

С. С. Елифантьева, А. В. Ястребов

Феномен дополнительной функции педагогического инструмента как фактор целостности разветвленного математического курса

В статье рассматриваются несколько проявлений феномена дополнительной функции педагогического инструмента: многофункциональность упражнения, многофакторность умения, бифункциональные задачи. В данном случае под педагогическим инструментом понимается совокупность компонентов педагогического процесса, оказывающих воздействие на образовательный результат. В свою очередь феномен дополнительной функции педагогического инструмента заключается в том, что помимо основной функции, ради выполнения которой инструмент проектировался, ему объективно присуща другая дополнительная функция, даже если она изначально не планировалась. Вопрос освещается применительно к дисциплине профессионального цикла «Математика» основной образовательной программы по профилю «Начальное образование». Особенности данной дисциплины является длительность изучения и разнотипность изучаемых разделов, что отрицательно сказывается на освоении студентами курса в целом. Для разрешения возникшей проблемы предлагается целенаправленно трансформировать задачный материал с целью выполнения им дополнительных функций. В качестве примера в статье представлена разработанная авторами система бифункциональных задач по теме «Делимость натуральных чисел», дополнительной функцией которых является повторение ранее пройденного материала и рассмотрение его в новом контексте. Авторы полагают, что предложенный подход будет способствовать восприятию курса математики как единой, целостной и устойчивой во времени системы знаний и повысит качество математической подготовки будущих учителей начальных классов.

Ключевые слова: дополнительная функция педагогического инструмента, многофункциональность упражнения, многофакторность умения, бифункциональные задачи, повторение.

S. S. Elifantieva, A. V. Yastrebov

The Phenomenon of the Additional Function of the Pedagogical Means as a Factor of Integrity of the Branched Mathematical Course

In the article some results of the phenomenon of the additional function of the pedagogical means are considered: multifunctionality of the exercise, an ability of multifactoriness, bifunctional sums. In this case the pedagogical means is understood as a set of components of the pedagogical process influencing the educational result. In its turn the phenomenon of the additional function of the pedagogical means is, besides its main function for realization of which it was projected, that it obviously has another additional function even if it wasn't initially planned. The question is highlighted with the purpose of implying to the discipline of the professional cycle "Mathematics" of the main educational programme on "the Primary education" profile. Features of this discipline are duration of study and different types of studied parts making a negative effect on understanding of the course in whole by students. To solve this problem it is offered to transform purposefully a material of sums with the purpose it can have additional functions. As an example the system of bifunctional tasks developed by the authors is presented in the article on the subject "Divisibility of Natural Numbers" their additional function is a review of the studied material and its consideration in a new context. The authors believe that the offered approach will promote understanding of the course of Mathematics as a complete and steady in time system of knowledge, and will increase quality of mathematical training of future elementary school teachers.

Keywords: an additional function of the pedagogical means, multifunctionality of exercise, an ability of multifactoriness, bifunctional sums, review.

1. Постановка задачи

Курс «Математика» является одним из важнейших компонентов профессионального цикла, реализуемого в рамках основной образовательной программы по профилю «Начальное образование».

Об этом красноречиво говорит тот факт, что математика изучается на протяжении *всех четырех лет* подготовки бакалавров данного направления (таблица 1).

Таблица 1

№	Раздел курса	Семестр изучения
1	Математика как наука	1

© Елифантьева С. С., Ястребов А. В., 2014

2	Элементы теории множеств	1
3	Элементы комбинаторики и теории вероятностей	1
4	Элементы математической логики	2
5	Выражения, числовые равенства и неравенства, уравнения	2
6	Элементы алгебры: отношения и соответствия, алгебраические операции	2
7	Теоретико-множественный смысл натурального числа, нуля и операций над числами	3
8	Натуральное число как мера величины	3
9	Аксиоматическое построение системы натуральных чисел	4
10	Делимость натуральных чисел	4
11	Запись целых неотрицательных чисел и алгоритмы действий над ними	5
12	Расширение числового запаса	6
13	Элементы геометрии	7, 8
14	Величины и их измерение	8

Помимо длительности срока изучения, обращает на себя внимание *разнотипность* изучаемых разделов. Они относятся к арифметике (разд. 8, 9, 10, 11), алгебре (разд. 5, 6, 12), геометрии (разд. 13, 14), стохастике (разд. 3), основаниям математики (разд. 1, 2, 4, 7).

