

С. Н. Дворяткина

Технология фрактального представления учебных элементов при вариативном структурировании содержания обучения математике в вузе

Работа выполнена при финансовой поддержке РФНФ, проект № 15-06-10687

В статье заявлена проблема отбора и структурирования содержания обучения математике с использованием фрактальных методов и предложено ее инновационное решение.

Во введении актуализируется необходимость изменения содержания образования, в частности математического, в связи со сменой образовательной парадигмы. Решающее значение для современной системы образования имеет концептуальная идея генерации знания в целях личного и профессионального развития, овладения широкопрофильной квалификацией и соответствия предложению и спросу на высококвалифицированные кадры.

В основной части статьи представлен проект технологии фрактального представления учебных элементов при вариативном структурировании содержания обучения математике в вузе, определен и исследован компонентный состав, включающий целевой, концептуальный, содержательный и процессуальный блоки. В качестве концептуальной основы предлагается фрактальный подход, связанный с идеей количественной и качественной оценки сложных структур учебных элементов и ориентированный на решение проблемы интеграции научного знания.

В заключение сформулированы выводы, доказана их достоверность, а также определены перспективы, связанные с эвристическим потенциалом применения технологии фрактального представления учебных элементов в решении проблемы отбора и структурирования содержания обучения математике.

Ключевые слова: теория и методика обучения математике, содержание обучения, интеграция научного знания, фрактальный подход.

S. N. Dvoryatkina

The technology of fractal representation of educational elements in the variability of structuring of the math training content in high school

The article stated the problem of selecting and structuring the content of teaching mathematics using fractal methods and suggested its innovative solution.

In the introduction actualized the need to change the content of education, in particular mathematical, because of the change of the educational paradigm. Crucial to the modern educational system has the conceptual idea of the generation of knowledge for personal and professional development, mastery of skills and wide-matching supply and demand for highly qualified personnel.

The main part of the article presents the project Fractal rendition of educational technology in the variability of the elements structuring the content of teaching mathematics in high school, defined and studied component composition comprising a target, conceptual, substantive and procedural blocks. As a conceptual framework fractal approach associated with the idea of quantitative and qualitative evaluation of complex structures of educational elements and focused on solving the problems of integration of scientific knowledge is offered.

In conclusion the implications are formulated, their reliability is proved, and the prospects are identified which are associated with heuristic potential application of the technology of fractal representation of educational elements in solving the problem of selection and structuring of the content of teaching mathematics.

Keywords: theory and methods of teaching mathematics, learning content, integration of scientific knowledge, the fractal approach.

Интенсивность и глубина происходящих в жизни общества социально-экономических перемен коренным образом отражается на процессе реформирования российского образования, меняет характер парадигмы образования, что предполагает переход от всеобщего адаптирующего образования к деятельностному и личностно-ориентированному, от тотального унифициро-

ванного – к образованию по выбору, от «учить всех всему» – к «учить учиться», от редукции знания к генерации знания. Для современной системы образования концептуальная идея генерации знания в целях личного и профессионального развития, овладения широкопрофильной квалификацией и соответствия предложению и спросу на высококвалифицированные кадры

имеет решающее значение, поскольку она отражает природу междисциплинарного знания, способствует взаимообогащающему синтезу различных дисциплин, конструктивному междисциплинарному диалогу. Происходит не просто объединение в целое, а самоструктурирование целого из частей, усложнение с доминантной установкой «само-»: самообразование, саморазвитие, самоутверждение, самоопределение, самореализация, самоактуализация.

Программа смены парадигм и модернизация образования прежде всего затрагивает изменение содержания образования, в частности математического. Проблемы содержательного характера актуализуются в Концепции развития математического образования в РФ, утвержденной Распоряжением № 2506-р Правительства РФ 24 декабря 2013 г. Поиск оптимальных дидактических условий не только для освоения способов, норм профессиональной и математической деятельности, усвоения сложного математического материала, но и приобщения к математической культуре как части общечеловеческой, развития интеллекта, формирования духовно-нравственных ориентиров и идеалов требуют новейших технологий отбора и структуризации содержания образования с учетом профиля обучения в вузе. Проведенный анализ подходов и теорий, относящихся к структуризации содержания обучения [4], позволяет заметить, что в настоящее время конфигурация учебного материала подразумевает простейшей, опирающейся на множества с элементарной топологией, в которых полностью игнорируется сложная внутренняя структура, а процессы образования и взаимодействия характеризуются усредненными параметрами, что не соответствует реальности.

