УДК 51

М. С. Шодиев

Реальность математических представлений в процессе обучения и ее исторический аспект

Анализ истории возникновения начальных математических представлений позволяет сделать вывод о том, что математические знания возникли из практического опыта, и являются моделями объектов реальной действительности. В данной статье рассматриваются исторические аспекты использования методической реальности математических представлений при изучении предмета математики.

Ключевые слова: математика, методическая реальность, исторический аспект, педагогика, методика.

M. S. Shodiev

Reality of mathematical presentations during study and its historical aspect

The analysis of history of appearance of the initial mathematical presentations allows to illustrate the fact that mathematical knowledge appeared from the practical experience, and was a mathematical model of objects of the real reality. In the given article are briefly considered historical aspects of the use of the methodical reality of mathematical representations during study of the subject of Mathematics.

Key words: Mathematics, methodical reality, historical aspects, pedagogics, methods.

Прежде всего, следует отметить, что процесс обучения математике нельзя отделить от возникновения, состояния и развития самого математического знания.

Образцы математических знаний, дошедшие до наших дней, свидетельствуют о практическом характере математики античности. Папирусы и клинописные таблички являются пособиями для решения задач, возникающих в практической деятельности человека. Сохранившиеся памятники древности свидетельствуют о том, что представления человека о пространственных формах и количественных отношениях формировались в процессе освоения реального мира: изготовление орудий труда и охоты, способы ориентации, сооружение жилищ и т. д. Развитию математических и геометрических представлений содействовало развитие различных видов ремесел. К примеру, гончарного, а также связанных со строительством и земледелием.

На основе анализа истории возникновения начальных математических представлений можно сделать вывод о том, что математические знания возникли из практического опыта, и являются математическими моделями объектов реальной действительности, т. е. объективная реальность является источником возникновения и развития математического познания человека, и самой математики как науки, и, соответственно, математики – учебного предмета.

Формирование математической науки, как правило, исторически связывается в первую очередь с научным творчеством ученых Древней Греции. Именно древнегреческая наука выработала дедуктивный способ построения математических теорий. Однако экономика общества, основанная на рабском труде, диктовала и соответствующие моральные нормы: производительный труд свободных граждан считался занятием презренным. Рабство стимулировало возникновение и закрепление представлений о производительном труде как деле, недостойном свободных граждан. Следствием этого явилась (впервые в истории математики) ситуация, сложившаяся в древнегреческой математике, – пренебрежение к прикладным аспектам использования математических знаний и доминирование абстрактных проблем и задач «чистой» математики.

Древнегреческая и эллинистическая математика представляет собой один из самых ранних примеров становления математики как науки и образования в ней всех ее составных частей. Главными особенностями античной математики являются возникновение, бурный рост и приостановка развития ряда математических теорий. Оторванность результатов теории от практики, узость их геометрической формы предопределили ограниченность области и времени их развития. Внутренние противоречия развития математики в период их усиления совпали с неблагоприятными общественно-политическими условиями распада рабовладельческого строя. Так, экономические факторы конца рабовладельческой экономической формации оказались, в конечном счете, определяющей причиной временной приостановки и практического развития математики.

В VIII−XV вв. математика развивается на Ближнем и Среднем Востоке. Величайшим вкладом мусульманских ученых в математику стало распространение десятичной системы исчисления, которая очень быстро получила признание во всем мире. Вместе с цифрами европейцами были заимствованы и новые термины. Французское слово chiffre («цифра», «шифр, код»), немецкое ziffer («цифра», «шифр, код»), английское cipher («цифра», «шифр, код», «ноль», «ничто»), так же как французское zero («ноль», «ничто») и английское zero («ноль», «ничто») произошли от арабского «сыфр», что означает «пустой». Видным представителем мусульманской науки был персидско-таджикский ученый Мухаммад аль-Хорезми (780−850 гг.). От названия его книги «Хисаб аль-джабрва-л-мукабала» произошел термин «алгебра», за которым закрепилось значение науки об уравнениях. Слово «алгоритм» происходит от латинизированного варианта имени ученого. В своей «Алгебре» ал-Хорезми дает классификацию уравнений 1-й и 2-й степени и выделяет шесть видов:

