УДК 330.43

Е. Н. Трофимец, В. Я. Трофимец, Е. И. Смирнов

Мотивация достижения в изучении математики студентами-экономистами на основе анализа Фурье экономических временных рядов

В статье рассмотрен анализ Фурье как элемент системы информационно-аналитической подготовки специалистов экономического профиля и формирования мотивации достижения в математической деятельности. Обоснованы базовые тезисы обучения математике, конкретизирующие необходимость личностного развития будущего профессионала средствами современного математического знания, внедренного в учебный процесс. В данной статье рассмотрено преобразование Фурье в рамках *одномерного спектрального анализа*, который является обобщенным случаем гармонического анализа. Цель такого преобразования – решение задач фильтрации и прогнозирования с меньшим объемом математических вычислений. При этом исходные данные имеют дискретный характер и могут быть представлены в одном из двух вариантов: ограниченным дискретным набором данных, называемым в терминах спектрального анализа случайной последовательностью (реализацией); корреляционной функцией, описывающей дискретный экономический процесс. Перечисленные теоретические аспекты важны для практического анализа экономических временных рядов. Рассмотрение базовых дидактических единиц с последующим решением профессионально-ориентированных экономических задач позволяет, во-первых, повысить интерес студентов к изучению темы «Ряды Фурье» на фоне роста мотивации достижения результатов, а во-вторых, подготовить их к использованию профессиональных статистических пакетов.

Ключевые слова: анализ Фурье, гармонический анализ, спектральный анализ, преобразование Фурье, анализ временных рядов, информационно-аналитическая подготовка студентов-экономистов, мотивации достижения.

E. N. Trofimets, V. Ja. Trofimets, E. I. Smirnov

Fourier’s Analysis in the Educational Process of Students Economists

In the article Fourier's analysis as an element of the system of information and analytical training of specialists of the economic profile and formation of achievement motivation in the mathematical activity is considered. Basic theses of training in Mathematics, concretizing need of personal development of the future professional are proved by means of the modern mathematical knowledge introduced in the educational process. In this article Fourier's transformation within the one-dimensional spectral analysis which is a generalized case of the harmonious analysis is considered. The purpose of such transformation is the solution of problems of filtration and forecasting with a smaller volume of mathematical calculations. Thus basic data have a discrete character and can be presented in one of two options: the limited discrete data set called in terms of the spectral analysis by casual sequence (realization); the correlation function describing a discrete economic process. The regarded theoretical aspects are important for the practical analysis of economic temporary ranks. Consideration of basic didactic units with the subsequent solution of professionally-focused economic tasks allows to increase interest of students to subject "Fourier's Ranks" studying against the growth of motivation to achieve results, and secondly, to prepare them to use professional statistical packages.

Keywords: fourier's analysis, a harmonious analysis, a spectral analysis, fourier's transformation, an analysis of temporary ranks, information and analytical training of students economists, motivations of achievement.

Современное общество находится «под прессом» экспоненциального роста объема информации и углубления противоречий между ограниченными возможностями человека по восприятию и переработке информации и интенсивностью массивов потенциально доступных информационных ресурсов. Конкретный индивид не только объективно получает большое количество (в том числе бесполезной для собственного образования и развития) информации из окружающего мира, но и зачастую не в состоянии осуществить отбор и усвоение полезной информации, в том числе учебного характера, ввиду отсутствия ее структурированности, неадекватности кодирования, наличия проблем восприятия и т.п. Большой урон наносит эффект «поверхностного» знания, когда происходит освоение индивидом несущественных свойств предмета, процесса или явления, а сущность при этом ускользает, и как правило, «переобучение» дается с трудом, так, что индивид овладевает опытом «псевдознаний», что в конечном итоге наносит ущерб его компетентности и способности адекватно реагировать на социальную действительность. А ведь именно такая информация наиболее доступна, а иногда и навязывается средствами массовой информации. В то же время усилиями коллективного научного поиска человечество уже создало универсальные и оптимальные образцы научной продукции, научных знаний и процедур, которые объективно выстраивают связующие цепочки поэтапного перехода от уровней сущности к ее проявлениям и наоборот, иногда доступные для воспроизведения в образовательных процессах. Так изучение фрактальной геометрии позволит находить интегративные связи и проявлять сущности в информатике, математике, физике, экономике, биологии и медицине, нанотехнологии фундируют сущности микробиологии, физики, химии, достижения генной инженерии наглядно моделируют клеточные процессы, фундаментальные зависимости микробиологических процессов и т.п. *Поиск, отбор, анализ и оценка подобных фундирующих цепочек и комплексов на основе интеграции научных результатов, включение их в образовательные процессы остается далеко не решенной проблемой общего и высшего образования.*

