

М. А. Павлова, М. В. Шабанова

### Сократовский диалог как метод исследовательского обучения экспериментальной математике на занятиях кружка

Реализация исследовательского подхода в обучении математике является сегодня одним из важных направлений научных поисков. Возможность его реализации сегодня прочно связывается с организацией деятельности учащихся в области экспериментальной математики. Теоретическую основу данного подхода составляет уровневая модель исследовательского обучения, разработанная Х. Банчи и Р. Беллом. Ее использование позволяет осуществлять обучение в зоне ближайшего развития учеников, использовать для формирования опыта исследовательской деятельности учащихся методы обучения, адекватные достигнутому уровню. Одним из таких методов является сократовский диалог. Во все времена считалось, что далеко не каждый педагог может овладеть искусством его ведения. Цель данной статьи представить методическую схему построения сократовского диалога для организации исследовательского обучения третьего уровня (по шкале Х. Банчи и Р. Белла). Этот уровень требует достаточно больших затрат учебного времени, поэтому мы его реализуем на занятиях кружка «Экспериментальная математика».

Ключевые слова: исследовательское обучение, сократовский диалог, экспериментальная математика, компьютерный эксперимент, системы динамической математики.

М. А. Pavlova, M. V. Shabanova

### The Socratic Dialogue as a Method of Research Training in Experimental Mathematics at Hobby Group Classes

Inquiry based education is one of important areas of the scientific research today. The level model, which was developed by J. Bunche and R. Bell, is a theoretical basis of inquiry based education. This model allows us to organize teaching in the zone of proximal development of the student. The Socratic dialogue is one of methods which teachers use. Scientists thought that only experienced teachers could use it. The purpose of this paper is to show a technological approach in constructing the Socratic dialogue. We use this approach to organize inquiry based education at the third level of the level model of H. Bunche and R. Bell. This level takes a lot of teaching time. We realize it at the elective course «Experimental Mathematics».

Keywords: inquiry based learning, the Socratic dialogue, Experimental Mathematics, dynamic geometry software.

#### 1. Постановка задачи

Задача уточнения сократовского метода построения беседы возникла перед нами в связи с решением более общей задачи – организации исследовательского обучения на занятиях кружка «Экспериментальная математика», то есть обучения, базирующегося на поисковых действиях учащегося, начинающегося с открытых вопросов и моделирующего научную деятельность в области экспериментальной математики с разной степенью приближения. Специфика этой области состоит в привлечении компьютерных средств на разных этапах работы с исследовательской задачей для постановки и проведения компьютерных экспериментов [11, 12].

По степени отражения в учебной деятельности черт деятельности ученых Х. Банчи и Р. Белла [10] выделяют несколько уровней исследовательского обучения: уровень проведения контрольных, подтверждающих исследований (Confirmation Inquiry); уровень проведения исследований по за-

данному плану (Structured Inquiry); уровень проведения исследований под руководством учителя (Guided Inquiry) и свободные (подлинные) исследования (Open/True Inquiry).

Третий уровень исследовательского обучения предполагает оказание дозированной помощи учащимся посредством сократовского метода построения беседы. В силу больших временных затрат этот уровень обучения целесообразнее всего реализовывать на занятиях кружка.

Каждое занятие посвящено решению одной сюжетной исследовательской задачи и состоит из четырех основных этапов:

*1 этап – докомпьютерное решение.* Цель этапа – перевести представленную задачу на математический язык, обосновать необходимость обращения к компьютерному эксперименту как методу поиска способа ее решения и спланировать его. На этом этапе учащиеся вовлекаются в деятельность инсценировки, моделирования задач-

ной ситуации, осуществляют попытки ее решения с опорой на житейские знания.

