УДК 372.851

А. В. Ястребов, О. Н. Фёдорова

Граф соответствия между рядами объектов и его использование в методике преподавания математики

В статье вводится понятие графа соответствия, в объем которого входят графы и многие другие объекты, похожие на графы, но не являющиеся графами с формальной точки зрения. С помощью введенного понятия описана взаимосвязь между математикой и специальными дисциплинами в учебных заведениях технического профиля.

Ключевые слова: граф, граф соответствия, методика преподавания математики.

A. V. Yastrebov, O. N. Fiodorova

Graph Compliance between Ranks of Objects and Its Use in Ways of Training Mathematics

In the article is entered the notion of the graph compliance and it includes graphs and many other objects similar to graphs, but which are not graphs from the formal point of view. By means of the introducing the notion, the interrelation between Mathematics and special disciplines in technical profile educational institutions is described.

Keywords: graph, graph compliance, ways of training Mathematics.

1. Понятие графа соответствия

Хорошо известно, что графом называется конечное множество точек (вершин), часть из которых соединена друг с другом линиями (ребрами). Хорошо известно также, что графы широко применяются в самых различных областях деятельности. Например, с их помощью можно изобразить такие далекие друг от друга объекты, как атлас железных дорог, сетевой график строительства, классификацию полупростых алгебр Ли и т.д. Естественно, что графы начали проникать в методику преподавания математики в качестве средства визуализации изучаемых математических объектов. Приведем несколько примеров.

Простейшим примером использования графов является визуализация таких понятий, как «инъективность» и «сюрьективность» отображения f. На рис. 1 показаны примеры таких отображений: инъективного (рис. 1 а), не инъективного (рис. 1 б, 1 в), сюръективного (рис. 1 в), не сюръективного (рис. 1 а, 1 б).

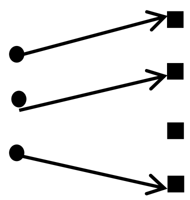


Рис. 1 а

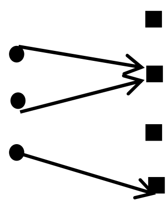


Рис. 1 б

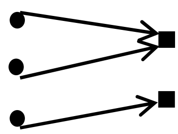


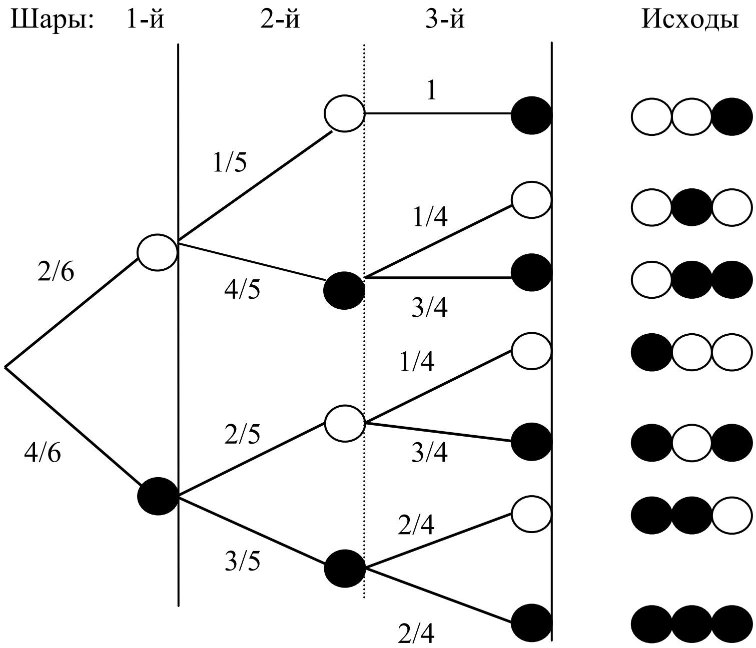
Рис. 1 в

Уже этот простой пример показывает, что вершины графа не вполне «равноправны», потому что элементы области отправления отображения изображены кружочками, а элементы области прибытия – квадратиками. Таким образом, фигура на рис. 1, чрезвычайно похожая на граф, не является таковым с формальной точки зрения. (Термины «область отправления» и «область прибытия» взяты из книги [2, с. 172].)

Другим примером является использование графов в качестве средства визуализации задач по теории вероятностей. Для иллюстрации рассмотрим задачу Гюйгенса [1, с. 37, 38].

Задача. В урне 2 белых и 4 черных шара. Один азартный человек держит пари с другим, что среди вынутых трех шаров будет ровно один белый. В каком отношении находятся шансы спорящих?

Одно из решений основано на построении вероятностного графа (рис. 2) и вычислений вероятностей возможных исходов. Вероятности исходов можно найти, перемножив вероятности событий, изображенных на рис. 2 как веса ребер.



