

Р. М. Асланов, А. С. Безручко

### Проектирование курса дифференциальных уравнений в содержании подготовки будущего учителя математики в условиях информатизации

В данной статье рассмотрено содержание курса дифференциальных уравнений с учетом возможностей, которые реализуются с помощью компьютерных программ. Содержание курса должно отражать три основных направления, которые сложились в ходе его исторического развития: изучение основных типов дифференциальных уравнений и аналитических методов их решения; изучение приближенных методов решения; реализация прикладной направленности; изучение компьютерных программ, реализующих решение дифференциальных уравнений. Компьютерные программы используются только для компьютерно-ориентированных задач. В качестве компьютерно-ориентированных задач в курсе дифференциальных уравнений рассматриваются задачи, при решении которых требуется применение приближенных методов решения, в том числе и прикладные задачи (решаемые графическими и численными методами). Содержание, организованное подобным образом, позволит включить в изучение данного курса больше задач прикладного характера – тем самым увеличив прикладную направленность курса, рассмотреть возможности применения компьютерных программ при решении дифференциальных уравнений, реализовать методы решения, которые до появления компьютерных программ требовали больших затрат времени (численные и графические методы), научить студентов моделировать различные процессы и явления, описываемые дифференциальными уравнениями.

**Ключевые слова:** дифференциальные уравнения, содержание обучения, компьютерные программы, прикладная направленность.

R. M. Aslanov, A. S. Bezruchko

### Design of the Differential Equations Course in the Content of Training of the Mathematics Future Teacher in Conditions of Informatization

In this article it is considered the contents of the differential equations course taking into account opportunities which are realized with the help of computer programmes. The contents of the course has to reflect three main directions which developed during its historical development: studying of the main types of the differential equations and analytical methods of their solution; studying of approximate methods of solution; realization of the applied orientation; studying of computer programmes of the differential equations realizing their solution. Computer programmes are used only for the computer focused tasks. As the computer focused tasks in the course of the differential equations are regarded tasks for their solution it's necessary to use approximate methods of solution including applied tasks (solved by graphic and numerical methods). The contents organized in this way, will allow to include more problems of the applied character in studying of this course – thereby the applied orientation of the course would be increased, to consider opportunities of use of computer programmes in solution of the differential equations, to realize methods the solution of which before emergence of the computer programmes demanded great expenses of time (numerical and graphic methods), to teach students to model various processes and phenomena described by the differential equations.

**Keywords:** differential equations, the contents of training, computer programmes, applied orientation.

В настоящее время происходит информатизация всех сфер человеческой деятельности. Современное общество и его постоянно развивающаяся экономика нуждаются в целеустремленных и инициативных высококвалифицированных специалистах, умеющих грамотно использовать новые информационные технологии во всех сферах деятельности и, в первую очередь, в своей профессии. На данном фоне вдвойне важной видится информатизация профессиональной подготовки выпускников и, что особенно важно, выпускников педвуза, так как педагогическая наука и педагогическое образо-

вание должны занять опережающие позиции по отношению к образовательной практике.

К подготовке будущих учителей математики выдвигаются повышенные требования, что нельзя признать необоснованным. Подготовка будущего учителя математики должна быть организована таким образом, чтобы он смог обучать математике на требуемом уровне. Кроме фундаментальных знаний, будущие учителя должны знать и различные приложения математики, уметь моделировать различные процессы и явления, использовать современные информационные технологии в процессе решения математических задач.

Теория дифференциальных уравнений всегда была неразрывно связана с решением разнообразных прикладных задач из физики, химии, биологии, экономики, именно поэтому изучение данного курса имеет большой потенциал в формировании у студентов целостной картины взаимосвязи математики с другими науками.

Рассмотрим содержание данного курса. Б.С. Гершунский понимает под содержанием «педагогически обоснованную, логически упорядоченную научную информацию о подлежащем изучению материале, представленную в свернутом виде, определяющую содержание обучающей деятельности педагога и учебно-познавательной деятельности учащихся для достижения целей обучения» [3].