Методология, теория и методы исследования. Интеграционные процессы в образовании в современный период развития России отражают объективные тенденции проявления трансдисциплинарных и внутридисциплинарных взаимодействий по мере углубления сущностных процессов дифференциации педагогических идей, методов и технологий. Это соответствует поведению сложных динамических систем различных слоев подрастающего поколения, заинтересованных в освоении социального опыта на основе самоорганизации, самообразования и сотрудничества. Такой синергетический подход в образовании стимулирует сближение и ассимиляцию гуманитарного и естественнонаучного образования, активизируя и актуализируя визуализацию представлений нового знания, усваиваемого в вариативности подходов, смену модальностей восприятия и освоение целостных блоков информации, диалог культур как системное проявление. Таким образом, *инновационная деятельность будущего инженера* на основе исследования интеграционных механизмов взаимодействия науки и образования представляет собой реальный учебный процесс, соединяющий в себе теоретический или объектно-сущностный (приобретение опыта), процессуально-деятельностный (применение и преобразование опыта), личностно-адаптационный (развитие личностных характеристик, интеллекта) компоненты [2]. При этом фундируется личностный опыт будущего инженера на фоне актуализации современных научных достижений средствами наглядного моделирования и системогенеза в предметной области [1]. Таким образом, выстраивается следующий тезис обучения математике: *от высокого уровня развития науки – к адекватному уровню представленности их в образовательных процессах через интеграцию учебных элементов и видов учебной деятельности. С* другой стороны, устойчивые интегративные тенденции в социально-экономических отношениях в обществе и производстве, стирание граней в мировом образовательном пространстве, проблемы саморазвития, самореализации и самоактуализации личности в современном обществе диктуют дидактические требования к профессиональной подготовке будущего инженера в большей систематичности, индивидуальной «окрашенности» профессиональных знаний на основе их интеграции с наукой, учета личностного опыта и способностей, развитии целостности представлений о современной научной картине мира, направленности образовательных программ на интеллектуальное развитие личности и развитие мотивационной сферы учения.

Тезис: *от объективного единства и целостности мира, научного представления о нем, взаимосвязи и целостности процессов развития и социализации личности – к актуализации интегративных процессов образования и науки в содержании и технологиях образовательных процессов, к практической реализации модусов мотивации достижения.*

К тому же разрешение проблем целостности предметного образования в средней школе и вузе, оптимизации и интенсификации на основе повышения эффективности функционирования всех компонентов профессиональной деятельности учителя требуют проектирования и конструирования универсальных механизмов (методов) интеграции профессионально значимых знаний, приемов и видов познавательной деятельности, основанных на установлении преемственных связей между блоками знаний, актуализации основополагающих концепций (в том числе синергетических), идей и структурообразующих линий генезиса базовых учебных элементов, универсальных закономерностей развития, генезиса и целостности представления научных знаний в профессионально-ориентированном педагогическом процессе.

Тезис: *от конкретных фактов науки и ее приложений – к проектированию и реализации дидактических процедур посредством актуализации фундирующих комплексов задач, информационных блоков и процедур предметного и историко-генетического содержания.*

21 декабря 1807 года на сессии Французской академии наук математик и инженер Жан Батист

Жозеф Фурье сделал сообщение, ставшее историческим. Фурье, изучавший проблему теплопроводности, заявил, что произвольную функцию, заданную на конечном интервале, всегда можно представить в виде суммы синусоидальных и косинусоидальных составляющих, при этом не требуется непрерывность этой функции. Членам академии, в том числе и великому математику Ж. Лагранжу, утверждение Фурье показалось совершенно невероятным. В то время считалось, что гармонический анализ можно применять лишь к функциям, которые не только непрерывны, но имеют и непрерывные производные любого порядка. Фурье снял это ограничение и дал примеры гармонического анализа функций, имевших конечное число разрывов на заданном интервале. Фурье не смог предложить строгих доказательств своего утверждения. Последующие исследования, однако, показали, что утверждение Фурье было абсолютно справедливо. Через несколько лет его исследования были обобщены и получили теоретическое подтверждение в работах математиков Ш. Штурма и Ж. Лиувилля.