Запишите вероятности нужных исходов.

Рис. 2

Полное решение можно найти в [1, с. 37, 38]. Сейчас важнее отметить двойственность ситуации. С одной стороны, вероятностный граф является фигурой, весьма похожей на граф. С другой стороны, вероятностный граф не является графом с формальной точки зрения, поскольку вершины не равноправны (черная и белая), а ребра снабжены «весами» – вероятностями наступления событий.

Третьим примером является часто встречающееся изображение методической системы в смысле А. В. Пышкало в виде полного графа (рис. 3).

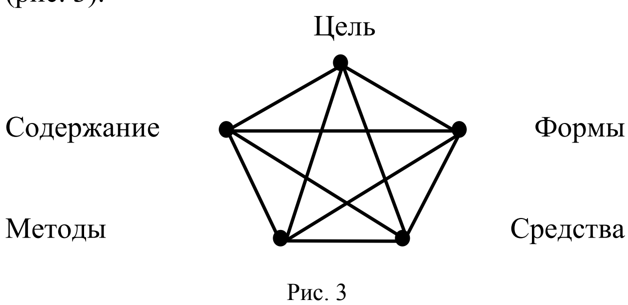


Рис. 3

Здесь отличие от первоначального понятия графа является еще более выразительным. Так, *каждая* из вершин имеет собственный смысл, а наличие ребра означает взаимное влияние двух соединенных ребрами компонентов системы. Заметим, что суть и характер влияния совсем не отражены на рис. 3. Они и не могут быть отражены на рисунке в силу большого объема соответствующей информации.

С целью единообразного описания широкого круга ситуаций, иллюстрируемых «графоподобными» фигурами, мы введем понятие графа соответствия между двумя рядами объектов.

Определение. Графом соответствия между двумя рядами объектов A_1, $A_2,\ldots,$ A_k и B_1, $B_2,\ldots,$ B_n называется прямоугольная таблица, обладающая следующими свойствами: 1) строки таблицы занумерованы с помощью объектов A_1, $A_2,\ldots,$ A_k; 2) столбцы таблицы занумерованы с помощью объектов B_1, $B_2,\ldots,$ B_n; 3) в клетке, соответствующей строке A_i и столбцу B_j, содержится информация C_{ij} о взаимосвязи этих объектов.

Сразу заметим, что информация C_{ij}, которая должна содержаться в соответствующей клетке, может физически не помещаться в ней в силу большого объема. Эту трудность можно преодолеть с помощью техники гиперссылок: достаточно, чтобы содержание C_{ij} клетки представляло собой гиперссылку на тот фрагмент текста документа, в котором описаны соответствующие взаимосвязи.

Приводя примеры графов соответствия, мы будем заботиться о том, чтобы сделать эти примеры возможно более разнообразными.

Пример 1. Простейшим примером графа соответствия являются таблицы умножения, которые сопровождают изучающего математику на всем протяжении обучения. В первом классе школы дети изучают таблицу сложения, фрагмент которой представлен в табл. 1. На первом курсе университета студенты изучают таблицу умножения базисных элементов алгебры комплексных чисел (табл. 2), а в послевузовской практике – алгебры кватернионов (табл. 3). Все три таблицы характеризуются тем, что оба ряда объектов совпадают и представляют собой список перемножаемых элементов, а также тем, что в клетках таблицы стоят соответствующие произведения. Во всех трех таблицах нумерующие элементы залиты серым цветом.

Таблица 1

	1	2	3	…
1	2	3	4	…
2	3	4	5	…
3	4	5	6	…
…	…	…	…	…

Таблица 2

	1	*i*
1	1	*i*
I	*i*	-1

Таблица 3

	1	*i*	*j*	*k*
1	1	*i*	*j*	*k*
i	*i*	-1	*k*	*-j*
j	*j*	*-k*	-1	*i*
k	*k*	*j*	*-i*	-1

Пример 2. Обычный граф очень часто задают в виде матрицы, у которой элемент a_{ij} равен количеству ребер, соединяющих вершины v_i и v_j. Например, классический граф на рис. 4, связанный с задачей о кёнигсбергских мостах, можно задать как граф соответствия в виде таблицы 4. Здесь оба ряда объектов представляют собой перечень вершин графа.