Наиболее точно передать характер информационных объектов возможно с использованием математического аппарата фрактальных множеств. Фрактальные множества конструктивно богаче традиционно используемых, они позволяют получить максимальную степень заполнения объема и глубину детализации, исключая при этом фрагментацию знания. Следовательно, к отбору и структурированию содержания обучения можно применить технологию фрактального описания, отражающую свойство самоподобия целого в любых его делимых частях в связи с идентичной схемой построения всех структурных элементов содержания обучения.

Для решения поставленной проблемы необходимо разработать технологию фрактального

представления учебных элементов при вариативном структурировании содержания математических дисциплин с учетом профиля обучения в вузе. Данная технология несет максимальный инновационный потенциал, выраженный в следующих характеристиках: концептуальное объединение методов, идей, применяемых в технических и гуманитарных науках; целенаправленное управление процессом установления содержательных связей различного уровня и контроля на требуемых уровнях взаимопроникновения; сохранение инвариантной части математического знания; отбор содержания обучения в контексте математической и общей культуры, ориентированного на раскрытие социальной, практической и личностной значимости изучаемого материала; формирование социально востребованных личностных и общекультурных качеств; стимулирование мотивации обучаемых, подкрепляемой активными формами работы (организация свободного поиска информации или обращение к заранее созданным банкам данных), высокой наглядностью и своевременной обратной связью и др. Таким образом, разработку методики фрактального описания отбора и построения понятийной структуры следует выделить в отдельную проблему не только в практическом, теоретическом, но и в методологическом плане.

Понятие «педагогическая технология» в дидактике рассматривается в трех аспектах:

– научном – как часть педагогики, изучающая и разрабатывающая цели, содержание, методы, формы обучения, вопросы оптимизации целостной системы образования (С. Ведемейер, П. Д. Митчелл, В. Стрыковский, Д. В. Чернилевский и др.);

– деятельностном – как осуществление целенаправленной последовательности действий преподавателя по реализации совокупности методов и средств, обеспечивающих прогнозируемые цели (О. В. Долженко, Ч. Куписевич, В. В. Сериков, В. Л. Шатуновский, Ф. Янушкевич и др.);

– процессуальном – как описание процесса и деление его на отдельные взаимосвязанные этапы; как совокупность целей, задач, содержания, методов и средств достижения планируемых результатов (Б. В. Беспалько, М. Н. Карпов, М. Н. Катханов, В. М. Монахов и др.).

Обобщая педагогический опыт, предлагаем педагогическую технологию (ПТ) представить в следующем виде:

ИТ = Процесс (цели; принципы; требования; содержание; обеспечение; последовательность реализации) = результат

Проектирование новых и совершенствование традиционных технологий, управление базовыми компонентами связано с определением организационной структуры современной педагогической технологии. Структурные компоненты педагогической технологии скорректированы с учетом современных требований к образовательному процессу в вузе, выделены на основе логики соподчинения уровней: от концептуального обоснования педагогической технологии до подбора средств диагностики текущего состояния обучаемых, дидактических моделей и критериев выбора оптимальной модели для конкретных условий учебного процесса. Приведем необходимый и достаточный компонентный состав технологии отбора и структурирования содержания обучения математике: целевой, концептуальный, содержательный и процессуальный.

– Технология отбора содержания обучения математике направлена **на целевые установки**: всестороннее и гармоничное развитие личности студента, предполагающее максимальное развитие интеллектуальной, познавательной, нравственной, мотивационной, социальной сфер на основе диалога естественно-научной и гуманитарной культур; воспитание доминанты саморазвития и самосовершенствования личности специалиста; формирование индивидуальных траекторий обучения с учетом психологических особенностей, интересов, ценностей и дифференциации учебного материала по профилю обучения, сложности и проблемности.

– В качестве **концептуальной основы** нами выбран фрактальный подход, связанный с идеей количественной и качественной оценки структур учебных элементов, имеющих сложную иерархическую организацию любой мерности, и ориентированный на решение проблемы эффективности организации информационных потоков с возможностью принудительного установления различных видов связей.

