УДК 521.1

Н. И. Перов

Астероидно-кометная опасность: «замочные скважины» и «джаббы»

В рамках ограниченной параболической небесномеханической задачи трех тел устанавливаются критерии сближения с Землей небесных тел, находящихся в начальный момент времени на периферии Солнечной системы – в облаках Оорта и Хиллса – и движущихся по круговым орбитам, после их тесных сближений с объектами, обладающими спутниковыми массами. Численно показано, что только в ограниченном диапазоне начальных условий возможен переход тел нулевой массы с круговых орбит на гиперболические или сильно вытянутые эллиптические траектории столкновения с планетами.

Ключевые слова: небесная механика, задача трех тел, столкновения, тесные сближения, модель происхождения опасных комет и метеоритов.

N. I. Perov

Asteroid and Cometary Danger: "Keyholes" and "Jabbas"

The celestial mechanical restricted parabolic 3 body problem is under consideration. The criteria of collisions of celestial bodies moved in Oort's and Hill's clouds along circles orbits, in initial moment of time, after theirs approaching with objects possessed satellites mass and the Earth are derived. It is shown; only for small intervals of initial conditions migration of negligible mass bodies from the circle orbits to the hazardous hyperbolic or high eccentricity orbits is possible.

Keywords: heavenly mechanics, a 3 body problem, collisions, close rapprochements, a model of nature of dangerous comets and meteoroids.

Введение

В последние годы в астрономическом сообществе и в СМИ проявляется особый интерес к астероидам и кометам, сближающимся с Землей [1, 2].

В настоящее время известно около 1500 потенциально опасных тел. Считается, что гибельным для Земли стало бы столкновение с ней тела размером в несколько километров. Но и при падении полукилометрового тела (в зависимости от места падения) может оказаться так, что некому будет вести спасательные операции, не будет дорог, коммуникаций, топлива и электроэнергии, другими словами, наша цивилизация очень уязвима к космической угрозе с точки зрения обширных внутренних связей.

Полеты болидов, в частности, над Ярославской областью, уже зафиксированы. Проблема астероидно-кометной опасности по номенклатуре МЧС является одной из 16-ти опасностей для России. Таким образом, углубленное изучение фундаментальных основ космогонии Солнечной системы и постановка соответствующих наблюдательных программ при разработке систем раннего обнаружения опасных объектов и методов воздействия на них представляет определенный практический интерес.

В работе [3] указывается на исследования так называемых «замочных скважин» – областей в плоскости цели, приводящих к соударению астероидов и комет с планетой в будущем. Предложено также рассматривать новые области – «джаббы», названные так в честь персонажа кинофильма Джорджа Лукаса «Звездные войны» Джаббы Хатта. Они имеют противоположный (отклоняющий) эффект на траекторию движения потенциально опасного астероида. Изучение таких областей позволит в будущем отклонять потенциально опасные объекты, уменьшая или даже полностью, исключая вероятность будущих соударений [1, 2].

В отличие от работы [3], в которой исследуются условия столкновений с Землей *известных* опасных небесных тел, в частности Апофиса, ниже моделируются условия сближения с Землей (с Солнцем) *неоткрытых* опасных ледяных ядер комет.

1. Количественное сравнение «замочных скважин» и «джаббов»

Рассмотрим опасный астероид с большой полуосью a=3/4 а. е. и эксцентриситетом e=1/3, движущийся в плоскости эклиптики, и определим отношение площади «замочной скважины» к площади «джабба» (внутри круговой орбиты Земли), пренебрегая влиянием Земли, но учитывая движение перигелия орбиты астероида.

В афелии данный астероид проходит на гелиоцентрическом расстоянии равном

$r_A = a(1+e) = (3/4)(1+1/3) = 1$ а. е.

Определенное значение величины афелийного расстояния опасного астероида свидетельствует о возможности его «центрального» столкновения с Землей (в рамках принятой модели).

Примем за площадь «замочной скважины» S_k – площадь круга с радиусом, равным экваториальному радиусу Земли R=6378 км, а за площадь «джабба» S_d – площадь круга с радиусом, равным среднему радиусу орбиты Земли $a_e = 149.6 \cdot 10^6$ км $= 23456 \cdot R$. Тогда, отношение площадей «замочной скважины» и «джабба» равно

$$S_k/S_d = 1/23456^2 = 1.818 \cdot 10^{-9}.$$

Приведенный пример иллюстрирует происхождение термина «замочная скважина».