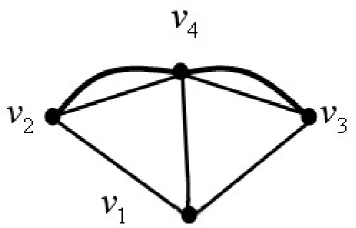


Рис. 4

Таблица 4

	v_1	v_2	v_3	v_4
v_1	0	1	1	1
v_2	1	0	0	2
v_3	1	0	0	2
v_4	1	2	2	0

Пример 3. В теории конечных геометрий используются матрицы инцидентности, которые описывают отношение инцидентности между точками P_i и прямыми l_j. Если за первый ряд объектов принять список точек, а за второй ряд – список прямых, то матрицу инцидентности можно представить в виде графа соответствия, если в клетке таблицы поместить информацию об инцидентности (I) или неинцидентности (отсутствие знака) между соответствующими объектами, точкой и прямой. Например, геометрия Фано, в которой имеется 7 точек и 7 прямых, задается как граф соответствия в виде табл. 5.

Таблица 5

	l_1	l_2	l_3	l_4	l_5	l_6	l_7
P_1	I	I		I			
P_3		I	I		I		
P_3			I	I		I	
P_4				I	I		I
P_5	I				I	I	
P_6		I				I	I
P_7	I		I				I

Пример 4. Отображение конечных множеств также можно задать в виде графа соответствия, если в качестве первого ряда объектов принять область отправления функции, в качестве второго ряда объектов – область прибытия функции, а в клетках таблицы поместить информацию о наличии отношения «образ–прообраз» между соответствующими элементами двух множеств (символ *f*) или об отсутствии такого соотношения (отсутствие знака). Например, отображение на рис. 1б можно представить как граф соответствия в виде табл. 6.

Таблица 6

	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1		*f*		
x_2		*f*		
x_3				*f*

Пример 5. Сводку результатов о графиках квадратичных функций $y = ax^2 + bx + c$, где $a \neq 0$, представим в виде графа соответствия (табл. 7) следующим образом.

Таблица 7

	$D<0$	$D=0$	$D>0$
$a<0$	C_{11}	C_{12}	C_{13}
$a>0$	C_{21}	C_{22}	C_{23}

В качестве первого ряда объектов выберем два неравенства, $a<0$ и $a>0$, которым может удовлетворять старший коэффициент. В качестве второго ряда объектов выберем три соотношения, $D<0$, $D=0$ и $D>0$, которым может удовлетворять дискриминант. Связи между объектами разных рядов обозначим буквами C_{ij} и выпишем для примера две из них.

Связь C_{11}: графиком является парабола, которая не имеет общих точек с осью абсцисс и ветви которой направлены вниз.

Связь C_{23}: графиком является парабола, которая имеет две общие точки с осью абсцисс и ветви которой направлены вверх.

Заметим, что в данном конкретном случае можно обойтись без ссылок на фрагмент текстового документа и попросту поместить в клетку табл. 7 соответствующий рисунок.

Пример 6. Представим в виде графа соответствия тот вероятностный граф, который используется при решении задачи Гюйгенса. С этой целью перенумеруем его вершины в лексикографическом порядке: корень дерева на рис. 2 обозначим через v_0; затем вершины, соответствующие извлечению первого шара, обозначим, двигаясь сверху вниз, через v_{11} и v_{12}; затем вершины, соответствующие извлечению второго шара, обозначим через $v_{21}, \ldots, v_{24}$, также двигаясь сверху вниз; наконец, оставшиеся вершины обозначим через $v_{31}, \ldots, v_{37}$. В результате у нас получится таблица размера 14 на 14. В ее клетки поместим информацию о цвете извлеченного шара и о вероятности извлечь этот цвет. Диагональные клетки зальем серым.

В табл. 8 приведена та часть графа соответствия, которая нужна для дальнейших расчетов. Для примера найдем, какова вероятность того, что последовательность извлекаемых шаров будет такова: черный–белый–черный.

Таблица 8

Задача Гюйгенса

	v_0	v_{11}	v_{12}	v_{21}	v_{22}	v_{23}	v_{24}	v_{31}	v_{32}	v_{33}	v_{34}	v_{35}	v_{36}	v_{37}
v_0*		Б, 2/6	*Ч, 4/6											
v_{11}				Б, 1/5	Ч, 4/5									
v_{12}			*			*Б, 2/5	Ч, 3/5							
v_{21}								Ч, 1						
v_{22}									Б, 1/4	Ч, 3/4				
v_{23}						*					Б, 1/4	*Ч, 3/4		
v_{24}													Б, 2/4	Ч, 2/4

…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…

Для этого достаточно стартовать с вершины v_0 и двигаться по таблице вдоль ступенчатой линии, которая обозначена звездочками, перемножая при этом соответствующие вероятности.