Две отмеченные особенности – длительность изучения и разнотипность разделов – оказывают отрицательное воздействие на восприятие студентами курса в целом. Существует опасность, что часть студентов может воспринять математику как совокупность разделов, мало связанных друг с другом. Практика показывает, что студенты хорошо решают задачи изучаемого раздела, однако испытывают серьезные затруднения при решении задач из ранее пройденных разделов. Между тем, изучение курса математики следует считать удачным только в том случае, если он воспринимается студентами как единая, целостная система знаний, если эта система знаний устойчива во времени и если ее элементы легко воспроизводятся в памяти.

Все сказанное порождает *проблему*: каким должен быть тот *педагогический инструмент*, который снимет отрицательное воздействие двух упомянутых особенностей курса математики?

Отметим, что в рамках данной статьи под педагогическим инструментом мы будем понимать то же самое, что и в статье [2], то есть совокупность компонентов педагогического процесса, оказывающих воздействие на образовательный результат: задачу, систему задач и т. д.

2. Бифункциональные задачи и их использование для снятия противоречия

Общий подход к проблеме может базироваться на использовании феномена дополнительной функции педагогического инструмента, который описывается следующим образом: помимо основной функции, ради выполнения которой инструмент проектировался, создавался и применялся, ему объективно присуща другая, допол-

нительная функция, наличие которой изначально не предполагалось и уж тем более не планировалось [2]. Вместе с тем математический материал часто допускает его целенаправленную трансформацию с целью выполнения им дополнительных, необходимых преподавателю по тем или иным причинам функций. Проявлениями этого феномена являются многофункциональность упражнения и многофакторность умения, описанные в статье [3]. Многофункциональность упражнения означает, что упражнение формирует, как правило, не одно умение, а целую группу умений. Многофакторность умения означает, что умение формируется, как правило, под воздействием многих разнохарактерных упражнений. Наконец, в работе [1] описаны бифункциональные задачи, то есть такие задачи, которые формируют не только то основное умение, ради чего они предлагаются обучающимся, но и другое умение, формирование или восстановление которого желательно по тем или иным причинам.

Предложим систему составленных нами бифункциональных задач по теме «Делимость натуральных чисел», дополнительной функцией которых является повторение ранее изученных разделов курса математики. **Основное утверждение** статьи состоит в следующем: предлагаемая система задач способствует восприятию курса математики как целостной системы знаний, устойчивости полученных знаний во времени, способности применять ранее полученные знания в новой ситуации.

«Делимость натуральных чисел» и «Элементы теории множеств»

Задача 1.1. Задайте двумя способами следующие множества: а) A – множество делителей числа 24; б) B – множество чисел, кратных 6 и меньших 18. В каком отношении находятся данные множества?

Решение. В процессе решения задачи студент перечисляет делители числа 24 и записывает их множество в виде $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$. Кроме того, студент пользуется определением кратности и записывает искомое множество в виде $B = \{6, 12\}$. Наконец, используя определение подмножества, студент получает соотношение $B \subset A$.

Таким образом, в процессе решения задачи используются знания как по *изучаемой* теме, так и по *ранее изученной* теме. Сразу скажем, что тем же свойством обладают все нижеследующие задачи 1.2 – 1.5.

Задача 1.2. Составьте подмножество множества $X = \{130, 234, 387, 425, 621, 765, 990\}$,

Номер задачи	Изучаемый материал	Повторяемый материал
Задача 1.1	Понятия делителя и кратного.	Способы задания множеств. Отношения между множествами.
Задача 1.2	Признаки делимости на 2, 3, 5 и 9.	Понятие подмножества.
Задача 1.3	Понятие составного числа. Понятие делителя.	Отношения между множествами.
Задача 1.4	Понятия делителя и кратного.	Операции над множествами (пересечение, объединение, разность множеств).
Задача 1.5	Понятие простого числа. Понятие кратного.	Операции над множествами (декартово умножение множеств).