В настоящее время гармонический анализ (или анализ Фурье) является разделом математики, в котором изучаются свойства функций с помощью представления их в виде рядов или интегралов Фурье. Данный раздел математики нашел широкое практическое применение в аналитической химии, радиофизике, металлургии, машиностроении, геологии и других отраслях естественных и инженерных наук, что нашло свое отражение в учебных планах и программах подготовки специалистов по соответствующим направлениям.

Математическое образование студентов-экономистов также предполагает изучение рядов Фурье, но, как показывает практика, часто это происходит по «остаточному принципу», что имеет свое объяснение. Во-первых, тема «Ряды Фурье» попадает, как правило, на конец изучения курса математики, тем самым велика вероятность, что она может оказаться в числе «пострадавших», если по каким-то причинам не хватило часов на изложение базовых разделов высшей математики («Аналитическая геометрия», «Дифференциальное исчисление», «Интегральное исчисление», «Дифференциальные уравнения», «Ряды»). Во-вторых, рассмотрение первых четырех вышеупомянутых разделов высшей математики может без особого затруднения сопровождается яркими задачами экономического содержания, что, безусловно, повышает познавательную активность студентов-экономистов. Для раздела «Ряды», особенно для темы «Ряды Фурье» организовать «экономическое сопровождение» значительно сложнее. В-третьих, переход от гармонического к спектральному анализу, для студентов-экономистов в рамках учебной программы, как правило, не предусмотрен, а как раз именно этот аспект имеет важное прикладное значение при анализе экономических временных рядов с использованием современных статистических пакетов (Statistica, SPSS, StatGraphics и др.).

При анализе экономических временных рядов наиболее часто в качестве трендовых моделей используются полиномы различных степеней, экспоненты, логистические кривые, кривые Гомперца и ряд других функций. Тем не менее, моделирование временных рядов с помощью перечисленных функций не всегда дает удовлетворительные результаты, так как во временных рядах содержатся заметные периодические колебания вокруг общей тенденции или наблюдается автокорреляция не в самих уровнях, а в их отклонениях от полученных по определенным аналитическим формулам теоретических значений. В таких случаях следует использовать метод гармонического анализа ряда. Сущность метода состоит в представлении функций в виде суммы гармонических колебаний. Применительно к временным рядам целью данного анализа является выявление и измерение периодических колебаний во временных рядах и автокорреляции в остатках ряда. Классический гармонический анализ заключается в разложении периодических функций в сходящийся ряд Фурье. Практическое проведение гармонического анализа связано с вычислением коэффициентов Фурье.

Аппроксимация динамики экономических явлений рядом Фурье состоит в выборе таких гармонических колебаний, наложение которых друг на друга (сумма) отражало бы периодические колебания фактических уровней временного ряда. С помощью ряда Фурье можно представить динамику явлений в виде некоторой функции времени, в которой слагаемые расположены по убыванию периодов:

$$\hat{y}_t = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{m}\left[a_k \cos\left(\frac{2\pi}{N}kt\right) + b_k \cos\left(\frac{2\pi}{N}kt\right)\right],$$

где N – длина реализации (число наблюдений); m – число гармоник.

Число гармоник m при спектральном анализе должно быть меньше или равно половине длины реализации N. Параметры уравнения определяются на основе метода наименьших квадратов и вычисляются по формулам:

$$a_k = \frac{2}{N}\sum_{t=0}^{N} y_t \cos\left(\frac{2\pi}{N}kt\right);$$

$$b_k = \frac{2}{N}\sum_{t=0}^{N} y_t \sin\left(\frac{2\pi}{N}kt\right),\ k = 1,\ldots,m.$$

Исчисление параметров ряда Фурье может производиться и другими способами, в частности с помощью так называемого *преобразования Фурье*, которое применимо как к периодическим, так и непериодическим функциям.

Преобразование Фурье рассматривается в статистике обычно в рамках *одномерного спектрального анализа*, который является обобщенным случаем гармонического анализа. Теория спектрального анализа особенно широкое применение нашла в радиотехнических областях, где аппарат преобразования Фурье используется для преобразования сигналов или их корреляционных функций из временной области в частотную. Цель такого преобразования – решение задач фильтрации и прогнозирования с меньшим объемом математических вычислений. При статистическом исследовании экономических процессов следует иметь в виду, что исходные данные имеют дискретный характер и могут быть представлены в одним из двух вариантов: ограниченным дискретным набором данных, называемым в терминах спектрального анализа случайной последовательностью (реализацией); корреляционной функцией, описывающей дискретный экономический процесс.