Сравнивая рис. 2 и табл. 8 с точки зрения удобства вычислений, мы видим, что оказались в «пограничной ситуации». При малом количестве вершин вероятностный граф более нагляден, чем граф соответствия, а проводимые с его помощью вычисления не слишком трудны. В то же время при большом количестве вершин даже простое изображение вероятностного графа может оказаться невозможным, следовательно, невозможны и дальнейшие вычисления. Граф соответствия, напротив, поддается машинной обработке и может быть сделан сколь угодно большим, а вычисления на его основе легко алгоритмизируются.

Покажем, что граф соответствия целесообразно применять в методике преподавания математики.

2. Применение графа соответствия для описания межпредметных связей

Преподаватели математики, работающие в технических учебных заведениях, вынуждены прилагать специальные усилия для того, чтобы мотивировать своих студентов к изучению математики. Дело в том, что роль математики в становлении и развитии специальных дисциплин является отнюдь не очевидной и остается неясной для студентов либо в течение длительного времени, либо навсегда. Со своей стороны преподаватели специальных дисциплин, заинтересованные в глубоком изучении своего предмета, также вынуждены выявлять роль математики. *Те и другие нуждаются в полном и наглядном описании взаимосвязей между математикой и специальными дисциплинами.* То же самое можно сказать об учебных заведениях экономической или юридической направленности, и вообще любой направленности, которая изучает явления на уровне более глубоком, чем чисто описательный.

В поисках средств наглядности, с помощью которых можно было бы описывать межпредметные связи математики, некоторые исследователи обратились к графам. Например, в работе Н. В. Скоробогатовой [3, с. 96] с помощью графа описывается взаимосвязь между элементами математического аппарата и физическими понятиями. Отрывок графа представлен на рис. 5. При всей информативности, существенный недостаток такого графа состоит в том, что он выявляет лишь *наличие* связей между отдельными темами математики и физики. При этом характер этих связей, их научная основа и тому подобное остается скрытым от читателя и известным лишь автору. Покажем, что графы соответствия могут устранить этот недостаток. Сделаем, однако, два предварительных замечания.

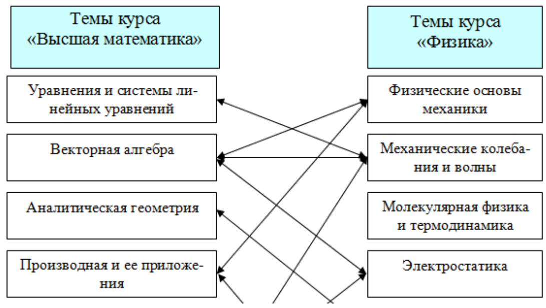


Рис. 5

Во-первых, дисциплина «математика» имеет, по крайней мере, два компонента: изучаемые ею теоретические вопросы и решаемые ею типичные задачи.

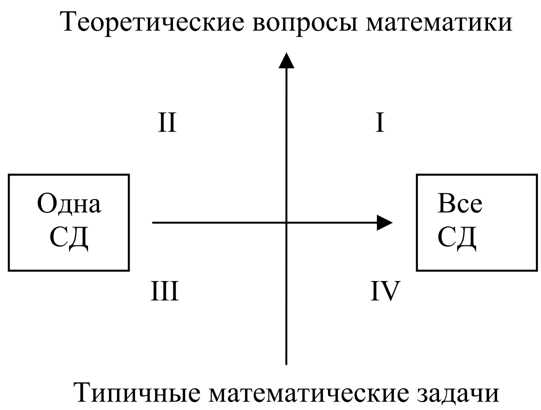


Рис. 6

На рис. 6 эти компоненты отражены на разных «концах» вертикальной оси. При составлении графа акцент может быть сделан, по тем или иным причинам, на одном из них. Во-вторых, составитель графа может иметь разные цели. Одна из естественных целей – выявление связей математики *со всем спектром* изучаемых специальных дисциплин (спецдисциплин, СД). Другая, не менее естественная, цель состоит в углубленном выявлении взаимосвязей математики с *одной* дисциплиной, выбранной по тем или иным соображражениям. На рис. 6 эти две цели отражены на разных «концах» горизонтальной оси.

Таким образом, мы получили простейшую *типологию* графов соответствия, применяемых для описания межпредметных связей математики, которая отражена на рис. 6. ***Граф типа I*** выявляет взаимосвязи теоретических вопросов преподавания математики со всем спектром спецдисциплин, изучаемых в учебном заведении данного типа. ***Граф типа II*** выявляет взаимосвязи теоретических вопросов математики с содержанием одной из спецдисциплин. ***Граф типа III*** выявляет типичные математические задачи, применяемые при изучении одной из спецдисциплин. Наконец, ***граф типа IV*** выявляет весь спектр тех типичных математических задач, которые используются при изучении всех спецдисциплин данного учебного заведения.

