3,24</b>

<sup>\*)</sup> Здесь:  $\overline{t}_i$  – время выполнения задания  $i$ -м учащимся;  $t_i$  – время с учетом штрафных санкций за допущенные ошибки

(за каждую ошибку 2 мин.);  $\lambda_i = 1 - t_i / T, T=60$  мин. – временной регламент теста академической успешности;  $p_i = \frac{\lambda_i}{\Sigma \lambda_i}$  – индивидуальные нормированные вероятности выполнения теста, характеризующие интеллектуальный портрет данного обучаемого контингента посредством информационной энтропии  $H(A) = - \Sigma p_i \log_2 p_i$ . В данном случае измеренное значение  $H(A)=3,24$ .

Формирование интеллектуального портрета данного контингента, выполненное по измерениям табл. 3, представлено в табл. 4 и обеспечивает канал селекции ошибок с соответствующей оценочной шкалой результатов испытания, которая построена следующим образом: каждый тест содержит 12 заданий; к каждому заданию предложено 4 варианта ответа, только 1 из которых правильный. Если общее количество правильных ответов < 6 – оценка «2», за 6–7 правильных ответов – «3», за 8–9 – «4», за 10–12 – «5».

Таблица 4. Селекция ошибок: интеллектуальный портрет (вар. 2)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Ошибки	Оценка	Студенты
				+						+	+	3	4	1
			+	+	+	+				+		5	3	2
			+		+	+						3	4	3
				+						+		2	5	4
				+	+					+	+	4	4	5
+			+	+			+			+		5	3	6
				+			+			+		3	4	7
				+		+	+	+		+		5	3	8
							+	+		+		3	4	9
				+				+		+		3	4	10
1			3	8	3	3	4	3		9	2	36	3,8	

<sup>\*)</sup> Крестиками отмечены ошибочные ответы.

**2.3 Определение оптимального разбиения группы на подгруппы посредством минимизации групповой информационной энтропии.** При оптимизации разбиения группы на подгруппы, обеспечивающего эффективное обучение в малых группах, используются данные социометрии (табл. 1, 2) и кибернетический принцип минимизации групповой информационной энтропии (10).

Процедура минимизации групповой энтропии (10) на конфигурациях разбиения обучаемого контингента на коалиции реализуется с помощью компьютерной программы, поскольку даже для сравнительно небольшого контингента ( $m=10$  студентов) количество разбиений (число Белла [10]) составляет  $B_{10}=115975$ . В этом случае поиск глобального минимума составляет несколько минут и отвечает раз-

биению  $A=\{2\} \cup \{1;3; \dots; 10\}$ , для которого групповая энтропия равна  $H_{min}^0(p) = 0,16$ . Причина такого результата становится понятной, если посмотреть на результаты измерений табл. 3, которые показывают наихудшие показатели тестирования студента № 2, и с этим субъектом следует работать индивидуально. Об этом говорит тот факт, что для аналогичных разбиений  $A=\{8\} \cup \{1; \dots; 7; 9; 10\} = \{1\} \cup \{2; \dots; 10\}$  групповая энтропия существенно выше и составляет 0,416 и 0,547 соответственно, то есть для данного класса конфигураций разбиений предпочтительным является вариант  $A=\{2\} \cup \{1;3; \dots; 10\}$ .

Однако при организации группового сотрудничества в процессе обучения такие конфигурации не представляют интереса, так как, с учетом коммуникативных ограничений п. 1.4, малые группы в разбиениях должны содержать не менее трех обучаемых. С учетом социометрических рекомендаций (табл. 2), анализ «интеллектуального портрета» (табл. 3, 4) показывает, что поиск минимума групповой информационной энтропии (10) достаточно провести среди 3-х вариантов разбиения, рассмотренных в п. 1.4.