Использование корреляционной функции возможно только при достаточно большом времени наблюдения, когда на основании существующей выборки данных обоснована стационарность этого процесса, т.е. неизменность во времени математического ожидания и дисперсии. Из теории спектрального анализа для преобразования вышеназванных двух вариантов представления экономических процессов (из временной в частотную область) целесообразно заимствовать два понятия: спектр – для реализации случайной последовательности и спектральную плотность – для корреляционной функции случайного процесса. *Спектр* – результат преобразования Фурье из временной области в частотную область конкретной реализации дискретного процесса (случайной последовательности). *Спектральная плотность* – результат преобразования Фурье из временной области в частотную область корреляционной функции стационарного случайного процесса.

Рассмотрим некоторые понятия и определения спектрального анализа с целью его использования для исследования экономических процессов. Спектральное разложение случайной функции *y(t)* в действительной форме определяется выражением

$$y(t) = \sum_{k=0}^{\infty}(a_k \cos\omega_k t + b_k \sin\omega_k t)$$

где a_k, b_k – амплитуды для k-й гармоники; ω_k – частота k-й гармоники.

Придадим спектральному разложению функции *y(t)* в действительной форме комплексную форму. Комплексная форма записи удобна, в частности, потому, что всевозможные линейные операции над функциями, имеющими вид гармонических колебаний (дифференцирование, интегрирование, решение линейных дифференциальных уравнений и т. д.) осуществляются гораздо проще, когда эти гармонические колебания записаны не в виде синусов и косинусов, а в комплексной форме, в виде экспоненциальной функции. Для этого используем известные формулы Эйлера:

$$\cos\omega_k t = \frac{e^{i\omega_k t} + e^{-i\omega_k t}}{2}$$ и

$$\sin\omega_k t = \frac{e^{i\omega_k t} - e^{-i\omega_k t}}{2i},$$

подставляя которые в формулу разложения функции *y(t)* в действительной форме и осуществляя последующие преобразования, получаем итоговую формулу разложения функции *y(t)* в комплексной форме:

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty}\Phi_k e^{i\omega_k t}.$$

При статистическом исследовании экономических процессов появляются достаточно серьезные ограничения, которые требуют привлечения математического аппарата, несколько отличного от того, который был рассмотрен для случайной функции *y(t)*. Во-первых, исходные данные дискретны, а значит, оперировать нужно не случайными функциями, а случайными последовательностями *y(n)* ($n = T / N$, где T – период дискретизации случайной последовательности). Во-вторых, набор исходных данных характеризуется ограниченным объемом, а это значит, что, используя терминологию спектрального анализа, следует оперировать случайными последовательностями *y(n)* конечной длины *N*. Для таких последовательностей вводится понятие *дискретного обратного преобразования Фурье* в виде суммы спектральных составляющих

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} Y(k) \mathrm{e}^{i\frac{2\pi}{N}kn},$$

где *Y(k)* – комплексные числа из частотной области, соответствующие амплитудам *k*-й гармоники; *N* – общее число наблюдений; *n* – номер текущей точки. *Дискретное прямое преобразование Фурье* позволяет вместо последовательности *y(n)* из временной области получить комплексные числа *Y(k)* в частотной области:

$$Y(k) = \sum_{n=0}^{N-1} y(n) \mathrm{e}^{-i\frac{2\pi}{N}kn}.$$

Для уменьшения времени вычисления дискретного преобразования Фурье разработан алгоритм, получивший название *быстрого преобразования Фурье (БПФ)*. Ранее для представления спектрального разложения использовались точные формулы, определяющие параметры синусов и косинусов. Соответствующие вычисления требовали, как минимум, N^2 комплексных умножений. Ситуация кардинально изменилась с открытием алгоритма БПФ, позволившего сделать время выполнения спектрального анализа ряда длины *N* пропорциональным $N\log_2(N)$, что, конечно, является огромным прогрессом. Вместе с тем следует отметить, что стандартный алгоритма БПФ обладает одним существенным недостатком – число данных ряда должно быть обязательно равным степени 2 (т.е. 16, 32, 64, 128, 256, ...). Один из путей преодоления этого недостатка – добавление в ряд констант (например, нулей) до тех пор, пока длина ряда не станет равной степени 2. Однако такой способ, применяемый при обработке электромагнитных сигналов, далеко не всегда приемлем для обработки данных, характеризующих экономические процессы. Поэтому перед применением алгоритма БПФ следует сформировать случайную последовательность *y(n)* с длиной *N*, равной степени 2.