Отметим, что выбор преподавателем графа того или иного типа обусловлен целями, которые он ставит перед собой. Отметим также, что возможно построить «тотальный» граф, который охватывает теоретические и практические вопросы всех разделов математики и все разделы всех спецдисциплин.

Ниже будут приведены примеры графов типа IV и типа II, построенные для колледжа технического профиля, который готовит студентов по специальности «Компьютерные сети».

Пример графа типа IV. Первый ряд объектов M_i представляет собой перечень разделов курса математики, изучаемых в колледже.

M_1 – Действия с матрицами.

M_2 – Системы линейных уравнений.

M_3 – Векторная алгебра.

M_4 – Аналитическая геометрия.

M_5 – Комплексные числа.

M_6 – Дифференциальное исчисление функций одного действительного переменного.

M_7 – Интегральное исчисление функций одного действительного переменного.

M_8 – Теория рядов.

M_9 – Вероятность случайных событий.

M_{10} – Математическая статистика.

M_{11} – Алгебра логики.

Второй ряд объектов S_i состоит из перечня спецдисциплин и решаемых в них типичных профессиональных задач.

S_1 – Электротехника: расчет электрических цепей постоянного тока.

S_2 – Электротехника: расчет электрических цепей переменного тока.

S_3 – Электротехника: расчет характеристик постоянного электрического тока.

S_4 – Электротехника: расчет количества электричества, протекающего через цепь.

S_5 – Электротехника: расчет надежности электрической цепи.

S_6 – Электротехнические измерения: статистическая обработка результатов измерений.

S_7 – Основы программирования: программирование графических объектов.

S_8 – Основы программирования: программирование с помощью циклов различного типа.

S_9 – Микросхемотехника: расчет логических функций и функциональных схем.

S_{10} – Теория передачи информации: расчет помехоустойчивости при передаче информации.

S_{11} – Проектирование компьютерных сетей: расчет параметров компьютерной сети.

Граф соответствия между рядами объектов представлен в табл. 9.

Таблица 9

Типичные задачи математики и спецдисциплин

	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}
M_1	C_{11}										
M_2	C_{21}										
M_3		C_{32}					C_{37}				
M_4							C_{47}				
M_5		C_{52}									
M_6			C_{63}								
M_7				C_{74}							
M_8								C_{88}			
M_9					C_{95}					$C_{9,10}$	$C_{9,11}$
M_{10}						$C_{10,6}$					$C_{10,11}$
M_{11}									$C_{11,9}$		

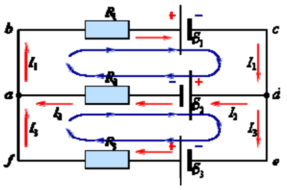
Опишем взаимосвязи C_{ij}, которые существуют между соответствующими объектами. Для этого приведем типичные задачи, решаемые в процессе изучения спецдисциплин, и покажем, что они сводятся к типичным математическим задачам.

Связи C_{11}, C_{21}. Рассчитать токи и напряжения в цепи, изображенной на рисунке, если известны следующие данные

$R_1 = 10 Ом, R_2 = 20 Ом, R_3 = 15 Ом, \varepsilon_1 = 6 В, \varepsilon_2 = 5 В, \varepsilon_3 = 4 В.$

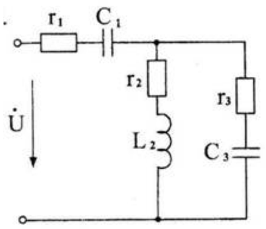
Решение. Воспользовавшись правилами Кирхгофа, получим систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} 10I_1 + 20I_2 = -11 \\ 15I_3 - 20I_2 = 9 \\ -I_1 + I_2 + I_3 = 0 \end{cases}$$



Далее полученная система решается либо методом Гаусса, либо методом обратной матрицы, либо по формулам Крамера.

Связи C_{32}, C_{52}. В электрической цепи однофазного синусоидального тока определить полное сопротивление электрической цепи. Исходные данные для расчетов: U = 127 В, r_1 = 15 Ом, C_1 = 60 мкФ, r_2 = 10 Ом, L_2 = 80 мГн, r_3 = 15 Ом, C_3 = 90 мкФ.



Решение. При решении задачи каждое сопротивление представляется в виде комплексного числа в алгебраической форме, которое затем переводится в показательную форму:

$Z_1 = r_1 - jX_{C1} = 15 - 53{,}1j = 55{,}2e^{-74{,}22j}$ (Ом);

$Z_2 = r_1 + jX_{L2} = 10 + 25{,}12j = 27{,}04e^{68{,}3j}$ (Ом);

$Z_3 = r_3 - jX_{C3} = 15 - 35{,}4j = 38{,}45e^{-67{,}04j}$ (Ом).