2 этап – компьютерное исследование – имеет целью получение гипотез о динамически устойчивых свойствах модели объекта или о характере зависимости одних свойств модели от других. На этом этапе учащиеся вовлекаются в деятельность создания компьютерных моделей объекта исследования и экспериментирования с ними. Одна из задач, которую на этом этапе преследует учитель, – подвести учащихся к пониманию необходимости теоретического обоснования выдвинутых гипотез. Решение этой задачи осуществляется за счет дополнения серии подтверждающих гипотезу экспериментов примерами испытаний, подвергающих ее справедливость сомнению.

3 этап – послекомпьютерное решение задачи – направлен на поиск теоретического объяснения результатов эксперимента, способов обоснования выдвинутых гипотетических утверждений или их частных случаев, применение выводов к решению исходной проблемы.

4 этап – развитие идеи задачи. На данном этапе учащиеся проводят модифицирующие компьютерные или мысленные эксперименты с целью определения возможных направлений дальнейшего исследования – постановки серии новых исследовательских задач, названной В. И. Рыжиком [7] «стрелой задач». Эти направления в дальнейшем реализуются в рамках работы над индивидуальным или коллективным исследовательским проектом.

Наша задача состояла в том, чтобы определить цели и специфику методической схемы сократовского метода построения беседы на разных этапах работы с сюжетной исследовательской задачей.

## 2. Общая методическая схема сократовского метода построения беседы

Как известно, сократовский метод возник еще до нашей эры и первоначально применялся лишь как метод ведения диалога. Примеры его использования представлены в «Диалогах» Платона [2]. В качестве метода предметного обучения он начал использоваться лишь в XVIII в. Сначала он применялся как метод преподавания теологии (Ф. Шлейермахер, 1768–1834) [6], затем был

включен в систему методов проблемного, а впоследствии и исследовательского обучения различным дисциплинам общеобразовательной школы, в том числе и математике.

Столь широкое распространение метода привело к необходимости его теоретического осмысления и обобщенного описания. Однако это оказалось сложной задачей. Применительно к процессу обучения математике наиболее детальное описание специфики метода мы нашли у Д. Пойа [4], А. Реньи [5] и Г. Фрейдентала [8]. Для осмысления назначения и специфики структуры метода мы привлекли также ряд современных теорий:

- теории И. С. Якиманской о развитии субъектного опыта учащихся [9];

- теории Л. С. Выготского о связях обучения с зонами психического развития [1].

В результате нами было установлено, что основу сократовского метода построения беседы составляет убеждение, что процесс приобретения истинного знания человеком – это процесс рождения этого знания в самом человеке. Именно поэтому Сократ называл этот метод ведения диалога «майевтикой» – повивальным искусством [3]. Сегодня термин «майевтика» применяется для обозначения ключевых приемов ведения диалога:

- «положительная майевтика» – демонстрация непонимания, побуждающая собеседника к конкретизации (детализации) или обобщению высказанных положений;

- «деструктивная майевтика» – демонстрация непонимания, побуждающая собеседника к переоценке и корректировке своих позиций, к переосмыслению высказанных положений.

Наряду с этими приемами, при ведении Сократовского диалога используются приемы «ирония» и «агон». Они выполняют те же функции, что и положительная и деструктивная майевтики соответственно, но имеют более прямолинейный характер: прямая критика представленного способа изложения позиции, прямое противоречие высказанной позиции.

Структуру сократовского метода беседы мы представили следующей обобщенной методической схемой.

### Методическая схема построения сократовского диалога/полилога

Этапы	Учитель (Сократ)	Ученик или коллективный ученик (собеседник Сократа)
1 этап. Актуализация субъектного опыта	Задает вопрос о смысле термина	Раскрывает смысл термина на основе обобщения субъектного опыта

Этапы	Учитель (Сократ)	Ученик или коллективный ученик (собеседник Сократа)
2 этап. Вербализация, конкретизация и обобщение опыта в зоне актуального развития	Использует положительную майевтику или иронию для вовлечения в деятельность уточнения первичной характеристики	Уточняет, детализирует или обобщает первичное толкование термина на <i>актуальном уровне своего развития</i>
3 этап. Переоценка опыта в зоне ближайшего развития	Использует деструктивную майевтику или агон для вовлечения в деятельность переосмысления своих позиций	Выходит <i>в зону ближайшего развития</i> и переосмысливает свои позиции в отношении смысла термина