2. Оценка импульса скорости, необходимого для перевода астероида на безопасную орбиту

Определим минимальные значения величин дополнительных скоростей ΔV_- и ΔV_+, которые надо сообщить (рассмотренному выше) опасному астероиду в перигелии эллиптической орбиты с большой полуосью a= 3/4 а. е. и с эксцентриситетом e=1/3, чтобы астероид не попал в «замочную скважину» – прошел ближе к Солнцу, чем Земля, или дальше от Солнца, чем Земля (исключить катастрофические столкновения его с Землей, движущейся по круговой орбите радиуса а=1 а. е.).

Для перевода этого астероида на «безопасную» орбиту, уменьшим (увеличим) в перигелии орбиты его скорость на величину ΔV , чтобы он прошел в афелии (своей орбиты) от центра Земли на расстоянии, равном радиусу Земли R, рассматривая астероид как материальную точку. Запишем закон сохранения механической энергии для астероида на начальной – «опасной» и конечной – «безопасной» орбитах (в перигелии), рассматривая невозмущенное движение.

$$V_0^2 = GM\left(\frac{2}{r_P} - \frac{1}{a}\right); \tag{1}$$

$$V_k^2 = GM\left(\frac{2}{r_P} - \frac{1}{a'}\right); \tag{2}$$

Здесь $G = 6.672 \cdot 10^{-11}$ Нм^2/кг^2 – гравитационная постоянная;

$M = 2 \cdot 10^{30}$ кг – масса Солнца.

$$r_P = a(1-e);\ a' = a \mp \Delta a;\ \Delta a = R = 6378000\,м;\ V_k = V_0 \mp \Delta V.$$

r_P – перигелийное расстояние астероида на двух орбитах – одно и тоже (при различных параметрах орбит); a'– значение большой полуоси «безопасной» орбиты астероида; R – радиус земного шара.

Вычитая из левой и правой частей уравнения (1) левые и правые части уравнения (2), после преобразований, придем к соотношению

$$\mp 2V_0\Delta V + \Delta V^2 = \mp GM\,\frac{\Delta a}{(a-\Delta a)a}. \tag{3}$$

Введем величины

$$V_0^2 = \frac{GM}{a}\left(\frac{1+e}{1-e}\right);$$

$$V^2 = \frac{GM}{a}.$$

$$a\,(a \mp \Delta a) \approx a^2.$$

Уравнение для определения ΔV примет вид

$$\frac{\Delta V^2}{V^2} \mp \frac{2\Delta V}{V}\sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \pm \frac{\Delta a}{a} = 0. \tag{4}$$

Пренебрегая $\Delta V^2/V^2$, подставляя численные значения соответствующих величин, найдем

$$\Delta V \approx \frac{1}{2}\frac{\Delta a}{a}V\sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \approx 0{,}6931 \ \text{м/с}. \tag{5}$$

Таким образом, как и следовало ожидать, для перевода этого астероида на безопасную орбиту можно как увеличить его скорость в перигелии, так и уменьшить ее, практически на одну и ту же величину **0,6931 м/с**. При этом астероид будет находиться в афелии либо ближе к Солнцу, чем Земля, либо дальше от Солнца, чем Земля.

Примечание. В уравнении (4) слагаемое $\left(\frac{\Delta V}{V}\right)^2 \approx 4{,}0392\cdot 10^{-10}$, а слагаемое $\frac{\Delta a}{a} \approx 0{,}00005684$, что учитывается при выводе приближенного соотношения (5).

3. Оценка параметров «замочных скважин» в случае возмущенного движения

Рассмотрим ограниченную параболическую плоскую задачу 3-х тел: «массивное» тело, масса которого ($m_2 = m_1/10^8$) на порядок меньше массы Луны, движется в гравитационном поле Солнца (масса которого $m_1 = 2\cdot 10^{30}$ кг) по параболической орбите с перигелийным расстоянием r_{p2}, которое в численных экспериментах принималось равным 10000 а. е., с начальным значением r_{30}=60000 а. е.; кометное ядро с нулевой массой m_3 в начальный момент времени движется по круговой гелиоцентрической орбите радиусом r_{30} =50000 а. е. (Ниже показано, что при записи уравнений в безразмерной форме, выбор начальных значений расстояний не является принципиальным). Найдем:

а) условия перехода кометы с круговой орбиты на эллиптическую;

б) условия миграции кометы во внутренние части Солнечной системы; и условия ее столкновения с планетами и даже с Солнцем.