1) $ax^2=bx$ – *«квадраты равны корням»;*
2) $ax^2=c$ – *«квадраты равны числу»;*
3) $ax=c$ – *«корни равны числу»;*
4) $ax^2+bx=c$ – *«квадраты и корни равны числу»;*
5) $ax^2+c=bx$ – *«квадраты и числа равны корням»;*
6) $bx+c=ax^2$ – *«корни и числа равны квадрату»;*

Новые способы решения алгебраических уравнений описываются другим великим таджикским энциклопедистом Омаром Хайямом (1048−1123). Омар Хайям линейные уравнения с одним неизвестным, квадратные и кубические разделил на три группы и двадцать пять видов [7, с. 113]:

1. $x=a;$
2. $x^2=a;$
3. $x^3=a;$
4. $x^2=bx;$
5. $ax^2=bx^3;$
6. $bx=x^3;$
7. $x^2+bx=c;$
8. $x^2+a=bx;$
9. $x^2=bx+a;$
10. $x^3+ax^2=bx;$
11. $x^2+bx=c;$
12, $x^3=ax^2+bx;$
13. $x^3+bx=a;$
14.$x^3+a=bx;$
15. $x^3=bx+a;$
16. $x^2=cx^3;$
17. $x^3+a=cx;$
18. $x^3=cx^2;$
19. $x^3+cx^2+bx=a;$
20. $x^3+cx^2+a=bx;$
21. $x^3+bx+a=cx^2;$
22. $x^3+cx^2=bx+a;$
23. $x^3+bx=cx^2;$
24. $x^3+a=cx^2;$
25. $x^3=cx^2+bx+a;$

Средневековые мусульманские ученые особое внимание уделяли также вопросам геометрии и тригонометрии. Основные положения этой науки лежали на базе астрономических исследований того периода, и с развитием астрономии развивались геометрия и тригонометрия. Например, в известной книге персидско-таджикского энциклопедиста Абурайхана Беруни (973−1048) «Китоб-ут-тафхим», которая изложена в виде вопросов и ответов, отдельная глава отражает основные геометрические понятия. Например, в ответе 64-го вопроса, где «во внутри сферы и сколько фигур могут расположиться?», он объясняет, что их пять-**куб** (атом земли подобен кубу), **икосаэдр** (атом воды подобен икосаэдру), **октаэдр** (атом воздуха подобен октаэдру), **тетраэдр** (атом пламя подобен тетраэдру), и **додекаэдр** (атом мира подобен додекаэдру) [1].

Известный таджикский энциклопедист Абу Али ибн Сино (Авиценна), прославившийся своим «Каноном врачебной науки», наряду с другими отраслями знаний своего времени особое внимание уделял вопросами математики и астрономии [2].

Для нового подъема математической науки был нужен новый подъем производительных сил человеческого общества. В Европе и в районе Средиземноморья этот принципиально новый подъем наступил только спустя много веков, начиная с эпохи так называемого Возрождения…» [5, с. 95].

В этот период теоретическое и прикладное направления математики тесно взаимосвязаны и непрерывно взаимодействуют друг с другом. Это объясняется тем, что многие крупнейшие ученые этого времени (И. Ньютон, Л. Эйлер, Ж. Лагранж, а позднее и К. Гаусс, О. Коши, Б. Риман, А. Пуанкаре, П. Л. Чебышев и др.) были одновременно математиками, механиками, физиками, астрономами и т. д. В их исследованиях разрабатываются и теоретические проблемы математики и ее прикладные направления.