Анализ учебников и учебных пособий, которые посвящены дифференциальным уравнениям или в которых присутствует раздел, отражающий теорию дифференциальных уравнений (учебники рекомендованы при обучении в педагогических вузах), показал, что содержание данного курса разбивается на три тематических раздела: дифференциальные уравнения первого порядка, дифференциальные уравнения высших порядков, системы дифференциальных уравнений.

Хочется также отметить, что практически во всех учебных изданиях задачи прикладного характера встречаются отдельно от изучаемых типов дифференциальных уравнений, поэтому при изучении того или иного типа уравнений у студента не появляется возможности увидеть его прикладной направленности. Задачи, требующие применения компьютерных программ, в данных учебных изданиях не находят своего отражения, но у Н.М. Матвеева [4] встречается параграф, где предлагается применять микрокалькулятор для численного решения дифференциальных уравнений. В то же время весьма скромно и не во многих учебниках отражен раздел численных методов решения дифференци-

альных уравнений, связано это с тем, что данный раздел более подробно изучается в численных методах математики, и изучается отдельной дисциплиной.

Для того чтобы у студентов сложилась более полная картина данного раздела математики, содержание курса должно отражать четыре основных направления, которые сформировались в ходе его исторического развития: изучение основных типов дифференциальных уравнений и аналитических методов их решения; изучение приближенных методов решения; реализация прикладной направленности; изучение компьютерных программ, реализующих решение дифференциальных уравнений. При изучении каждого раздела целесообразно отражать все эти четыре направления.

Представим взаимосвязь трех тематических блоков и четырех направлений в виде схемы (рисунок 1). В скобках указаны формируемые компетенции согласно ФГОС ВПО по направлению подготовки 050100 [5].

Компьютерные программы используются только для компьютерно-ориентированных задач. В качестве компьютерно-ориентированных задач на наш взгляд, в курсе дифференциальных уравнений следует рассматривать задачи, при решении которых требуется применение приближенных методов решения, в том числе и прикладные задачи (решаемые графическими и численными методами).

Трудоемкость дисциплины «Дифференциальные уравнения» составляет 4 зачетные единицы. ФГОС ВПО соотносит одну зачетную единицу с 36 академическими часами. Таким образом, на изучение данной дисциплины предусматривается 144 часа, из них 72 часа аудиторной и 72 часа самостоятельной работы, в качестве формы промежуточной аттестации используется экзамен [1].