Данная схема показывает, что сократовский метод построения беседы (или каждый его виток) состоит из трех этапов. Первые два этапа отнесены к уровню актуального развития субъектного опыта учащихся и предназначены для того, чтобы актуализировать его, побудить к вербализации, конкретизации (детализации) и обобщению. Третий этап имеет целью вывести собеседника в зону ближайшего развития за счет демонстрации искусственности барьеров, созданных опытом.

### 3. Использование сократовского метода построения беседы на отдельных этапах работы с сюжетной исследовательской задачей

Специфику реализации представленной выше обобщенной методической схемы мы продемонстрируем на конкретном примере работы с задачей на занятии кружка «Экспериментальная математика»: «На необитаемый остров, имеющий форму *правильного* треугольника, каждая сторона которого представляет собой пляж, попали двое. Питер, занимаясь сбором моллюсков, хочет построить хижину так, чтобы суммарное расстояние до всех трех пляжей было минимально. Майкл проводит все время на мысах (в вершинах треугольника) в ожидании спасительного корабля. Он

хочет построить хижину так, чтобы суммарное расстояние до мысов было минимально. Где каждому из них нужно построить хижину? Существует ли на таком острове место для их общей хижины? Зависит ли и как результат решения задачи от формы острова?».

Сократовский метод построения беседы на различных этапах работы с задачей реализуется в разных формах: на 1, 3 и 4 – в форме полилога, то есть фронтального способа ведения беседы с «коллективным учеником», на этапе компьютерного решения – в форме диалога. Главная задача его использования также специфична для каждого этапа.

На **этапе докомпьютерного решения** сократовский метод используется для оказания помощи учащимся в переводе задачи на математический язык и в обнаружении необходимости привлечения компьютерного эксперимента. В рамках данного примера главная трудность перевода состоит в математизации вопросов задачи, а также в осознании необходимости привлечения разведочного компьютерного эксперимента для выдвижения гипотез.

Этапы	Учитель	Коллективный ученик
1 этап. Актуализация субъектного опыта учащихся	Поясните, как вы понимаете слова: «построить хижину так, чтобы суммарное расстояние до мысов (пляжей) было минимально». Почему выполнение этих условий так важно для героев?»	Обычно ученики приходят к следующему пояснению условия после обсуждения: «Каждый день Питер посещает по одному разу все три пляжа, а Майкл – все три мыса. После каждого посещения они возвращаются в хижину. Значит, длина их ежедневного пути представляет удвоенную сумму расстояний от точки, где расположена хижина, до трех сторон (вершин) треугольника. Чтобы тратить меньше сил на переходы, они хотят минимизировать этот путь»
2 этап. Вербализация, конкретизация и обобщение опыта в зоне актуального развития	Ваши объяснения весьма убедительны, но мне хотелось бы понять, как искать такие точки. Создайте модель острова и покажите на ней места, где вы разме-	Учащиеся изображают правильный треугольник, отмечают точки внутри него – которые, по предположению, удовлетворяют требованиям задачи.

Этапы	Учитель	Коллективный ученик
	стили бы хижины Майкла и Питера? Почему вы выбрали именно их?	Проверяют гипотезу измерениями и расчетами. Выдвигают гипотезу. Наиболее популярна гипотеза о том, что хижина должна быть общей и располагаться в центре правильного треугольника
3 этап. Переоценка опыта в зоне ближайшего развития	А если Майкл с Питером поссорятся и захотят жить отдельно, то можно ли найти подходящие места для их собственных хижин на острове? Как найти все такие точки треугольника?	Главным результатом беседы является постановка задачи на поиск не одной точки, а ГМТ, сумма расстояний от которых а) до сторон; б) до вершин треугольника является наименьшей. Попытки учащихся описать ГМТ, их разногласия приводят к идее использовать компьютерный эксперимент