Определим значения групповой энтропии (10), используя данные индивидуального тестирования (табл. 3). Для разбиения варианта I процедура вычисления групповых вероятностей (9) представлена в табл. 5 и дает  $p_I = 0,344$ ,  $p_{II} = 0,196$ ,  $p_{III} = 0,459$ , откуда значение групповой энтропии (10) по варианту I составит  $H_I(p)=1,505$ . Аналогично, по варианту II:  $p_I = 0,306$ ,  $p_{II} = 0,344$ ,  $p_{III} = 0,349$ ,  $H_{II}(p)=1,58$ ; по варианту III:  $p_I = 0,372$ ,  $p_{II} = 0,306$ ,  $p_{III} = 0,321$ ,  $H_{III}(p)=1,58$ . Таким образом,  $\min (H_I(p); H_{II}(p); H_{III}(p)) = H_I(p)=1,505$  и, следовательно, оптимальным в этом случае является разбиение по варианту I:  $A=\{1;6;7\} \cup \{2;3;8\} \cup \{4;5;9;10\}$ .

Таблица 5. Процедура оптимизации разбиения: определение групповых вероятностей  $p_j$ .

Подгр. $j$	Состав подгрупп	$t_j$ , мин.	$\lambda_i$	$P_i$	$-p_i \log_2 p_i$	$p_j$
I	1	34	0,433	0,124	0,373	$P_I = 0,344$
	6	40	0,333	0,096	0,325	
	7	34	0,433	0,124	0,373	
II	2	55	0,083	0,024	0,129	$P_{II} = 0,196$
	3	42	0,3	0,086	0,305	
	8	42	0,3	0,086	0,305	
III	4	36	0,4	0,115	0,359	$P_{III} = 0,459$
	5	40	0,333	0,096	0,325	
	9	34	0,433	0,124	0,373	
	10	34	0,433	0,124	0,373	
$\Sigma$		<b>391</b>	<b>3,481</b>	<b>1,0</b>	<b>3,24</b>	<b>1,0</b>

Данные проводимого исследования указывают на возможное наличие корреляции между социометрическим (5) и информационным (10) критериями кластеризации обучаемого контингента: для рассмотренных вариантов разбиения по «социокритерию» (5) существует неравенство:

$$\Psi_{I=66} > \Psi_{II=54} > \Psi_{III=53} \Rightarrow \text{opt}(\Psi_I; \Psi_{II}; \Psi_{III}) = \Psi_I. \quad (11)$$

Аналогичное неравенство также имеет место по информационному критерию минимума групповой энтропии (10):

$$H_I(p) = 1,505 < H_{II}(p) = 1,58 = H_{III}(p) \Rightarrow \text{opt}(H_I(p); H_{II}(p); H_{III}(p)) = H_I(p). \quad (12)$$

Оба критерия дают одинаковый оптимум разбиения и, что характерно, для других оценок также наблюдается приближенное согласие, так как  $H_{II}(p) = H_{III}(p)$  и при этом  $\Psi_{II} \approx \Psi_{III}$ . Делать из этого факта какие-либо общие заключения пока рано, однако исследовать стабильность данного отношения представляется полезным.

В табл. 6 представлены результаты тестирования кластеризованного контингента рассматриваемой группы при оптимальном варианте разбиения.

Таблица 6. Результаты тестирования при оптимальном разбиении группы на подгруппы (тесты по вар. 1): измерение энтропии  $H(p)$

$j$	Состав подгрупп	$\bar{t}_j$	$t_j$	Кол-во правильных ответов	Оценка	$p_j$	$-p_j \log_2 p_j$
		мин.					
I	{1;6;7}	16	18	11	5	0,344	0,529
II	{2;3;8}	18	22	10	5	0,196	0,461
III	{4;5;9;10}	11	15	10	5	0,459	0,515
$\Sigma$		<b>55</b>		<b>31</b>	<b>Ср. балл: 5</b>	<b>1,000</b>	<b>1,505</b>

Предварительный анализ данных табл. 3 и 6 обнаруживает три важных обстоятельства, по сравнению с результатами индивидуального тестирования:

- Время выполнения тестовых заданий  $t_j$  для кластеризованного контингента сокращается как минимум в 1,5 раза;
- Количество правильных ответов при выполнении тестовых заданий в малой группе составляет не менее 10 и в выбранной шкале соответствует оценке «5», что намного выше результатов индивидуального тестирования;
- Групповая энтропия  $H(p) = 1,505$  более чем в 2 раза ниже энтропии  $H(A) = 3,24$  при индивидуальном выполнении заданий, то есть при коалиционном принятии решения по ответам на тестовые задания за счет обсуждения происходит усиление восприятия учебной информации и, как следствие, ее лучшее понимание и усвоение.