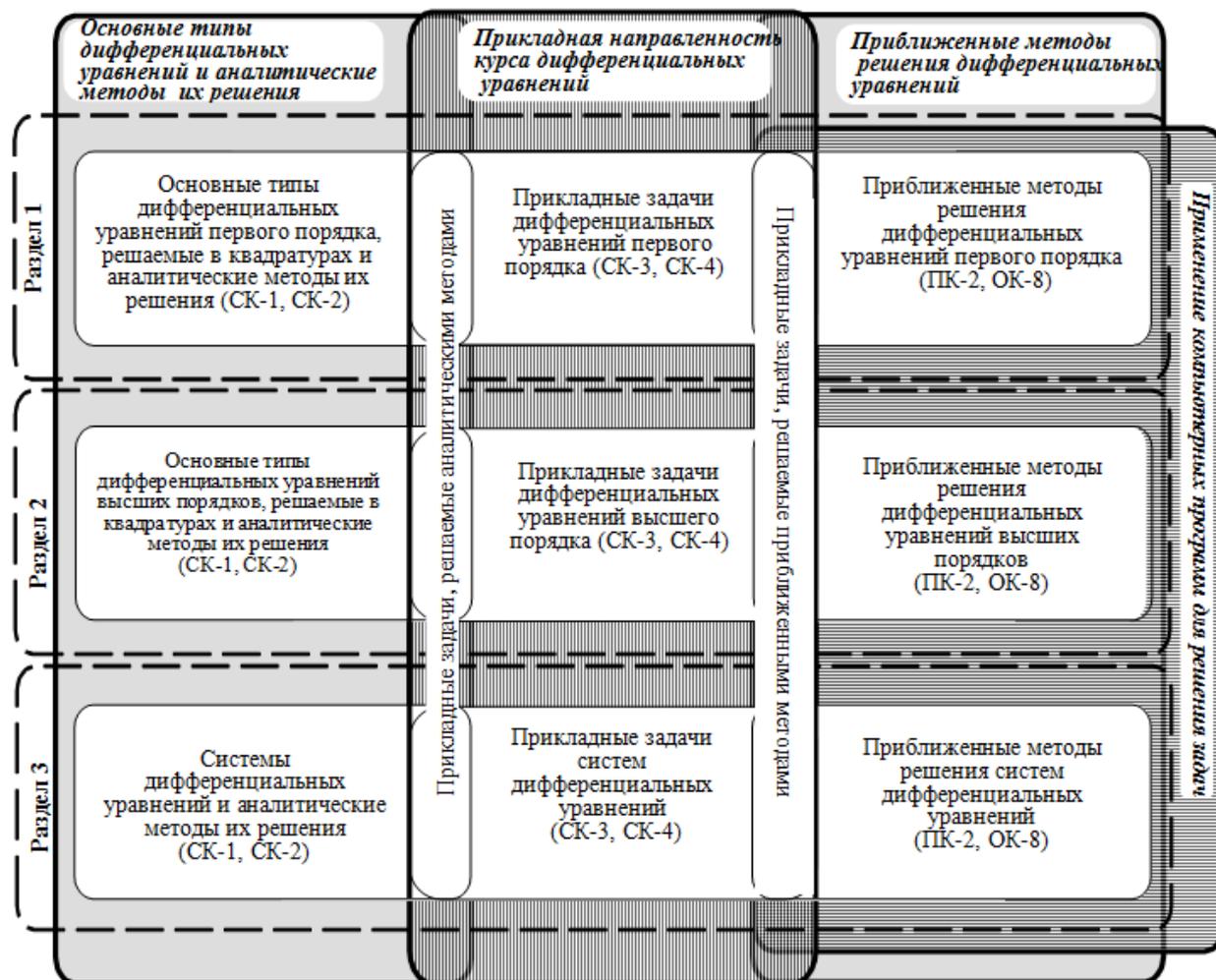


Рис. 1. Взаимосвязь основных направлений курса дифференциальных уравнений и тематических разделов

Поскольку для будущего преподавателя математики первостепенным является то содержание, которое найдет отражение в его будущей профессии, то объем часов для первого раздела (дифференциальные уравнения первого порядка) составляет 50% от общего количества аудиторных часов. Поскольку темы данного раздела наиболее часто встречаются в школьных учебниках. Для второго раздела (дифференциальные уравнения высших порядков) нами запланировано примерно 33% от общего количества аудиторных часов, так как темы данного раздела встречаются в школьном курсе, но в меньшем объеме. 11 % от общего количества аудиторных часов запланировано на изучение систем дифференциальных уравнений. Содержание данного блока не находит своего отражения в школьной программе, но в то же время является одним из важных разделов теории дифференциальных уравнений, поэтому мы считаем, что данный раздел должен

быть отражен в содержании этого курса. Оставшиеся 6 % запланированы на итоговую контрольную работу по всему изученному материалу, представления студентами творческих работ.

Отбирая темы и разделы, которые будут отражены в содержании данной дисциплины, мы, во-первых, ориентировались на тот материал, который встречается в школьном курсе, а, во-вторых, на частоту отражения того или иного материала в различных учебных изданиях. Содержание дисциплины отражено нами в трех следующих разделах [2].

*Раздел 1. Дифференциальные уравнения первого порядка (36 часов).*

*Тема 1.* Основные понятия и определения теории дифференциальных уравнений (определение обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка, дифференциальные уравнения, разрешенные относительно производной, порядок дифференциального уравнения, общее ре-

шение дифференциального уравнения, интегральная кривая дифференциального уравнения, поле направлений, изоклина), 2 часа лекций, 2 часа практических занятий.