При расчетах учитываем только гравитационные силы, действующие на комету со стороны «массивного» тела ($m_2 = m_1/10^8$) и Солнца ($m_1 = 2\cdot 10^{30}$кг).

Для рассматриваемой небесномеханической модели представим дифференциальные уравнения движения тел с массами m_2 и m_3 [5] в виде

$$d^2\mathbf{r}_2/dt^2 = -G(m_1+m_2)\mathbf{r}_2/r_2^3; \tag{6}$$

$$d^2\mathbf{r}_3/dt^2 = -Gm_1\mathbf{r}_3/r_3^3 - Gm_2[(\mathbf{r}_3-\mathbf{r}_2)/|\,\mathbf{r}_3-\mathbf{r}_2\,|^3 + \mathbf{r}_2/r_2^3]. \tag{7}$$

Здесь G – гравитационная постоянная; $\mathbf{r}_2$ и $\mathbf{r}_3$ радиус-векторы «массивного» тела (m_2) и кометы (m_3) относительно Солнца (m_1).

Введем новую переменную u, зависящую от времени t [4]:

$$(u^6-1)/(6u^3) = (1/2)\,tg(v_0/2) + (1/6)tg^3\,(v_0/2) + \\ + (G\,(m_1+m_2)/p^3)^{1/2}t. \tag{8}$$

Здесь v_0– истинная аномалия тела m_2 на параболической орбите при r_{20}=60000 а. е.

Тогда,

$$dt/du = (u^6+1)/(2u^4)\,(p^3/(G(m_1+m_2)))^{1/2} \tag{9}$$

и дифференциальное уравнение (7) впервые представим в векторной форме в виде уравнения (10), содержащего только одну функцию, зависящую только от одной независимой переменной u.

$$d^2\mathbf{r}_3/du^2 = (2u^6-4)/(u^7+u)\,d\mathbf{r}_3/du - 2r_{p2}^3 m_1/(m_1+m_2)(u^6+1)^2/u^8\,\mathbf{r}_3/r_3^3 - \\ -2\,r_{p2}^3 m_2/(m_1+m_2)(u^6+1)^2/u^4\{[u^2\mathbf{r}_3 + r_{p2}(u^4-3u^2+1)\mathbf{I} - 2r_{p2}(u^2-1)u\mathbf{J}]/ \\ /[u^4r^2 + r_{p2}^2(u^4-3u^2+1)^2 + 4r_{p2}^2(u^2-1)^2u^2 + 2u^2r_{p2}(u^4-3u^2+1)(\mathbf{r}_3,\mathbf{I}) - 4r_{p2}(u^2-1)u^3(\mathbf{r}_3,\mathbf{J})]^{3/2} - \\ -(1/r_{p2}^2)(u^4-3u^2+1)/(u^4-u^2+1)^3\mathbf{I} + (2/r_{p2}^2)(u^2-1)u/(u^4-u^2+1)^3\mathbf{J}\}. \tag{10}$$

Здесь $\boldsymbol{I}$ и $\boldsymbol{J}$ – единичные векторы прямоугольной системы координат. Вектор $\boldsymbol{I}$ направлен в перигелий орбиты тела с массой m_2, а вектор $\boldsymbol{J}$ дополняет систему координат до правой.

В дальнейшем полагаем: G=1; m_1=1; r_{p2}=1.

При указанных выше единицах измерения, решение уравнения (10) приводит к геометрически *одинаковым* траекториям кометных ядер, при всех начальных гелиоцентрических расстояниях рассматриваемых небесных тел, *пропорциональных* r_{p2}.

Определение начальных условий для решения уравнения (10).

Учитывая, что гелиоцентрическое расстояние r_2 связано с переменной u

$$r_2 = r_{p2} \cdot \frac{u^4 - u^2 + 1}{u^2}, \tag{11}$$

параметр параболической орбиты p выражается через перигелийное расстояние r_{p2}

$$p = 2 \cdot r_{p2}, \tag{12}$$

а при движении тела по параболе косинус угла истинной аномалии v находится с помощью формулы

$$\cos v = -\frac{u^4 - 3u^2 + 1}{u^4 - u^2 + 1}, \tag{13}$$

найдем начальные условия для решения дифференциального уравнения (10) из соотношений (8), (11), (13) и (14) (для невозмущенного движения)

$$\varphi = t\sqrt{\frac{Gm_1}{r_{30}^3}}. \tag{14}$$

Введем параметр $d\varphi$ – разность между средними аномалиями кометы для возмущенного и невозмущенного движения для начального момента времени.