Рассмотренные теоретические аспекты важны для практического анализа экономических временных рядов. Безусловно, в условиях жестких временных рамок преподаватель не сможет объяснить детали такого анализа, но рассмотрение базовых дидактических единиц с последующим решением профессионально-ориентированных экономических задач позволит, на наш взгляд, во-первых, повысить интерес студентов к изучению темы «Ряды Фурье», а во-вторых, подготовить их к использованию профессиональных статистических пакетов. В рамках учебного процесса для демонстрации анализа Фурье применительно к решению профессионально-ориентированных экономических задач можно использовать табличный процессор MS Excel [3].

Пример. Данные о динамике урожайности зерновых культур в одном из хозяйств области (ц/га) приведены в табл. 1, сформированной на рабочем листе MS Excel.

Таблица 1

	B	**C**
2	**Годы**	**Урожайность, ц/га**
3	1983	17,6
4	1984	18,1
5	1985	17,4
6	1986	16,8
7	1987	16,0
8	1988	15,4
9	1989	14,0
10	1990	16,6
11	1991	14,4
12	1992	14,2
13	1993	14,6
14	1994	13,8
15	1995	13,4
16	1996	14,2
17	1997	13,2
18	1998	13,2

Для представленного временного ряда требуется провести гармонический анализ динамики отклонений от основной тенденции. Решение задачи начнем с построения трендовой модели ряда. В MS Excel данную операцию удобнее всего проводить с помощью инструмента «Подбор линии тренда». Для детального анализа построенной модели можно использовать режим «Регрессия». Анализ трендовых моделей показывает, что в качестве рабочей модели можно выбрать линейную модель

$$\widehat{y}_t = -0{,}32t + 648{,}92.$$

Такой выбор обусловлен тем, что, во-первых, коэффициент детерминации R^2=0,82 имеет достаточно высокое значение (лишь очень незначительно уступает коэффициенту детерминации R^2=0,85 для полинома 2-го порядка); во-вторых, все коэффициенты модели значимы; в-третьих, при прочих равных условиях, данная модель наиболее проста для вычислений и наиболее «прозрачна» для последующей экономической интерпретации.

Гармонический анализ вычисленных отклонений (разность между эмпирическими и теоретическими значениями) проведем с помощью режима «Анализ Фурье». Рассчитанные в данном режиме показатели приведены в табл. 2 (столбец E).

Таблица 2

	D	E	F	G
44	*Остатки*	*Комплексные числа*	*Действительная часть Y_d*	*Мнимая часть Y_m*
45	0,03	0	0,000	
46	0,85	3,21792468331082 + 0,985461907442038i	3,218	0,985
47	0,47	1,39644406067929 – 1,12572977811612i	1,396	–1,126
48	0,19	–2,23291382828564 – 1,27069167046029i	–2,233	–1,271
49	–0,30	–0,347058823574952 + 1,04705882357496i	–0,347	1,047
50	–0,58	0,710369056389691 – 3,48957546369093i	0,710	–3,490
51	–1,66	–1,29056170782943 + 3,38015257473397i	–1,291	3,380
52	1,26	0,916384794285294 – 1,02165718008843i	0,916	–1,022
53	–0,62	–4,24705882357485	–4,247	0,000
54	–0,50	0,916384794285297 + 1,02165718008842i	0,916	1,022
55	0,21	–1,29056170782943 – 3,38015257473397i	–1,291	–3,380
56	–0,27	0,710369056389701 + 3,48957546369093i	0,710	3,490
57	–0,35	–0,347058823574954 – 1,04705882357496i	–0,347	–1,047
58	0,77	–2,23291382828563 + 1,2706916704603i	–2,233	1,271
59	0,09	1,39644406067929 + 1,12572977811611i	1,396	1,126
60	0,41	3,21792468331082 – 0,985461907442042i	3,218	–0,985