*Тема 2.* Приближенные методы решения дифференциальных уравнений (метод изоклин для дифференциального уравнения первого порядка, метод Эйлера, метод Рунге – Кутты второго и четвертого порядков, нахождения приближенного решения дифференциального уравнения первого порядка численными методами и графическими методами, нахождение приближенного значения  $e \approx 2,71828$ ,  $\pi \approx 3,14159$ ,  $\ln 2 \approx 0,69315$ ,  $\arcsin \frac{\pi}{4} \approx 0,90334$  при помощи чис-

ленного решения дифференциальных уравнений, дифференциальное уравнение, описывающее скорость падения парашютиста с заданной массой), 2 часа лекций, 2 часа практических занятий.

*Тема 3.* Составление дифференциальных уравнений, существование и единственность задачи Коши (метод математического моделирования при решении прикладных задач, составление дифференциальных уравнений, уравнения, описывающие изменения численности популяции, закон охлаждения, закон Торричелли, задача Коши, геометрический смысл задачи Коши, теорема Коши, особое решение, геометрический смысл особого решения, огибающая, особые точки, уравнение, описывающее распад атомов), 4 часа лекций, 4 часа практических занятий.

*Тема 4.* Основные типы дифференциальных уравнений первого порядка (общий вид дифференциального уравнения с разделяющимися переменными, метод решения дифференциального уравнения с разделяющимися переменными, дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными, описывающее модель боевых действий Ф.У. Ланчестера, дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными, описывающее разложение отходов в озере, однородная функция, общий вид однородного дифференциального уравнения первого порядка, методы решения однородного дифференциального уравнения первого порядка, уравнения, приводящиеся к однородным дифференциальным уравнениям первого порядка, дифференциальное уравнение, описывающее траекторию полета, однородное дифференциальное уравнение, описывающее модель боевых действий

Ф.У. Ланчестера, общий вид линейного дифференциального уравнения первого порядка, три способа решения линейного дифференциального уравнения первого порядка, уравнение Бернулли, линейное дифференциальное уравнение первого порядка, описывающее изменения количества растворенного вещества, содержащегося в воде, общий вид уравнения в полных дифференциалах, метод решения дифференциального уравнения в полных дифференциалах, интегрирующий множитель, дифференциальные уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной, методы решения дифференциальных уравнений, не разрешенных относительно производной, уравнения Лагранжа и Клеро, методы решения уравнений Лагранжа и Клеро, геометрический смысл особого решения уравнения Клеро), 10 часов лекций, 10 часов практических занятий.

*Раздел 2. Дифференциальные уравнения высших порядков порядка (24 часа).*

*Тема 1.* Дифференциальные уравнения второго порядка (общий вид дифференциальных уравнений второго порядка (простейшие случаи понижения порядка), общее и частное решения для дифференциальных уравнений второго порядка, задача Коши для дифференциального уравнения второго порядка, виды простейших дифференциальных уравнений второго порядка и методы их интегрирования, геометрический смысл дифференциального уравнения второго порядка, метод изоклин для дифференциального уравнения второго порядка, понятие фазовой плоскости и фазовой траектории, общий вид линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, понятие характеристического уравнения, зависимость решения линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка от корней характеристического уравнения, линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка, описывающее гармонические колебания тела с заданной массой, линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка, описывающее затухающие колебания тела с заданной массой, общий вид линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, структура решения линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, нахождение частного решения

линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами в зависимости от вида правой части, линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка, описывающее колебания), 6 часов лекций, 6 часов практических занятий.

*Тема 2.* Дифференциальные уравнения высшего порядка (общий вид дифференциальных уравнений высших порядков, допускающих понижение порядка, общий вид общего и частного решений дифференциального уравнения высшего порядка, задача Коши для дифференциального уравнения высшего порядка, виды дифференциальных уравнений высших порядков, допускающих понижения порядка и способы их решения, общий вид линейного однородного дифференциального уравнения высшего порядка с постоянными коэффициентами, понятие характеристического уравнения, зависимость решения линейного однородного дифференциального уравнения высшего порядка от корней характеристического уравнения, фундаментальная система решений, определитель Вронского, формула Остроградского – Лиувилля, общий вид линейного неоднородного дифференциального уравнения высшего порядка с постоянными коэффициентами, решение линейного неоднородного дифференциального уравнения высшего порядка с постоянными коэффициентами) 6 часов лекций, 6 часов практических занятий.