Причиной возникновения и развития теоретико-множественного направления в математике было то, что в математике к этому времени накопилась совокупность недостаточно увязанных друг с другом фактов и теорий, которые не имели надежного обоснования для дальнейшего развития. На основе теоретико-множественного подхода устранялись накопившиеся противоречия: на этом фундаменте было осуществлено построение важнейших математических теорий и направлений (логическое построение геометрии, создание теории групп и т. д.). Достижения прикладной математики в этот период (период бурного развития теоретической математики) оказались в тени ярких успехов математики в ее теоретических разделах. В этих условиях постепенно и складывалась в обучении математике ситуация, когда «отвлечение» «царицы наук» в сторону применений математики в реальной деятельности людей стала скорее исключением, чем общим правилом. Абстрактные и чисто математические задачи и упражнения заняли весьма существенное место, а затем стали играть и доминирующую роль в процессе обучения математике. При этом вскоре стало достаточно очевидным нарастание следующих тенденций: 1) отставание и несоответствие содержания школьных курсов математики достижениям современной математики; 2) формально-схоластический характер преподавания математики – изоляция обучения математике от окружающей жизни.

Негативное отношение к данной сложившейся ситуации высказывали многие известные математики и методисты. «Совершенно нетерпимо, когда математик преподает математику без ее применений … Это шизофрения имеет глубокие корни. Разрыв возник в конце прошлого столетия и продолжает расширяться вследствие современного развития, особенно вследствие проникновения теоретико-множественной терминологии и новых формулировок в математику…» − замечает Г. Фройденталь [6, с. 105−106]. Вследствие сложившегося в преподавании математики разрыва между чистой математикой и прикладными направлениями математической науки удельный вес абстрактной, оторванной от жизненных реалий математики непрерывно возрастал.

В дальнейшем линия усиления связи обучения математике с жизнью, использования политехнической направленности математического образования, прикладной и практической направленности обучения математике получала свое одобрение и дальнейшее развитие фактически на всех последующих этапах развития теории и методики обучения математике.

Возникновение и развитие кибернетики, теории автоматического регулирования, исследования операций, появления информатики и ЭВМ и т. д. обусловили лавинообразное увеличение объема разнообразных применений математики в деятельности человека. Математика обогатилась новыми чертами: а) алгоритмизация; б) повышение роли общих математических структур, связанных с итерациями, методами возмущений, теорией устойчивости и т. д.; в) анализ математических моделей; г) усиление роли вероятностных концепций; д) распространение идеи оптимальности; е) значительное развитие и широкое применение методов дискретной математики и т. д.

Все это привело к изменению и перераспределению значимости теоретической и прикладной математики. По сравнению с периодом доминирования теоретико-множественного направления в данный период «внешние» достижения математики представляются даже более внушительными и грандиозными, чем достижения «внутренние».

На следующем этапе реформы математического образования был осуществлен отказ от теоретико-множественного подхода в обучении математике как фундамента, на основе которого осуществляется построение школьного курса математики и, соответственно, процесса обучения. Но при этом усиливается линия практической и прикладной направленности обучения математике. В новых курсах школьной математики большинство вводимых понятий формулируется на содержательном уровне и естественным образом включается в теорию. Это соответственно усиливает прикладное содержание школьного курса математики, делает его менее абстрактным и формализованным и позволяет время, высвободившееся за счет отказа от изучения формальных конструкций и понятий, направить на формирование и развитие практических навыков. В то же время были сохранены такие достижения реформы шестидесятых годов, как введение и использование в школьном курсе понятий интеграла и производной, вектора, тригонометрических функций числового аргумента и т. д.

В последнее десятилетие существования Советского Союза, в новой учебной программе по математике (1985 г.) предпринимается попытка разгрузить содержание обучения и усилить практическую направленность школьного процесса. В структуре программы появился раздел «Межпредметные связи». Введен новый курс «Основы информатики и вычислительной техники», который повышает уровень прикладной направленности курса математики средней школы. При этом специалистами в области преподавания математики ставилась задача решить, например, такие вопросы, как: а) усиление практической направленности школьного курса математики; б) разработка проблем комплексного изучения таких предметов школьного курса, как математика и физика, математика и информатика; в) широкое использование вычислительной техники в преподавании математики; г) разработка проблем преподавания отдельных вопросов дискретной математики в школе, поскольку эти вопросы приобретают особое значение в использовании ЭВМ; д) «гуманитаризация» школьного курса математики, т. е. ее применениях в гуманитарных науках.