Для определения полного сопротивления необходимо воспользоваться формулой $Z = Z_1 + \dfrac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_2 + Z_3}$. Это означает, что придется выполнить целую серию арифметических действий в разных формах и серию переводов из одной формы в другую: сложить числа в знаменателе в алгебраической форме и перевести результат в показательную форму, затем выполнить умножение и деление в показательной форме и перевести результат в алгебраическую форму, затем сложить в алгебраической форме первое сопротивление и полученную дробь и перевести результат в показательную форму.

Связь C_{63}. Источник напряжения с ЭДС ε = 200 В и внутренним сопротивлением r =100 Ом замкнут на реостат. При каком токе мощность во внешней цепи будет максимальной?

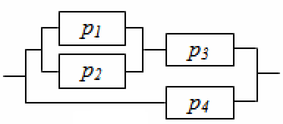
Решение. Мощность во внешней цепи равна $P = U \cdot I$, применяя закон Ома для полной цепи, получим $P = \varepsilon \cdot I - I^2 \cdot r$. Далее полученная функция исследуется на экстремум либо методами дифференциального исчисления, либо методами элементарной математики.

Связь C_{74}. Вычислить количество электричества, протекающее через цепь за промежуток времени [0,01; 1], если ток изменяется по формуле $I(t) = 0{,}5\cos\left(100\pi t + \dfrac{\pi}{6}\right)$.

Решение. За элементарный промежуток времени протекает количество электричества $dq=I(t)dt$. Значит, общее количество электричества равно

$$q = \int_{0,01}^{1} 0{,}5\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)dt = 0{,}5\frac{1}{100\pi}\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)\Bigg|_{0,01}^{1} = \frac{1}{200\pi} \text{ (Кл)}.$$

Связь C_{95}. Пусть заданы надежности работы элементов электрической цепи: p_1=0,8, p_2=0,7, p_3=0,6, p_4=0,5. Элементы отказывают независимо друг от друга. Найти надежность схемы, приведенной на рисунке.



Решение. При решении задачи воспользуемся теоремами сложения и умножения вероятности. Получим, что вероятность безотказной работы цепи вычисляется по формуле $p = 1 - \left(\left(1 - \left(p_3 - p_3(1 - p_1)(1 - p_2)\right)\right)(1 - p_4)\right)$, что после упрощения дает результат $p = p_1p_2p_3p_4 - p_1p_2p_3 - p_2p_3p_4 - p_1p_3p_4 + p_1p_3 + p_2p_3$, а после подстановки численных данных ответ $p = 0{,}522$.

Связь С$_{10,6}$. Многократные независимые равноточные измерения ряда параметров электрических сигналов дали результаты, представленные в таблице. Определить доверительный интервал, между границами которого с доверительной вероятностью *p*=0,99 находится истинное значение данного параметра, а также относительную квадратичную погрешность результата измерения.

Амплитуда импульса, кВ	0,113; 0,115; 0,118; 0,114; 0,116; 0,117; 0,118; 0,112; 0,116; 0,117; 0,110; 0,112; 0,115; 0,117; 0,116; 0,118; 0,112; 0,115

Решение. При решении данной задачи необходимо воспользоваться методами математической статистики и вычислить среднее значение величины, точечную оценку среднего квадратичного отклонения, оценку среднего квадратичного отклонения для выборочной средней. По полученным данным определить коэффициент Стьюдента с учетом надежности и вычислить величину доверительного интервала.

Связи С$_{37}$, С$_{47}$. Известны координаты точки и вершин треугольника. Определить, лежит ли точка внутри, на границе или вне этого треугольника, если дана точка К(-2;5) и вершины треугольника *A*(2, 3), *B*(-1, 7), *C*(4, -3).

Решение. Для ответа на вопрос необходимо воспользоваться псевдоскалярным произведением векторов $\vec{a}\{a_1;a_2\}$ и $\vec{b}\{b_1;b_2\}$, вычисляемым по формуле $\left[\vec{a},\vec{b}\right] = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} = a_1b_2 - a_2b_1$. Вычислим величины псевдоскалярных произведений $\left[\vec{AK},\vec{AB}\right],\left[\vec{BK},\vec{BC}\right],\left[\vec{CK},\vec{CA}\right]$. Если все три произведения одного знака, то точка лежит внутри треугольника. Если в тройке чисел имеются разные знаки, то точка лежит вне треугольника. Если одно произведение равно нулю, а два остальные имеют одинаковый знак, то точка лежит на стороне треугольника. Если два произведения равны нулю, а третье отлично от нуля, то точка совпадает с вершиной треугольника.