Основополагающими идеями технологии являются следующие: *идея диалога естественно-научной и гуманитарной культур*, позволившая реализовать в процессе обучения математике гуманитаризацию естественно-научного образования и фундаментализацию естествознанием гуманитарного образования (М. Бахтин, В. С. Библер, М. Бубер, Ф. Гогартен, М. С. Каган, Д. С. Лихачев, Н. Д. Никандров и

др.); *дидактические теории формирования содержания образования*, в частности, теории дидактического энциклопедизма (Ф. В. Дерпфельд, Я. А. Коменский, Дж. Мильтон и др.) и формализма (А. Дистервег, И. Г. Песталоцци, Ж. Ж. Руссо, Дж. Локк и др.), функционального материализма (В. Оконь), операциональной структуризации содержания, структурализма (К. Сосницкий); идеи проектирования ФГОС (А. И. Адамский, А. Г. Асмолов, Э. Д. Днепров, А. М. Кондаков, В. С. Леднев, И. Д. Фрумин и др.).

Методологические требования к технологии отбора и структурирования содержания обучения (критерии технологичности): системность, наукоемкость, эффективность, управляемость, универсальность, ИТ-поддержки, интегративность, элективность.

Технология отбора и структурирования содержания обучения строится, прежде всего, на общедидактических принципах отбора содержания (научности, системности, последовательности, целостности, доступности, преемственности и др.). Однако классические постулаты дополняем специальными **принципами конструирования содержания** [3]:

– *включенности вероятности в структуру и содержание познания*, который заключается в учете вероятностных распределений и статистических закономерностей в содержании и структуре процесса обучения математике и их воздействии на концептуальный строй мышления посредством совместного использования двух различных, несопоставимых, несоизмеримых типов мышления – логического и интуитивного, эмерджентных свойств результата их кооперативного взаимодействия;

– *фрактальности*, применяемого в качестве методологического свойства и позволяющего одновременно рассматривать разномасштабные объекты и процессы с сохранением инварианта;

– *неопределенности* (С. И. Архангельский), согласно которому результаты взаимодействия элементов образовательной системы не могут быть детально предсказаны, однако управление учебной деятельностью студентов позволит осуществить переход от неопределенных результатов обучения при моделировании возможных вариантов развития системы образования к вероятно гарантированным. Чем неопределеннее постановка учебной задачи, тем больше альтернатив ее решения будет найдено, следовательно, больше знаний получено, так как недостаточно

определенные задачи наполнятся конкретным содержанием, станут более наполненными, более определенными;

– *трансдисциплинарности* (Е. Н. Князева, С. П. Курдюмов), который рассматривается как аналог принципа организации научного знания, открывающий потенциал взаимодействия, синтеза результатов различных научных дисциплин при решении комплексных проблем взаимодействия двух культур – естественно-научной и гуманитарной, как конструктивный диалог различных научных областей, как форма взаимодействия дисциплин для понимания феномена сложности систем, создающий новое интеллектуальное пространство. Трансдисциплинарность «трансцендирует» дисциплины и тем самым реагирует на гиперспециализацию – процесс, ведущий к росту фрагментации и раздробленности знания путем формирования системного мышления, мировоззрения, которое перешагивает границы базовых научных дисциплин и выходит на метанаучный уровень;

– *фундирования* (В. В. Афанасьев, Ю. А. Поваренков, Е. И. Смирнов, В. Д. Шадриков и др. [1, 6]), который заключается в определении профессионально ориентированной теоретической основы для спиралевидной схемы развертывания и моделирования базовых учебных элементов в направлении развития мышления, личностных и профессиональных качеств бакалавра в системе математической подготовки студентов различных направлений;

– *моделирования*, представляет собой интеграцию теоретических основ математики с их практической реализацией и умением составлять математические модели реальных явлений, посредством которого осуществляется решение методологических и мировоззренческих проблем в процессе обучения студентов;

– *разумной строгости* (Л. Д. Кудрявцев), при котором фундаментальная составляющая математических дисциплин излагается с опорой на принцип научности, а прикладная – базируется на принципе естественности, объем этих принципов определяется программными требованиями по соответствующим направлениям подготовки;