Таким образом, можно заметить, что анализ истории возникновения начальных математических представлений, опирающийся на исследование памятников древности, начиная с раннего палеолита, позволяет сделать вывод о том, что математические знания возникли из практического опыта, и являются математическими моделями объектов реальной действительности. Реальность является источником возникновения и развития математического познания человека: и самой математики как науки, и, соответственно, математики – учебного предмета.

Начиная с античного периода развития математического познания – периода начала дедуктивного формирования математической науки, который связывается с научным творчеством древнегреческих и эллинистических ученых, − в обучении математике постепенно складывалась ситуация, когда прикладные аспекты использования математических знаний в человеческой деятельности периодически уступали доминирующей роли проблемам и задачам «чистой» математики.

В дальнейшем линия усиления связи обучения математике с жизнью, политехнической направленностью математического образования, прикладной и практической направленности обучения математике, использования явлений реальности в обучении математике стала одним из наиболее приоритетных направлений теории и методики обучения математике фактически на всех последующих этапах ее развития.

Библиографический список

1. Беруни Абу Райхан. Китоб-ут-тафхим [Текст] / Абу Райхан Беруни. − Душанбе: Дониш, 1973. – 287 с.

2. Комили, А. Ш., Сатторов, А. Э. О математическом наследии Ибн Сино (Авиценны) [Текст] / А. Ш. Комили, А. Э. Сатторов. – Душанбе : Нодир, 2005. – 72 с.

3. Комили, А. Ш., Шукурзод, Т. А., Шодиев, М. С. Методы использования исторических задач на уроках математики и физики [Текст] / А. Ш. Комили, Т. А. Шукурзод, М. С. Шодиев. – Тегеран, 1388 (2009) – 86 с. (на персидском языке).

4. Рузавин, Г. И. О природе математического знания. (Очерки по методологии математики.) [Текст] / Г. И. Рузавин. – М.: Мысль, 1968. − 302с.

5. Рыбников, К. А. Возникновение и развитие математических знаний [Текст] / К. А. Рыбников. − М. : Просвещение, 1988. − 160с.

6. Фройденталь, Г. Математика как педагогическая задача [Текст] / Г. Фройденталь. − М. : Просвещение, 1983. − 192с.

7. Хайям Омар. Трактаты [Текст] / Пер. с араб, и вступ. статья Б. А. Розенфельда − М. : Восточная литература, 1961. − 338 с.

Bibliograficheskij spisok

1. Beruni Abu Rajhan. Kitob-ut-tafhim [Tekst] / Abu Rajhan Beruni. − Dushanbe: Donish, 1973. – 287 s.

2. Komili, A. Sh., Sattorov, A. Je. O matematicheskom nasledii Ibn Sino (Avicenny) [Tekst] / A. Sh. Komili, A. Je. Sattorov. – Dushanbe : Nodir, 2005. – 72 s.

3. Komili, A. Sh., Shukurzod, T. A., Shodiev, M. S. Metody ispol'zovanija istoricheskih zadach na urokah matematiki i fiziki [Tekst] / A. Sh. Komili, T. A. Shukurzod, M. S. Shodiev. – Tegeran, 1388 (2009) – 86 s. (na persidskom jazyke).

4. Ruzavin, G. I. O prirode matematicheskogo znanija. (Ocherki po metodologii matematiki.) [Tekst] / G. I. Ruzavin. – M.: Mysl', 1968. − 302s.

5. Rybnikov, K. A. Vozniknovenie i razvitie matematicheskih znanij [Tekst] / K. A. Rybnikov. − M. : Prosveshhenie, 1988. − 160s.

6. Frojdental', G. Matematika kak pedagogicheskaja zadacha [Tekst] / G. Frojdental'. − M. : Prosveshhenie, 1983. − 192s.

7. Hajjam Omar. Traktaty [Tekst] / Per. s arab, i vstup. stat'ja B. A. Rozenfel'da − M. : Vostochnaja literatura, 1961. − 338 s.