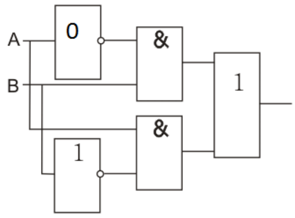
Связь С$_{88}$. Используя разложение в ряд Тейлора, составить программу для нахождения значения $\sin x$ с заданной точностью ε.

Решение. Разложим функцию $\sin x$ в ряд Тейлора:

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \ldots + (-1)^n \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + o(x^{2n}) .$$

С помощью цикла высчитываем значение суммы одного, двух, трех и т.д. членов ряда, проверяя на каждом шаге условие $\frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} \geq \varepsilon$. Если условие выполнено, то высчитывается следующий член ряда и соответствующая сумма; если условие не выполнено, то вычисления заканчивается и результат выводится на экран.

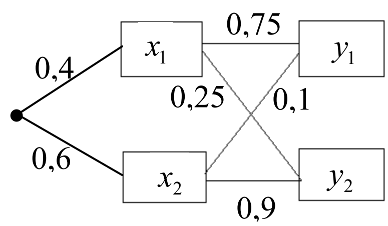
Связь С$_{11,9}$. Составить логическую функцию по функциональной схеме, представленной на рисунке,



и определить сигнал на выходе, если A=0, B=1.

Решение. При составлении логической функции пользуемся соответствием между логическими элементами, схемами и логическими операциями. Получаем формулу алгебры логики и вычисляем ее значение при заданных значениях переменной.

Связь С$_{9,10}$. Пропускная способность канала связи в системах связи зависит от появления ошибки внутри канала. На вход канала могут подаваться два сигнала x_1 и x_2, на выходе принимаются соответственно y_1 и y_2. 40 % времени канал занят передачей сигнала x_1 и 60 % времени – сигнала x_2. Вероятность безошибочной передачи сигнала x_1 как y_1, равна 0,75. Вероятность того, что входной сигнал x_1 будет ошибочно принят как y_2, равна 0,25. Аналогично, вероятность того, что сигнал, первоначально переданный как x_2, будет принят, как y_2 и y_1 равна соответственно 0,9 и 0,1. При заданных условиях получен выходной сигнал y_1. Какова вероятность того, что исходный сигнал был x_1?



Решение. При решении задачи составим граф. Искомая вероятность вычисляется по формуле Байеса.

Связи $\boldsymbol{C_{9,11}}$, $\boldsymbol{C_{10,11}}$. Определите, сколько персональных компьютеров следует подвергнуть обследованию в порядке случайной бесповторной выборки, чтобы с вероятностью 0,954 предельная ошибка (в процентах к среднему сроку службы компьютера) не превышала 3 %. Коэффициент вариации среднего срока службы компьютеров, по данным предыдущих обследований, составляет 15 %, а вся партия состоит из 1250 компьютеров.

Решение. Для определения числа необходимых исследований n воспользуемся формулой для бесповторного отбора $n = \dfrac{t^2 s^2 N}{\Delta_x^2 N + t^2 s^2}$. В ней значение t определяется из таблицы Стьюдента.

Пример графа II типа. Первый ряд объектов M_i представляет собой перечень разделов курса математики, изучаемых в колледже.

M_1 – Векторная алгебра.

M_2 – Линейная алгебра.

M_3 – Комплексные числа.

M_4 – Дифференциальное исчисление функции одного действительного переменного.

M_5 – Интегральное исчисление функции одного действительного переменного.

M_6 – Преобразование графиков функций.

M_7 – Теория погрешностей.

M_8 – Алгебра логики.

Второй ряд объектов S_i представляет собой перечень важных теоретических вопросов, изучаемых в дисциплине «Электротехника».

S_1 – Расчет электрических цепей постоянного тока. Законы Ома и Кирхгофа.

S_2 – Электромагнитная индукция.

S_3 – Расчет электрических цепей переменного тока.

S_4 – Электроизмерительные приборы и измерения.

S_5 – Трансформаторы.

S_6 – Электрические машины.

S_7 – Полупроводниковые приборы.

Таблица 10

Теоретические вопросы математики и электротехники

	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7
M_1			$\boldsymbol{C_{13}}$		$\boldsymbol{C_{15}}$	$\boldsymbol{C_{16}}$	
M_2	$\boldsymbol{C_{21}}$						
M_3			$\boldsymbol{C_{33}}$		$\boldsymbol{C_{35}}$	$\boldsymbol{C_{36}}$	
M_4		$\boldsymbol{C_{42}}$			$\boldsymbol{C_{45}}$		
M_5			$\boldsymbol{C_{53}}$				
M_6			$\boldsymbol{C_{63}}$				$\boldsymbol{C_{67}}$
M_7				$\boldsymbol{C_{74}}$			
M_8							$\boldsymbol{C_{87}}$

Опишем взаимосвязи C_{ij}, которые существуют между соответствующими объектами. Для этого приведем перечень важных вопросов, решаемых в процессе изучения спецдисциплины «Электротехника», и покажем, какие знания из различных разделов математики необходимы студентам при изучении этих вопросов.