На этапе **компьютерного исследования** сократовский метод применяется для снятия индивидуальных затруднений учащихся, возникающих в ходе создания компьютерной модели объекта исследования, сбора данных эксперимента и их анализа, поэтому имеет форму диалога. В условиях данной задачи наиболее типичным является затруднение, связанное с осмыслением

понятия «расстояние от точки до отрезка» (если учащиеся создают модель, допускающую варьирование формы треугольника), а также помощь в получении выводов, противоречащих первоначальной гипотезе о единственности точки, сумма расстояний от которой до сторон треугольника является наименьшей.

Этапы	Учитель	Учащийся
1 этап. Актуализация субъектного опыта учащегося	Как ты собираешься измерить расстояние от точки до стороны треугольника?	Наиболее популярный вариант ответа: построю перпендикуляр к прямой, содержащей сторону треугольника. Для этого использую инструменты «Перпендикулярная прямая», «Пересечение объектов», «Отрезок»
2 этап. Вербализация, конкретизация и обобщение опыта в зоне актуального развития	Зачем же такие сложности, неужели создатели программы не придумали специальный инструмент, который позволяет измерять расстояние, не изображая отрезки? Покажите, как им пользоваться. Мы получим те же результаты, что и раньше?	Ученики используют инструмент «Расстояние или длина», экспериментируют, перемещая точку внутри правильного треугольника. Приходят к ошибочному выводу, что построения были правильными
3 этап. Переоценка опыта в зоне ближайшего развития	Можно теперь я попробую? Нам ведь нужно будет исследовать и треугольники другой формы. Сделаю его тупым и буду перемещать точку. Странно, но результаты не всегда совпадают. Какой же из них правильный? Нет ли какого-то другого, более подходящего, понятия?	Учащийся корректирует свои представления и формулирует определение расстояния от точки до отрезка на основе более общего понятия «расстояние от точки до фигуры». Вносит изменения в модель

На этапе **послекомпьютерного решения** сократовский метод используется для подведения учащихся к необходимости доказательства выдвинутых гипотез, а также в поиске способа проведения доказательства. Наличие двух последовательных целей требует реализации на этом

этапе двух циклов сократовской беседы. Первый направлен на то, чтобы зародить у учащихся сомнения в полноте и согласованности экспериментальных данных, а второй – на то, чтобы навести их на идею использования метода площадей. Представим пример первого цикла.

Этапы	Учитель	Коллективный ученик
1 этап. Актуализация субъектного опыта учащихся	Сформулируйте выводы, к которым вы пришли. Можно ли считать задачу решенной?	Мы установили, что ГМТ для строительства хижины Майкла состоит лишь из одной точки – центра треугольника, а для строительства хижины Питера – это весь треугольник. Эксперимент был очень убедителен. У нас сомнений нет
2 этап. Вербализация, конкретизация и обобщение опыта в зоне актуального развития	Не кажутся ли вам эти выводы странными? Покажите, почему вы так убеждены, что выводы правильные	Один из учеников повторяет эксперимент в демонстрационном режиме
3 этап. Переоценка опыта в зоне ближайшего развития	Можно теперь мне поэкспериментировать? Мне кажется, что у Майкла тоже есть варианты для размещения хижины (перемещает точку, используя метод малых шевелений). Да и для строительства хижины Питера не все точки подходят (показывает точку, в которой из-за округлений сумма имеет другое значение)	Учащиеся переоценивают убедительность экспериментальных данных, приходят к мысли о необходимости доказательства гипотез

Сократовский диалог на этапе **развития идеи задачи** применяется для оказания помощи учащимся в определении направлений дальнейших исследований за счет частичного видоизменения

задачной ситуации. В данном случае он направлен на оказание помощи учащимся в выделении свойств треугольников, значимых для изменения вида ГМТ.