**«Делимость натуральных чисел»
и «Элементы комбинаторики
и теории вероятностей»**

Задача 2.1. Сколько различных четырехзначных чисел можно составить из цифр 1, 3, 7, 8 при условии, что ни одна из цифр не повторяется? Перечислите те из этих чисел, которые будут делиться на 2.

Решение. По определению перестановки количество различных четырехзначных чисел равно $P_4 = 4! = 24$. На 2 делятся те и только те из них, которые оканчиваются на цифру 8. Таких чисел 6.

Вновь мы видим, что в процессе решения задачи используются знания как по *изучаемой* те-

Номер задачи	Изучаемый материал	Повторяемый материал
Задача 2.1	Признак делимости на 2.	Перестановки без повторов.
Задача 2.2	Признак делимости на 5.	Размещения без повторов.
Задача 2.3	Понятие простого числа.	Определение вероятности.
Задача 2.4	Понятие кратного.	Теорема умножения вероятностей.

«Делимость натуральных чисел» и «Элементы математической логики»

Задача 3.1. Определите значения истинности следующих высказываний и постройте их отрицания: а) «Наибольший общий делитель чисел 84, 110, 198 равен 2 и число 110 относится к нечетным числам»; б) «Числа 10 и 33 не являются

содержащее числа, которые а) делятся на 2 и на 3; б) делятся на 5 и не делятся на 3; в) делятся на 9 и не делятся на 2.

Задача 1.3. Выясните, в каком отношении находятся множества P и Q , если P – множество составных однозначных чисел, а Q – множество делителей числа 8.

Задача 1.4. Найдите пересечение, объединение и разность множеств C и D , если C – множество делителей числа 16, а D – множество однозначных чисел, кратных 2.

Задача 1.5. Найдите декартово произведение множеств M и N , если M – множество простых однозначных чисел, а N – множество однозначных чисел, кратных 4.

ме, так и по *ранее изученной* теме. Сразу скажем, что тем же свойством обладают все нижеследующие задачи 2.2 – 2.4.

Задача 2.2. Сколько можно составить различных трехзначных чисел из цифр 2, 5, 6 и 9, если цифры не могут повторяться? Назовите те из них, которые будут делиться на 5.

Задача 2.3. Наудачу выбрано натуральное число, не превосходящее 15. Какова вероятность того, что это число окажется простым?

Задача 2.4. Игральный кубик бросают два раза. Какова вероятность того, что первый раз выпадет число кратное 2, а второй раз – число кратное 3.

взаимно простыми или наименьшее общее кратное чисел 54 и 60 превышает число 270».

Решение задачи 3.1(а). Высказывание «НОД(84, 110, 198) = 2» истинно, и в этом легко убедиться, разложив эти числа на простые множители. Высказывание «Число 110 нечетно» ложно, что очевидно. Конъюнкция истинного и

ложного высказывания ложна, что следует из определения конъюнкции.

В третий раз мы видим, что в процессе решения задачи используются знания как по *изучаемой* теме, так и по *ранее изученной* теме. Сразу скажем, что тем же свойством обладают все ниже следующие задачи 3.2 – 3.5.

Задача 3.2. Докажите или опровергните следующие утверждения: а) «Некоторые натуральные числа имеют ровно четыре делителя»; б) «Все двузначные числа являются составными». Постройте отрицания данных утверждений.

Задача 3.3. Установите, в каком отношении находятся следующие предложения.

1. а) Число x делится на 3. б) Число x делится на 6.

2. а) Число x делится на 8. б) Число x делится на 2 и на 4.

Задача 3.4. Вставьте вместо многоточия одно из пропущенных слов: «необходимо», «достаточно», «необходимо и достаточно» так, чтобы получилось истинное высказывание:

а) для того, чтобы число делилось на 10, ..., чтобы его десятичная запись оканчивалась цифрой 0;

б) для того, чтобы сумма чисел делилась на 7, ..., чтобы каждое слагаемое делилось на 7.

Задача 3.5. а) Используя правило заключения, закончите умозаключение так, чтобы оно было дедуктивным: «Если число x делится на 9, то и сумма его цифр делится на 9. Число 3276 ...»