Связи $\boldsymbol{C_{13}}$, $\boldsymbol{C_{15}}$, $\boldsymbol{C_{16}}$. При построении векторных диаграмм последовательных и параллельных *RLC*-цепей требуются знания о линейных операциях с векторами, причем как в геометрическом, так и в координатном виде. Эти же знания требуются при построении векторных диаграмм при анализе работы трансформатора синхронного генератора.

Связь $\boldsymbol{C_{21}}$. При расчете характеристик цепей постоянного тока требуются знания о методах решения систем линейных уравнений с несколькими переменными.

Связи $\boldsymbol{C_{33}}$, $\boldsymbol{C_{35}}$, $\boldsymbol{C_{36}}$. При расчете характеристик переменного синусоидального тока требуются знания о представлении комплексных чисел в алгебраической, тригонометрической и показательной форме, переводе из одной формы в другую, выполнении действий с комплексными числами, записанными в различной форме. Эти же знания требуются при расчете характеристик трансформатора и асинхронного двигателя.

Связи $\boldsymbol{C_{42}}$, $\boldsymbol{C_{45}}$. При нахождении значения ЭДС индукции по закону Фарадея в общем случае и расчете характеристик трансформатора требуется знание определения производной и методов дифференцирования.

Связь C_{53}. При расчете действующего и среднего значения переменного тока требуются знания о методах вычисления определенного интеграла.

Связи C_{63}, C_{67}. При построении графиков характеристик переменного тока и полупроводниковых приборов требуются знания о преобразованиях графиков функции (сдвиг, деформация, отображение).

Связь C_{74}. При расчете погрешностей показаний электроизмерительных приборов требуются знания о методах вычисления абсолютной и относительной погрешности.

Связь C_{87}. При нахождении характеристик простейших логических устройств требуются знания о составлении таблицы истинности логических операций, формулах алгебры логики.

В заключение отметим ряд достоинств отображения межпредметных связей с помощью графа соответствия. Прежде всего, такой граф не просто показывает наличие связей между объектами, но и несет полную информацию о содержании этих связей. Кроме того, режим гиперссылок делает навигацию весьма простой. Наконец, описание взаимосвязей может корректироваться преподавателем в зависимости от педагогических условий: типа учебного заведения, специальности, на которой ведется преподавание, от целей изучения дисциплины, конкретных целей составления графа, особенностей контингента студентов и т. д.

Библиографический список

1. Афанасьев, В. В. Теория вероятностей в вопросах и задачах [Текст] : учебное пособие. – Ярославль : Изд-во ЯГПУ, 2004.
2. Шиханович, Ю. А. Введение в современную математику (начальные понятия) [Текст]. – М. : Наука, 1965.
3. Скоробогатова, Н. В. Наглядное моделирование профессионально-ориентированных математических задач в обучении математике студентов инженерных направлений технических вузов [Текст] : дис. … канд. пед. наук : 13.00.02. – Ярославль, 2006. – 183 с.
4. Бутырин, П. А. Электротехника [Текст] : учебник для нач. проф. образования. – М. : Академия, 2007.
5. Чистоедов, Л. А. Электротехника: программирование [Текст] : учебное пособие для техникумов ж.-д. трансп. – М. : Высш. шк., 1989.

Bibliograficheskij spisok

1. Afanas'ev, V. V. Teoriya veroyatnostej v voprosakh i zadachakh [Tekst] : uchebnoe posobie. – YAroslavl' : Izd-vo YAGPU, 2004.
2. SHikhanovich, YU. A. Vvedenie v sovremennuyu matematiku (nachal'nye ponyatiya) [Tekst]. – M. : Nauka, 1965
3. Skorobogatova, N. V. Naglyadnoe modelirovanie professional'no-orientirovannykh matematicheskikh zadach v obuchenii matematike studentov inzhenernykh napravlenij tekhnicheskikh vuzov [Tekst] : dis. … kand. ped. nauk : 13.00.02. – YAroslavl', 2006. – 183 s.
4. Butyrin, P. A. EHlektrotekhnika [Tekst] : uchebnik dlya nach. prof. obrazovaniya. – M. : Akademiya, 2007.
5. CHistoedov, L. A. EHlektrotekhnika: programmirovanie [Tekst] : uchebnoe posobie dlya tekhnikumov zh.-d. transp. – M. : Vyssh. shk., 1989.