– *полимотивации* (В. М. Дамиров), понимаемый как способ организации учебной деятельности, при которой предполагается использование различных мотивационных процессов (внешних и внутренних), инициирующих эффективное развитие мыслительной, интеллектуальной сфер

обучаемых, тем самым влияющих на успешность освоения математических дисциплин;

– *профессиональной культуры*, предполагающий объединение духовно-нравственного и рационально-полезного аспектов для повышения профессионализма, уровня интеллекта, расширения научного мировоззрения и получения возможности успешной интеграции личности в национальную и мировую культуру;

– *системогенетичности* (В. Д. Шадриков), представляющего образование новых систем предметного и метапредметного знания, новых элементов индивидуального опыта, которые получают свою качественную определенность при их генетическом изучении в зависимости от функционирования структур, сложившихся на каждой стадии обучения, и от способа взаимодействия с реальной действительностью.

3. Особенности содержания. Технология отбора и структурирования содержания обучения математике реализуется посредством формирования содержания математического материала с целью удовлетворения образовательных, духовных, профессиональных потребностей личности, направленных на возможное максимальное развитие ее способностей и свойств. Согласно концепции Г. Д. Кирилловой о формировании системных обобщенных знаний, определяющим в соотношении содержательной и операциональной сторон познавательной деятельности является содержание учебного материала и степень раскрытия [5].

В фазе анализа, отбора и структурирования учебного материала, в выборе способов первичного его представления применяем методологический подход, опирающийся на множества фрактальной размерности. Установление границ в предметной области и ее структуре, а также разбиение на множество дисциплин, методик, методов аналогично созданию фрактальных множеств, таких как множество Кантора, треугольник Серпинского, ковер Серпинского и т. д. При таком подходе актуален отбор содержания на уровне системных, обобщенных, опорных знаний, поэтому фрактальным является и структурирование содержания ключевых понятий. Ключевые понятия можно определить также как «узел знаний», составляющих «каркас» учебно-информационного материала. Разработка их структуры с использованием таких базовых свойств фракталов, как самоподобие и сохранение инварианта, позволяет не только устанавливать логические связи между отдельными поня-

тиями конкретной предметной области, но и контролировать, оптимизировать процесс интеграции научного знания в целом. Методика фрактального описания и построения понятийной структуры ключевых понятий дисциплины теории вероятностей и математической статистики проиллюстрирована в более ранних работах [2].

На основе учебного тезауруса формируется расширяемый банк учебно-познавательных и исследовательских задач по математическим дисциплинам, представленный в виде классификационной матрицы с учетом глубины фрактального представления учебных элементов: по горизонтали – градация сложности; по вертикали – глубина проблемности. Итак, по горизонтали выделяем следующие уровни, устанавливающие реализацию диалога культур в процессе обучения: модульный, предметный, межпредметный, междисциплинарный, конверсионно-радиантный. По вертикали выделяем уровни усвоения учебного материала: базовых школьных знаний (пропедевтика); вузовских базовых фундаментальных знаний; общепрофессиональной подготовки (умение применять знания в приложении к сфере профессиональных дисциплин); практической самореализации (личностное и профессиональное самосознание, самооценка и саморазвитие).

4. Процессуальный компонент включает этапы процесса отбора и структурирования содержания обучения; методы и средства обеспечения процесса наполнения содержания; исходные и конечные «продукты» процесса формирования содержания.

Основные этапы процесса отбора и структурирования содержания обучения: проектирование учебных тезаурусов математических дисциплин на основе информационно-семантического и логического анализа; педагогическая экспертиза проектов тезаурусов; выделение гуманитарной, естественно-научной и профессиональной составляющих ключевых понятий; разворачивание структуры фрактала, согласно выбранным векторам развития ключевого понятия; выбор параметров ограничений роста фрактальных понятийных структур (задание количества итераций); содержательное наполнение учебных модулей на основе объективизированных тезаурусов; структурирование банка задач, согласованного с фрактальной структурой понятийного аппарата.

Исходная база процесса формирования содержания: система научных знаний; опыт ведущих преподавателей; ФГОС ВО.

Конечные результаты: междисциплинарная фрактально организованная база ключевых понятий математических дисциплин; банк учебно-познавательных и исследовательских задач по математическим дисциплинам.