Тогда, для возмущенного движения за начальные значения координат кометного ядра примем

$$x_{30} = r_{30} \cdot \cos(v_{col} - \varphi - d\varphi), \tag{15}$$

$$y_{30} = r_{30} \cdot \sin(v_{col} - \varphi - d\varphi). \tag{16}$$

Здесь v_{col} – истинная (гелиоцентрическая) аномалия тела с массой m_2 в момент времени, соответствующий «столкновению» (наиболее тесному сближению) тел с массами m_2 и m_3 в невозмущенном движении. t – интервал времени, в течение которого гелиоцентрическое расстояние тела m_2 изменяется (уменьшается) от r_{20}=60000 а. е. до r_{30}=50000 а. е., а тело m_3 на круговой гелиоцентрической орбите проходит дугу φ. (Для использования стандартных программ предполагаем, что «столкновение» (сближение) тел с массами m_2 и m_3 происходит в 3-й четверти прямоугольной системы координат).

Соответствующие начальные значения проекций скоростей ядра кометы ($u=u_0$) определим с помощью соотношений (17) и (18) – для невозмущенного движения.

$$\left(\frac{dx_3}{du}\right)_0 = -\frac{y_{30}\left(u^6+1\right)}{2u^6}\sqrt{\frac{p^3}{\left(m_1+m_2\right)}\frac{m_1}{r_{30}^3}}. \tag{17}$$

$$\left(\frac{dy_3}{du}\right)_0 = \frac{x_{30}\left(u^6+1\right)}{2u^6}\sqrt{\frac{p^3}{\left(m_1+m_2\right)}\frac{m_1}{r_{30}^3}}. \tag{18}$$

Примеры

Используя приведенные выше данные, в рамках ограниченной параболической задачи трех тел «Солнце (m_1) – тело с массой спутника планеты (m_2), движущееся по параболической орбите, – комета с начальной круговой орбитой (m_3)» – уравнение (10), – установим интервал значений $d\varphi$, при которых кометное ядро мигрирует с гелиоцентрического расстояния r_{c0}=50000 а. е. до расстояний r_{13}<1 а. е., после тесного сближения (расстояние r_{23}) с телом m_2. Тело m_2 движется по невозмущенной гелиоцентрической параболической траектории.

При вычислении искомых параметров применялся пакет прикладных программ “MAPLE-15” , в частности, метод Рунге – Кутта 4-го порядка использовался при численном интегрировании дифференциальных уравнений 2-го порядка, при числе шагов от 10000 до 200000, а число значащих цифр варьировалось от 12 до 64.

Результаты вычислений представлены в табл. 1.

Таблица 1. Параметры «замочных скважин» – минимальные допустимые расстояния r_{23}, при которых комета в будущем пересекает (неоднократно) по эксцентрической эллиптической орбите орбиту Земли; параметры «джаббов» – расстояния r_{23}, при которых комета в будущем сближается (однократно) с Землей по гиперболической орбите – в рамках параболической ограниченной задачи трех тел. Входной параметр – угол $d\varphi$

$d\varphi$, *рад*	u (комета m_3 вблизи тела m_2)	$r_{23\min}$, км	Интервал $u_{\min} - u_{\max}$ (комета m_3 вблизи Солнца m_1)	$r_{13\min}$, а. е.
$-0{,}81\cdot10^{-8}$	0,41421354537	74709	2,1899 2,191	50
$-0{,}745\cdot10^{-8}$	0,414213545348	70376	2,1628739 2,1628754	0,8
$-0{,}737\cdot10^{-8}$	0,414213545554	69845	2,1594138132 2,1594138135	0,0075
$-0{,}725\cdot10^{-8}$	0,414213545346	69049	2,154212 2,154214	1,1
$-0{,}4\cdot10^{-8}$	0,4142135452944	47941	1,99 2,1	1200
$+0{,}4\cdot10^{-8}$	0,414213545046	5685	0,56 1,76	9000
$+0{,}6\cdot10^{-8}$	0,414213545042227	805*	0,548 0,5545	820
$+0{,}649\cdot10^{-8}$	0,41421354505789	272*	0,539963 0,539967	1,3
$+0{,}651\cdot10^{-8}$	0,4142135450585	254*	0,5396826355 0,5396826382	0,01
$+0{,}653\cdot10^{-8}$	0,414213545059125	241*	0,539419 0,539420	1,8
$+0{,}8\cdot10^{-8}$	0,4142135451353	413*	0,5 1,3	7300
$+1\cdot10^{-8}$	0,4142135453257	4566	0,4 1,7	25000