Этапы	Учитель	Группа
1 этап. Актуализация субъектного опыта учащихся	Как вы думаете, какие виды треугольников нужно исследовать, чтобы ответить на вопрос о зависимости ГМТ от формы треугольника?	Наиболее часто учащиеся говорят о необходимости рассмотреть равнобедренные и разносторонние тупоугольные, прямоугольные и остроугольные треугольники
2 этап. Вербализация, конкретизация и обобщение опыта в зоне актуального развития	Возможно, вы правы. Но если так, то для каждого случая ГМТ различны. Покажите, что это так	Учащиеся проводят эксперименты с треугольниками разных видов. Формулируют гипотезы о виде ГМТ для каждого случая
3 этап. Переоценка опыта в зоне ближайшего развития	Давайте систематизируем ваши выводы	Из-за безуспешности попыток систематизации выводов учащиеся отказываются от привязки случаев к принятым классификациям треугольника. Осмысливают задачу как задачу исследования зависимости вида ГМТ от параметров, задающих треугольник (соотношение двух сторон и угол между ними)

#### 4. Основные выводы

Приведенный пример показывает, что сократовский метод беседы применим лишь в тех случаях, когда нужно помочь учащимся преодолеть ограниченность знаний и стереотипов мышления. Именно это позволяет говорить о том, что сократовский метод является разновидностью эвристической беседы, но не тождественен ей. Наиболее типичными целями применения сократовского

метода при работе с задачей экспериментальной математики являются переосмысление гипотез, выдвинутых под влиянием экспериментов, проводимых вручную; переоценка степени убедительности результатов эксперимента; преодоление ограниченности привычных поисковых стратегий и базовых знаний.

Предложенная нами методическая схема сократовского метода беседы является достаточно универсальной и может быть использована для

достижения любой из перечисленных выше образовательных целей. Ее наличие ориентирует учителя в построении сократовского диалога и диалога, позволяя применять этот метод даже учителю, который не имеет достаточного опыта организации исследовательского обучения.

#### Библиографический список

1. Выготский, Л. С. Мышление и речь [Текст] / Л. С. Выготский // Собр. соч. Т. 2. – М., 1982. – С. 5–362.
2. Диалоги Платона [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://psylib.org.ua/books/plato01>, свободный.
3. Корнетов, Г. Б. Реформаторы образования в истории западной педагогики [Текст] : учебное пособие / Г. Б. Корнетов. – М. : АСОУ, 2007. – 119 с. (Серия «Историко-педагогическое знание». Выпуск 9).
4. Пойа, Д. Математическое открытие. Решение задач: основные понятия, изучение и преподавание [Текст] / Д. Пойа. – М. : Наука, 1970. – 448 с.
5. Реньи, А. Диалоги о математике [Текст] / А. Реньи. – М. : Мир, 1969.
6. Речи о религии. Монологи [Текст]. – СПб. : Алетейя, 1994. – 432 с.
7. Рыжик, В. И. «Компьютер. Смена парадигмы?» [Электронный ресурс] / В. И. Рыжик // Образовательные технологии и общество». – 2010. – № 3. – Режим доступа: <http://cyberleninka.ru/article/n/kompyuter-smena-paradigmy>, свободный.
8. Фрейденталь, Г. Математика в науке и вокруг нас [Текст] / Г. Фрейденталь. – М. : Мир, 1977. – 261 с.
9. Якиманская, И. С. Личностно-ориентированное обучение в современной школе [Текст] / И. С. Якиманская. – М. : Сентябрь, 2002. – 96 с.
10. Banchi, H., & Bell, R. (2008). The Many Levels of Inquiry [Электронный ресурс] / H. Banchi, R. Bell // Science and Children, 46(2), 26–29. – Режим доступа: [http://www.academia.edu/9694101/26\\_Science\\_and\\_Children](http://www.academia.edu/9694101/26_Science_and_Children), свободный.
11. Shabanova, M. Pavlova, M. PEDAGOGICAL SCENARIOS IN THE STYLE OF EXPERIMENTAL MATHEMATICS [Текст] / M. Shabanova, M. Pavlova // Mathematics and education in mathematics: Proceedings of the Forty Third Spring Conference of the Union of Bulgarian Mathematicians – SOK «Kamchia», April 2–6, 2015–370 p. – P. 275–281.
12. Shabanova, M. Experimental mathematics and mathematics education [Текст] / M. Shabanova, A. Yastrebov, O. Bezumova, S. Kotova, M. Pavlova // International Multidisciplinary scientific conferences on social sciences and