**2.4 Контроль закрепления материала и качества знаний после реализации ИКТ группового сотрудничества.** Данный элемент показывает эффективность реализации ИКТ группового сотрудничества в учебном процессе и проводится в рамках индивидуального тестирования студентов, про-

шедших этап группового сотрудничества (п. 2.3). На этапе закрепления студентам был предложен тест той же тематики, но с повышенным уровнем сложности (вар. 4) и результаты его выполнения представлены в табл. 7.

Таблица 7. Результаты индивидуального тестирования студентов на этапе закрепления материала (тесты по вар. 4): измерение энтропии  $\hat{I} (\hat{A})$

Студенты, $i$	$\overline{t}_i'$	$t_i$	Количество правильных ответов	Оценка	$\lambda_i$	$p_i$	$-p_i \log_2 p_i$
	мин.						
1	24	32	8	4	0,467	0,099	0,33
2	32	40	8	4	0,333	0,071	0,27
3	26	32	9	4	0,467	0,099	0,33
4	24	30	9	4	0,5	0,106	0,343
5	25	27	11	5	0,55	0,116	0,36
6	24	24	12	5	0,6	0,127	0,378
7	22	28	9	4	0,533	0,113	0,355
8	28	36	8	4	0,4	0,085	0,302
9	26	34	8	4	0,433	0,092	0,316
10	26	34	8	4	0,433	0,092	0,316
$\Sigma$		<b>309</b>	<b>100</b>	Ср. балл: <b>4,2</b>	<b>4,716</b>	<b>1,000</b>	<b>3,137</b>

Результаты табл. 7 показывают, что в рамках данной ИКТ за счет эффективного управления организацией и оптимизацией группового сотрудничества в учебном процессе реализуется положительная динамика факторов академической успешности обучаемого контингента. Это демонстрирует анализ общих показателей успеваемости исследованного контингента путем сравнения исходных результатов индивидуального тестирования в табл. 3 с данными на этапе закрепления материала в табл. 7:

- Общее время выполнения тестовых заданий  $\Sigma t_j$  сократилось с 391 до 309 мин., то есть на 26,5 %;
- Количество правильных ответов увеличилось с 84 до 100, то есть на 19 %;
- Средний балл вырос с 3,8 до 4,2, то есть на 10,5 %;

• Групповая энтропия  $H(A)=3,24$  снизилась до значения  $\hat{I} (\hat{A})=3,137$  даже при том, что этап закрепления связан с выполнением теста повышенной сложности, то есть реализация технологии сотрудничества в целом приводит к снижению информационной энтропии в учебном процессе и дает лучшее понимание и усвоение изучаемого материала.

Помимо контрольного замера успеваемости (табл. 7), в рамках ИКТ группового сотрудничества на этапе закрепления предусмотрен итоговый контроль социометрии обучаемого контингента, призванный выяснить, насколько изменяются компоненты отношения симпатий данного контингента после реализации совместной познавательной деятельности. Результаты такого измерения приведены в [8] и показывают следующее. По сравнению с данными табл. 1, в 15-ти случаях произошло увеличение уровня симпатий, которое составило 17 единиц принятой шкалы; уменьшение уровня симпатий наблюдалось в 4-х случаях и составило 4 единицы. Поэтому общий уровень симпатий в данном контингенте увеличился на 13 и составил 186 единиц (увеличение на 7,5 %). Таким образом, реализация совместной познавательной деятельности в рамках группового сотрудничества в процессе обучения дает увеличение уровня симпатий внутри обучаемого контингента.