Из табл. 1 видно, что при изменении угла φ, определяемого для невозмущенного движения по формуле (4), на несколько стомиллионных радиана $d\varphi$, далекая ненаблюдаемая комета может перейти с круговой орбиты на орбиту столкновения с Землей (r_{130}=50000 а. е.; 0,8 а.е.<r_{13}<1,1 а. е.). Обратим внимание – при варьировании $d\varphi$ в интервале $-0{,}745\cdot10^{-8} < d\varphi < -0{,}725\cdot10^{-8}$ минимальное расстояние $r_{23\min}$ между кометой m_3 и телом m_2, при 0,414213545346<u<0,414213545348, заключено в интервале 69 049 км< $r_{23\min}$< 70 376 км. Именно эти *~400 километров* и являются своеобразной *«замочной скважиной»* (в данной модели), при попадании в которую ледяное ядро устремляется к Солнцу по вытянутому эллипсу и в дальнейшем может столкнуться с Землей. При r_{23}<69000 км (за исключением малой окрестности, указанной ниже) и r_{23}>75 000 км комета движется по безопасной орбите в рассматриваемой модели однократного сближения с Землей (рис. 1).

Рассмотрим пример области «джабба». При $d\varphi$ в интервале $+0{,}649\cdot10^{-8} < d\varphi < +0{,}653\cdot10^{-8}$ *рад* минимальное расстояние $r_{23\min}$ между кометой m_3 и телом m_2, при 0,41421354505789 <u<0,414213545059125, заключено в интервале 241 км< $r_{23\min}$< 272 км. В указанном диапазоне $d\varphi$ возможно столкновение тел с массами m_2 и m_3 (при радиусе R_2~1000 км тела m_2). Разрушительные столкновения отмечены знаком «*», а последующее исследование движения тел – с выбросом тела m_3 из Солнечной системы – справедливо в рамках модели точечных масс. Такой переход кометы на безопасную орбиту происходит из области тесного сближения тел m_2 и m_3 – «джабба» (рис. 2).

Заключение

1. Рассмотренная небесномеханическая модель иллюстрирует явление: малые ненаблюдаемые тела, с перигелийными расстояниями r_p>100 а. е. и массой m_2, меньшей на порядок массы спутников планет, при пересечении ими кометных резервуаров – при попадании комет в малые области вблизи m_2 – «*замочные скважины*» – способствуют превращению комет (m_3) в опасные небесные тела. Вероятность угрозы для земной цивилизации возрастает вследствие *многократного* сближения таких тел (m_3) с Землей (рис. 1).

2. Возможен также выброс комет из Солнечной системы при попадании их в малые области вблизи m_2 – «джаббы» – при *однократном* сближении с Землей (рис. 2).

3. Уравнение (10) предлагается рассматривать в качестве унифицированных уравнений для описания «быстрого» процесса миграции кометных ядер из облаков Оорта и Хиллса во внутренние части Солнечной системы.

4. Для системы единиц: G=1, m_1=1, r_{p2}=1 и *соответствующих* значениях $d\varphi$, r_{c0}= r_{30} и r_{20}, траектории кометных ядер, удовлетворяющие уравнению (10), являются геометрически тождественными (рис. 1–2).

5. Определенный интерес представляет, в рамках данной небесномеханической модели, прогнозирование появления вблизи Земли опасных объектов, в частности, неизвестных болидов и метеороидов, а также разработка методов борьбы с такими телами.