б) Используя правило отрицания, закончите умозаключение так, чтобы оно было дедуктивным: «Если число x делится на 9, то и сумма его цифр делится на 9. Сумма цифр числа 5914 ...»

Номер задачи	Изучаемый материал	Повторяемый материал
Задача 3.1	Понятие четных и нечетных чисел. Понятие взаимно простых чисел. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное.	Конъюнкция и дизъюнкция высказываний. Значения истинности высказываний. Построение отрицаний конъюнкции и дизъюнкции.
Задача 3.2	Понятие делителя. Понятие составного числа.	Кванторы всеобщности и существования. Доказательство и опровержение утверждений с кванторами. Построение отрицаний утверждений с кванторами.
Задача 3.3	Отношение делимости.	Следование и равносильность предложений.
Задача 3.4	Признак делимости на 10. Теорема о делимости суммы и следствия из нее.	Необходимые и достаточные условия.
Задача 3.5	Признак делимости на 9	Схемы дедуктивных умозаключений.

«Делимость натуральных чисел» и «Элементы алгебры: отношения и соответствия».

Задача 4.1. Постройте ориентированный граф отношения « x – делитель y », заданного на множестве $E = \{3, 9, 12, 18, 24\}$. Укажите свойства данного отношения. Является ли данное отношение

а) отношением эквивалентности?

б) отношением порядка?

Задача 4.2. Между множествами $X = \{15, 20, 28\}$ и $Y = \{4, 5\}$ установлено соответствие «число x кратно числу y », где $x \in X$, $y \in Y$. Запишите все пары чисел, находящихся в заданном соответствии. Будет ли данное соответствие взаимно однозначным?

Номер задачи	Изучаемый материал	Повторяемый материал
Задача 4.1	Понятие делителя.	Понятие отношения. Способы задания отношений. Свойства отношений. Отношение эквивалентности и отношение порядка.
Задача 4.2	Понятие кратного.	Понятие соответствия. Способы задания соответствий. Взаимно однозначные соответствия.

Некоторые общие выводы. В статье был рассмотрен один из аспектов, касающийся повышения качества математической подготовки будущих учителей начальных классов. Глубокое и

прочное усвоение математического материала требует неоднократного возвращения к нему и рассмотрения его в разных контекстах и связках. Нами был предложен прием, который можно ис-

пользовать как при изучении нового материала, так и при повторении ранее изученного материала. Прием хорош тем, что повторение предыдущего, сколь угодно давно изученного материала происходит без отрыва от материала, изучаемого сегодня. Кроме того такое пересечение всякий раз позволяет студентам посмотреть на свои знания немного с другой точки зрения.

Библиографический список

1. Елифантьева, С. С. Технология изучения элементов математической логики в основной школе [Текст]: дис. ... канд. пед. наук / С.С. Елифантьева. – Ярославль, 2006. – 227 с.

2. Зуева, М. Л., Ястребов А. В. Феномен дополнительной функции педагогического инструмента [Текст] / М.Л. Зуева // Ярославский педагогический вестник. Психолого-педагогические науки: научный журнал. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2010. – № 2. – С. 126–130.

3. Ястребов, А. В. Многофункциональность упражнения и многофакторность умения [Текст] / А.В. Ястребов // Ярославский педагогический вестник. – 2000. – № 2. – С. 133–139.

Bibliograficheskij spisok

1. Elifant'eva, S. S. Tekhnologiya izucheniya ehlementov matematicheskoy logiki v osnovnoj shkole [Tekst]: dis. ... kand. ped. nauk / S.S. Elifant'eva. – YAroslavl', 2006. – 227 s.

2. Zueva, M. L., YAstrebov A. V. Fenomen dopolnitel'noj funktsii pedagogicheskogo instrumenta [Tekst] / M.L. Zueva // YAroslavskij pedagogicheskij vestnik. Psikhologo-pedagogicheskie nauki: nauchnyj zhurnal. – YAroslavl': Izd-vo YAGPU, 2010. – № 2. – S. 126–130.

3. YAstrebov, A. V. Mnogofunktsional'nost' uprazhneniya i mnogofaktornost' umeniya [Tekst] / A.V. YAstrebov // YAroslavskij pedagogicheskij vestnik. – 2000. – № 2. – S. 133–139.