В столбце F с помощью инженерной функции МНИМ.ВЕЩ рассчитаны действительные части комплексных чисел (Y_d), а в столбце G с помощью инженерной функции МНИМ.ЧАСТЬ вычислены мнимые части комплексных чисел (Y_m). Действительные и мнимые части рассчитанных в режиме «Анализ Фурье» комплексных чисел связаны с гармоническими коэффициентами следующими соотношениями:

$$a_0 = \frac{Y_{d_0}}{N},\ a_k = \frac{2Y_{d_k}}{N},\ b_k = -\frac{2Y_{m_k}}{N}.$$

Для нахождения теоретических значений $\widehat{y}_t$ необходимо от реального времени перейти к «радианному» времени по формуле

$$t_n = \frac{2\pi n}{N}.$$

В таблице 3 приведены значения «радианного» времени (столбец F), теоретические значения первых четырех гармоник (столбцы G:J) и их итоговая сумма (столбец K), соответствующая гармонической модели:

$$\widehat{y}_t = a_0 + a_1\cos t + b_1\sin t + a_2\cos 2t + b_2\sin 2t + a_3\cos 3t + b_3\sin 3t + a_4\cos 4t + b_4\sin 4t.$$

Таблица 3

	E	F	G	H	I	J	K
63	*n*	*t*	U_1	U_2	U_3	U_4	$\widehat{y}_t$
64	0	0,000	0,402	0,175	-0,279	-0,043	0,254
65	1	0,393	0,324	0,223	0,040	-0,131	0,456
66	2	0,785	0,197	0,141	0,310	0,043	0,691
67	3	1,178	0,040	-0,024	0,197	0,131	0,344
68	4	1,571	-0,123	-0,175	-0,159	-0,043	-0,500
69	5	1,963	-0,268	-0,223	-0,319	-0,131	-0,940
70	6	2,356	-0,372	-0,141	-0,085	0,043	-0,554
71	7	2,749	-0,419	0,024	0,254	0,131	-0,010
72	8	3,142	-0,402	0,175	0,279	-0,043	0,008
73	9	3,534	-0,324	0,223	-0,040	-0,131	-0,272
74	10	3,927	-0,197	0,141	-0,310	0,043	-0,323
75	11	4,320	-0,040	-0,024	-0,197	0,131	-0,130
76	12	4,712	0,123	-0,175	0,159	-0,043	0,064
77	13	5,105	0,268	-0,223	0,319	-0,131	0,233
78	14	5,498	0,372	-0,141	0,085	0,043	0,359
79	15	5,890	0,419	0,024	-0,254	0,131	0,320

Библиографический список

1. Зубова Е.А., Осташков В.Н., Смирнов Е.И. Критерии отбора исследовательских профессионально-ориентированных задач в обучение математике [Текст] // Ярославский педагогический вестник. - Ярославль: Изд-во ЯГПУ. - №4. - 2008. - С.16-22

2. Смирнов Е.И. Фундирование в профессиональной подготовке и инновационной деятельности педагога [Текст]: монография. – Ярославль: Изд-во «Канцлер», 2012.- 646 с

3. Трофимец, Е.Н. Прикладная математическая статистика в Excel. Часть 2. Дисперсионный анализ. Методы изучения взаимосвязей и динамики процессов: учеб. пособие для студентов, обучающихся экон. специальностям [Текст] / Е.Н. Трофимец, В.Я Трофимец – Ярославль: Изд-во ЯГТУ, 2013. – 128 с.

Bibliograficheskij spisok

1. Zubova E.A., Ostashkov V.N., Smirnov E.I. Kriterii otbora issledovatel'skikh professional'-no-orientirovannykh zadach v obuchenie matematike [Tekst] // YAroslavskij pedagogicheskij vestnik. - YAro-slavl': Izd-vo YAGPU. - №4. - 2008. - S.16-22
2. Smirnov E.I. Fundirovanie v professional'-noj podgotovke i innovatsionnoj deyatel'nosti peda-goga [Tekst]: monografiya. – YAroslavl': Izd-vo «Kantsler», 2012.- 646 s
3. Trofimets, E.N. Prikladnaya matematicheskaya sta-tistika v Excel. CHast' 2. Dispersionnyj analiz. Metody izucheniya vzaimosvyazej i dinamiki protses-sov: ucheb. posobie dlya studentov, obuchayushhikhsya ehkon. spet-sial'nostyam [Tekst] / E.N. Trofimets, V.YA Trofi-mets – YAroslavl': Izd-vo YAGTU, 2013. – 128 s.