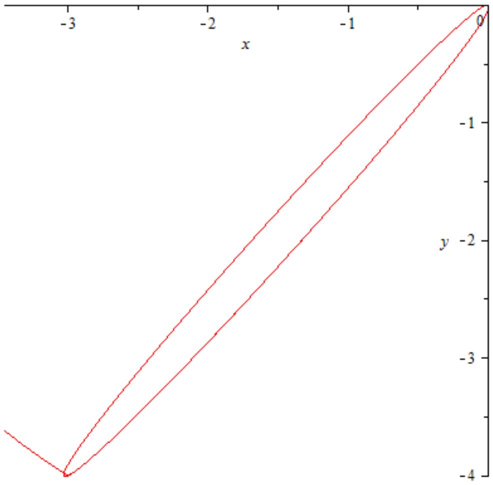

Рис. 1. «Замочная скважина». Переход кометы m_3 с круговой орбиты на вытянутую эллиптическую орбиту сближения с Солнцем (Землей), после тесного сближения с телом m_2. $d\varphi$=–0,81·10^{-8} *рад;* 0,39<u<3,9. Единица длины = 10000 а. е.

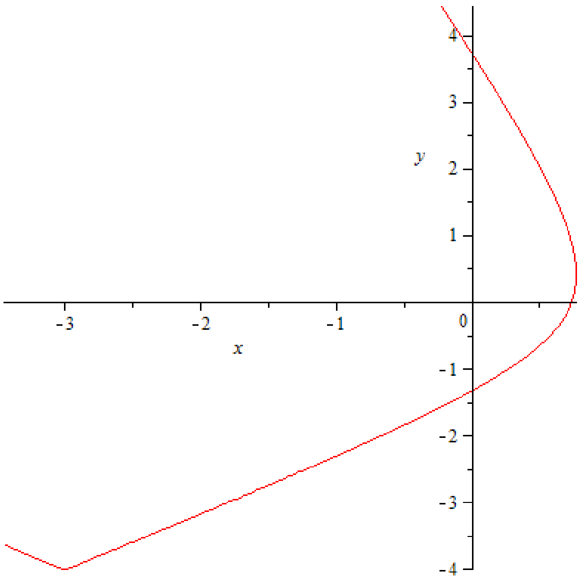

Рис. 2. «Джабб». Переход кометы m_3 на орбиту удаления от Солнца (Земли), после сближения с телом m_2. $d\varphi$=+0,8·10^{-8} *рад;* 0,39<u<1,2. Единица длины = 10000 а. е.

Библиографический список

1. Смирнов, Е. А., Шевченко, И. И. Международный форум «Астероиды, кометы, метеоры – 2012». [Текст] / Е. А. Смирнов, И. И. Шевченко. // Астрономический вестник РАН. (Исследования Солнечной системы). – 2013. – Т. 47, № 2. – С. 156–160.
2. Официальный сайт АКМ-2012 [Электронный ресурс]. – Режим доступа : www.chiron.mtk.nao.ac.jp/ACM2012/.
3. Chodas P. W. Keyholes and Jabbas: The Role of Pre-Impact Close Approaches in Asteroid Deflection / Conference «Asteroids, Comets, Meteors (ACM-2012)». May 16–20, 2012, Niigata, Japan. [#6471].
4. Perov, N. I. Comets as Indicators for Existence of Farthest Unobserved Minor Bodies / 44th Lunar and Planetary Science Conference, held March 18–22, 2013 in The Woodlands, Texas, USA. LPI Contribution No. 1719. P. 1105.
5. Roy, A. (1978) Orbital Motion. Adam Higler Ltd. Bristol, 1978. P. 545.

Bibliograficheskij spisok

1. Smirnov, E. A., Shevchenko, I. I. Mezhdunarodnyj forum «Asteroidy, komety, meteory – 2012». [Tekst] / E. A. Smirnov, I. I. Shevchenko. // Astronomicheskij vestnik RAN. (Issledovanija Solnechnoj sistemy). – 2013. – T. 47, № 2. – S. 156–160.
2. Oficial'nyj sajt AKM-2012 [Jelektronnyj resurs]. – Rezhim dostupa : www.chiron.mtk.nao.ac.jp/ACM2012/.
3. Chodas P. W. Keyholes and Jabbas: The Role of Pre-Impact Close Approaches in Asteroid Deflection / Conference «Asteroids, Comets, Meteors (ACM-2012)». May 16–20, 2012, Niigata, Japan. [#6471].
4. Perov, N. I. Comets as Indicators for Existence of Farthest Unobserved Minor Bodies / 44th Lunar and Planetary Science Conference, held March 18–22, 2013 in The Woodlands, Texas, USA. LPI Contribution No. 1719. P. 1105.
5. Roy, A. (1978) Orbital Motion. Adam Higler Ltd. Bristol, 1978. P. 545.