arts: psychology and psychiatry, sociology and healthcare, education. Conference proceedings – Volume III – Sofia, Bulgaria, 2014 – С. 309–320.

#### Библиографический список

1. Vygotskij, L. S. Myshlenie i rech' [Tekst] / L. S. Vygotskij // Sobr. soch. T. 2. – M., 1982. – S. 5–362.
2. Dialogi Platona [Elektronnyj resurs]. – Rezhim dostupa: <http://psylib.org.ua/books/plato01>, svobodnyj.
3. Kornetov, G. B. Reformatory obrazovanija v istorii zapadnoj pedagogiki [Tekst] : uchebnoe posobie / G. B. Kornetov. – M. : ASOU, 2007. – 119 s. (Serija «Istoriko-pedagogicheskoe znanie». Vypusk 9).
4. Poja, D. Matematicheskoe otkrytie. Reshenie zadach: osnovnye ponjatija, izuchenie i prepodavanie [Tekst] / D. Poja. – M. : Nauka, 1970. – 448 s.
5. Ren'i, A. Dialogi o matematike [Tekst] / A. Ren'i. – M. : Mir, 1969.
6. Rechi o religii. Monologi [Tekst]. – SPb. : Aletejja, 1994. – 432 s.
7. Ryzhik, V. I. «Komp'juter. Smena paradigmy?» [Elektronnyj resurs] / V. I. Ryzhik // Obrazovatel'nye tehnologii i obshhestvo». – 2010. – № 3. – Rezhim dostupa: <http://cyberleninka.ru/article/n/kompyuter-smena-paradigmy>, svobodnyj.
8. Frejidental', G. Matematika v nauke i vokrug nas [Tekst] / G. Frejidental'. – M. : Mir, 1977. – 261 s.
9. Jakimanskaja, I. S. Lichnostno-orientirovanное obuchenie v sovremennoj shkole [Tekst] / I. S. Jakimanskaja. – M. : Sentjabr', 2002. – 96 s.
10. Banchi, H., & Bell, R. (2008). The Many Levels of Inquiry [Elektronnyj resurs] / H. Banchi, R. Bell // Science and Children, 46(2), 26–29. – Rezhim dostupa: [http://www.academia.edu/9694101/26\\_Science\\_and\\_Children](http://www.academia.edu/9694101/26_Science_and_Children), svobodnyj.
11. Shabanova, M. Pavlova, M. PEDAGOGICAL SCENARIOS IN THE STYLE OF EXPERIMENTAL MATHEMATICS [Tekst] / M. Shabanova, M. Pavlova // Mathematics and education in mathematics: Proceedings of the Forty Third Spring Conference of the Union of Bulgarian Mathematicians – SOK «Kamchia», April 2–6, 2015–370 p. – P. 275–281.
12. Shabanova, M. Experimental mathematics and mathematics education [Tekst] / M. Shabanova, A. Yastrebov, O. Bezumova, S. Kotova, M. Pavlova // International Multidisciplinary scientific conferences on social sciences and arts: psychology and psychiatry, sociology and healthcare, education. Conference proceedings – Volume III – Sofia, Bulgaria, 2014 – С. 309–320.