*Раздел 3. Системы дифференциальных уравнений (10 часов).*

*Тема 1.* Общий вид линейной однородной системы с постоянными коэффициентами, фундаментальная система решений, существование и единственность решения задачи Коши для системы дифференциальных уравнений, фундаментальная матрица, определитель Вронского, симметрическая форма системы дифференциальных уравнений, методы решения линейной однородной системы с постоянными коэффициентами (метод Эйлера), метод вариации произвольных постоянных, геометрический смысл системы дифференциальных уравнений, интегральная кривая системы, фазовая плоскость, траектория линейной однородной системы с постоянными коэффициентами, описывающее количество соли в двух (трех) баках, связанных между собой) 4 часов лекций, 4 часа практических занятий.

Представление творческих работ – 2 часа. В качестве творческой работы студентам предлагается подобрать теоретический материал, составить и решить несколько прикладных задач, которые можно было бы предложить школьникам при изучении раздела «дифференциальные уравнения».

Контрольная работа по всему курсу – 2 часа.

Содержание, организованное подобным образом, позволит включить в изучение данного курса больше задач прикладного характера, тем самым увеличив прикладную направленность курса, рассмотреть возможности применения компьютерных программ при решении дифференциальных уравнений, реализовать методы, решение которых до появления компьютерных программ требовали больших затрат времени (численные и графические методы), научить студентов моделировать различные процессы и явления, описываемые дифференциальными уравнениями.

#### Библиографический список

1. Асланов Р.М., Синчуков А.В. Программа по курсу дифференциальных уравнений МПГУ [Текст].- 2012г.
2. Асланов Р.М., Безручко А.С. Задачник по дифференциальным уравнениям (с использованием систем компьютерной математики) [Текст] // Математика в современном мире. Материалы международной конференции, посвященной 150-летию Д.А. Граве, г. Вологда, ВГПУ, 7–10 октября 2013 г. / под ред. В.А. Тестова, проф. А.А. Фомина, доц. Г.Н. Шиловой.- Вологда.: - 2013. - С.94–95.
3. Гершунский Б.С. Философия образования для XXI века. (В поисках практико-ориентированных образовательных концепций) [Текст]. – М.: Изд-во «Совершенство», 1998. 608 с
4. Матвеев Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений [Текст]: учебное пособие. - 5-е изд., доп. - СПб.: Издательство «Лань», 2003.-832с., ил.
5. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования по направлению подготовки 050100 - Педагогическое образование (квалификации (степень) бакалавр) от 17 января 2011 года №46.

#### Bibliograficheskiy spisok

1. Aslanov R.M., Sinchukov A.V. Programma po kursu differentsial'nykh uravnenij MPGU [Tekst].-2012g.
2. Aslanov R.M., Bezruchko A.S. Zadachnik po differentsial'nym uravneniyam ( s ispol'zovaniem sistem komp'yuternoj matematiki) [Tekst] // Matematika v sovremennom mire. Materialy mezhdunarodnoj

konferentsii, posvyashhennoj 150-letiyu D.A. Grave. g. Vologda, VGPU, 7–10 oktyabrya 2013 g. / pod red. V.A. Testova, prof. A.A. Fomina, dots. G.N. SHilovoj.- Vologda.: - 2013. - S.94–95.

3. Gershunskij B.S. Filosofiya obrazovaniya dlya XXI veka. (V poiskakh praktiko-orientirovannykh obrazovatel'nykh kontseptsij) [Tekst]. M.: Izd-vo «Sovershenstvo», 1998. 608 s.

4. Matveev N.M. Metody integrirovaniya obyknovennykh differentsial'nykh uravnenij [Tekst]: ucheb-noe posobie. - 5-e izd., dop. - SPb.: Izdatel'stvo «Lan'», 2003.- 832s., il.

5. Federal'nyj gosudarstvennyj obrazovatel'-nyj standart vysshego professional'nogo obrazovaniya po napravleniyu podgotovki 050100 -Pedagogicheskoe obrazovanie (kvalifikatsii (stepen') bakalavr) ot 17 yanvari 2011 goda №46.