**2.5 Индивидуальные показатели хронометража и академической успешности после реализации ИКТ группового сотрудничества.** Анализ времени индивидуального выполнения тестовых заданий  $t_i$  до  $t_i'$  (табл. 3) и после  $t_i''$  (табл. 7) реализации ИКТ группового сотрудничества проведен в табл. 8, где нумерация  $i$  аналогична табл. 3,7.

Таблица 8. Сравнительный анализ хронометража выполнения тестовых заданий в процессе реализации ИКТ группового сотрудничества

<i>i</i>		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$t'_i$	мин.	34	55	42	36	40	40	34	42	34	34
$t''_i$		32	40	32	30	27	24	28	36	34	34
$t'_i / t''_i$		1,06	1,38	1,31	1,2	1,48	1,67	1,21	1,17	1,0	1,0

Как видно из табл. 8, наблюдается значительный разброс величины  $t'_i / t''_i = 1 \div 1,48$ , что в общем удивительно, поскольку данный параметр обусловлен индивидуальными характеристиками интеллекта, которые, как показывает опыт [11], могут заметно отличаться. Однако в целом при реализации ИКТ все-таки наблюдается тенденция уменьшения времени  $t_i$ , поскольку высокий интеллект чаще является «быстрым» интеллектом. В связи с этим анализ интегральной характеристики академической успешности исследуемого контингента, согласно табл. 3 и 7, дает более спокойное поведение измеряемых оценочных величин. Фактически реализация коллективно-распределенной учебной деятельности в рамках ИКТ дает повышение качества обучения, увеличивая средний балл примерно на 10,5 %.

### Заключение

В XXI в. усиливается глобальный процесс информатизации общественных отношений, позволяющий в системе образования расширить возможности процесса обучения и представляющий собой один из приоритетов концепции модернизации российского образования. Однако, определяя в качестве приоритета широкую информатизацию учебных процессов, по сути, ставятся определенные проблемы в области дидактики, связанные с созданием обновленной коммуникационной среды обучения, адаптированной для усвоения больших массивов знаний и формирования необходимых компетенций. Объективность этого процесса обусловлена тем, что педагогическая наука все больше нуждается в формализованном языке, причем не столько для реализации собственных концепций, сколько для анализа очень непростой логики дидактических процессов. Концепция количественной когнитологии реализует теоретический метод исследования дидактических процессов, проводимый в рамках аристотелевой категории морфизма. Наша цель – построение современной теории обучения со своей аксиоматикой и логикой, способной реализовать управление дидактическими процессами в условиях глобального процесса информатизации.

### Библиографический список

1. Карлин, С. Математические методы в теории игр, программировании и экономике [Текст] / С. Карлин. – М. : Мир, 1964. – 839 с.
2. Коджаспирова, Г. М., Коджаспиров, А. Ю. Словарь по педагогике (междисциплин.) [Текст] / Г. М. Коджаспирова, А. Ю. Коджаспиров. – М.-Ростов н/Д : ИКЦ «МарТ», 2005. – 448 с.
3. Наследов, А. Д. Математические методы психологического исследования [Текст] / А. Д. Наследов. – СПб. : Речь, 2007. – 392 с.
4. Фирстов, В. Е. Информационная технология организации группового сотрудничества при обучении [Текст] / В. Е. Фирстов // Вестник СГТУ. – 2009. – Вып. 2, № 2. – С. 101–103.
5. Фирстов, В. Е. Кибернетическая концепция и математические модели управления дидактическими процессами при обучении математике в школе и вузе [Текст] / В. Е. Фирстов. – Саратов : Издательский Центр «Наука», 2010. – 511 с.
6. Фирстов, В. Е. Количественные меры информации и оптимизация группового сотрудничества при обучении [Текст] / В. Е. Фирстов // Вестник СГТУ. – 2008. – Вып. 1, № 3 (34). – С. 105–109.
7. Фирстов, В. Е. Практическое руководство по количественной когнитологии. Кластеризация обучаемого контингента и оптимизация группового сотрудничества в учебном процессе по критерию минимума информационной энтропии. Часть I. [Текст] / В. Е. Фирстов. – Саратов : Изд-во «Саратовский источник», 2012. – 195 с.
8. Фирстов, В. Е. Социоинформационные аспекты кластеризации обучаемого контингента при организации и оптимизации группового сотрудничества в учебном процессе в школе и вузе [Электронный ресурс] / В. Е. Фирстов, Р. А. Иванов. – Режим доступа : <http://www.sgu.ru/node/20143>
9. Шеннон, К. Работы по теории информации и кибернетике [Текст] / К. Шеннон. – М. : ИЛ, 1963. – 829 с.
10. Яблонский, С. В. Введение в дискретную математику. [Текст] / С. В. Яблонский. – М. : Наука, 1986. – 384 с.
11. Glaser, R. Education and thinking: The role of knowledge [Text] / R. Glaser // Amer. Psychologist., 1984, V. 39, № 2. – PP. 93–104.
12. White, H. C. Social structure from multiple networks, I: blockmodels of roles and positions [Text] / H. C. White, S. A. Boorman, R. L. Breiger // Amer. J. Sociol., 1976, V. 81. – PP. 730–780.