В заключение отметим, что предлагаемая технология вариативного структурирования учебного материала с применением фрактального подхода дает возможность качественно изменить содержание обучения, обеспечив повышение уровня технологичности обучения математике. Во-первых, технология способствует фундаментальности усвоения курса математики, что порождает формирование у обучающихся целостного представления о природе, обществе, человеке, постнеклассических ценностей, междисциплинарного системного знания. Во-вторых, получение гарантированных результатов обучения как по глубине понимания математического материала, так и по количественным показателям непосредственно связано с гармоничным развитием личности специалиста любой профессиональной области, ее способностью быстро адаптироваться к изменяющимся условиям жизни, критически мыслить, видеть возникающие проблемы и находить их решения, грамотно работать с информацией, самостоятельно развивать свой интеллект.

Библиографический список

1. Афанасьев, В. В., Смирнов, Е. И. Экспериментальное исследование творческой активности студентов в процессе обучения математике вузе [Текст] / Афанасьев В. В., Смирнов Е. И. // Ярославский педагогический вестник. – 1996. – № 3. – С. 110–115.
2. Дворяткина, С. Н. Вариативное структурирование содержания курса теории вероятностей и математической статистики [Текст] / С. Н. Дворяткина // Ярославский педагогический вестник. Серия «Психолого-педагогические науки». – 2011. – № 4. – С. 74–83.
3. Дворяткина, С. Н. Инновационный подход к организации учебно-воспитательного процесса [Текст] / С. Н. Дворяткина // Личность. Культура. Общество. – М., 2011. – Т. XIII. – Вып. 4. – С. 318–325.
4. Дворяткина, С. Н., Кузнецова, Т. И. Системогенез методологии отбора содержания обучения математике на основе анализа отечественного и мирового образовательного опыта [Текст] / С. Н. Дворяткина, Т. И. Кузнецова // Труды Международной научно-практической конференции «Отечественная наука в эпоху изменений: постулаты прошлого и теории нового времени». – 2015. – № 11. – С. 8–11.

5. Кириллова, Г. Д. Процесс развивающего обучения как целостная система [Текст]: монография / Г. Д. Кириллова. – СПб. : Образование, 1996. – 276 с.

6. Смирнов Е. И. Фундирование в профессиональной подготовке и инновационной деятельности педагога [Текст]: монография / Е. И. Смирнов. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2012. – 654 с.

Bibliograficheskiy spisok

1. Afanas'ev, V. V., Smirnov, E. I. Jeksperimental'noe issledovanie tvorcheskoj aktivnosti studentov v processe obuchenija matematike vuze [Tekst] / Afanas'ev V. V., Smirnov E. I. // Jaroslavskij pedagogicheskij vestnik. – 1996. – № 3. – S. 110–115.

2. Dvorjatkina, S. N. Variativnoe strukturirovanie sodержanija kursa teorii verojatnostej i matematicheskoj statistiki [Tekst] / S. N. Dvorjatkina // Jaroslavskij pedagogicheskij vestnik. Serija «Psihologo-pedagogicheskie nauki». – 2011. – № 4. – S. 74–83.

3. Dvorjatkina, S. N. Innovacionnyj podhod k organizacii uchebno-vospitel'nogo processa [Tekst] / S. N. Dvorjatkina // Lichnost'. Kul'tura. Obshhestvo. – M., 2011. – Т. XIII. – Vyp. 4. – S. 318–325.

4. Dvorjatkina, S. N., Kuznecova, T. I. Sistemogenez metodologii otbora sodержanija obuchenija matematike na osnove analiza otechestvennogo i mirovogo obrazovatel'nogo opyta [Tekst] / S. N. Dvorjatkina, T. I. Kuznecova // Trudy Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii «Otechestvennaja nauka v jepohu izmenenij: postulaty proshlogo i teorii novogo vremeni». – 2015. – № 11. – S. 8–11.

5. Kirillova, G. D. Process razvivajushhego obuchenija kak celostnaja sistema [Tekst]: monografija / G. D. Kirillova. – SPb. : Obrazovanie, 1996. – 276 s.

6. Smirnov E. I. Fundirovanie v professional'noj podgotovke i innovacionnoj dejatel'nosti pedagoga [Tekst]: monografija / E. I. Smirnov. – Jaroslavl': Izd-vo JaGPU, 2012. – 654 s.