**Bibliograficheskiy spisok**

1. Karlin, S. Matematicheskie metody v teorii igr, programmirovanii i jekonomike [Tekst] / S. Karlin. – M. : Mir, 1964. – 839 s.
2. Kodzhaspirova, G. M., Kodzhaspirov, A. Ju. Slovar' po pedagogike (mezhdisciplin.) [Tekst] / G. M. Kodzhaspirova, A. Ju. Kodzhaspirov. – M.-Rostov n/D : IKC «MarT», 2005. – 448 s.
3. Nasledov, A. D. Matematicheskie metody psihologicheskogo issledovanija [Tekst] / A. D. Nasledov. – SPb. : Rech', 2007. – 392 s.
4. Firstov, V. E. Informacionnaja tehnologija organizacii gruppovogo sotrudnichestva pri obuchenii [Tekst] / V. E. Firstov // Vestnik SGTU. – 2009. – Vyp. 2, № 2. – S. 101–103.
5. Firstov, V. E. Kiberneticheskaja koncepcija i matematicheskie modeli upravlenija didakticheskimi pro-cessami pri obuchenii matematike v shkole i vuze [Tekst] / V. E. Firstov. – Saratov : Izdatel'skij Centr «Nauka», 2010. – 511 s.
6. Firstov, V. E. Kolichestvennye mery informacii i optimizacija gruppovogo sotrudnichestva pri obuchenii [Tekst] / V. E. Firstov // Vestnik SGTU. – 2008. – Vyp. 1, № 3 (34). – S. 105–109.
7. Firstov, V. E. Prakticheskoe rukovodstvo po kvantitativnoj kognitologii. Klasterizacija obuchaemogo kontingenta i optimizacija gruppovogo sotrudnichestva v uchebnom processe po kriteriju minimuma informacionnoj jentropii. Chast' I. [Tekst] / V. E. Firstov. – Saratov : Izd-vo «Saratovskij istochnik», 2012. – 195 s.
8. Firstov, V. E. Socioinformacionnye aspekty klasterizacii obuchaemogo kontingenta pri organizacii i optimizacii gruppovogo sotrudnichestva v uchebnom processe v shkole i vuze [Elektronnyj resurs] / V. E. Firstov, R. A. Ivanov. – Rezhim dostupa : <http://www.sgu.ru/node/20143>
9. Shannon, K. Raboty po teorii informacii i kibernetike [Tekst] / K. Shannon. – M. : IL, 1963. – 829 s.
10. Jablonskij, S. V. Vvedenie v diskretnuju matematiku. [Tekst] / S. V. Jablonskij. – M. : Nauka, 1986. – 384 s.
11. Glaser, R. Education and thinking: The role of knowledge [Text] / R. Glaser // Amer. Psychologist., 1984, V. 39, № 2. – PP. 93–104.
12. White, H. C. Social structure from multiple networks, I: blockmodels of roles and positions [Text] / H. C. White, S. A. Boorman, R. L. Breiger // Amer. J. Sociol., 1976, V. 81. – PP. 730–780.