УДК 378; 51

В. С. Секованов, Е. И. Смирнов, Ж. В. Дорохова, Т. Н. Матыцина

Использование информационных технологий при изучении студентами метода итераций

В работе рассматривается проектирование антиципационной деятельности, нацеленное на развитие креативности студентов вузов при изучении метода итераций. Указана трактовка антиципации как умения делать прогноз, выдвигать гипотезы, которые подлежат проверке с помощью аналитических методов на основе вариативности подходов и неопределенности ситуаций. Приводятся задачи с параметром, решение которых связано с проектированием антиципационной деятельности, развитием дивергентного и образного мышления самоорганизации. Используя информационные и коммуникационные технологии, студенты делают прогноз, выдвигают гипотезы, связанные с равносильностью уравнений, и проверяют их разнообразие с помощью аналитических методов. Сначала рассматриваются частные случаи, затем полученные результаты обобщаются на основе преемственности и развертывания фундирующих процедур. По аналогии и на основе обобщенного конструкта формируются другие комплексы задач и проводится анализ и исследование их решения. Решение уравнений методом итераций с использованием ИКТ способствует развитию интуитивного мышления студентов, углубляет их знания как в области информатики, так и в области математики, повышает мотивацию в изучении данных дисциплин. На наш взгляд, такой подход дает возможность организовать поисковую и творческую математическую деятельность студентов, развивает их интуицию, гибкость и критичность мышления.

Ключевые слова: антиципация, интуиция, креативность, информационные и коммуникационные технологии, метод итераций, равносильные уравнения, творческая деятельность.

V. S. Sekovanov, E. I. Smirnov, Zh. V. Dorokhova, T. N. Matyshchina

Use of Information Technologies when Studying the Method of Iterations by Students

In this work the design of the anticipation activity aimed at development of higher education institution students' creativity when studying the method of iterations is considered. The interpretation of anticipation as an ability to do the forecast, to make hypotheses which are a subject to be checked by means of analytical methods on the basis of variability of approaches and uncertainty of situations is specified. Tasks with the parameter which solution is connected with design of the anticipation activity, development of divergent and figurative thinking of self-organization are given. Using information and communication technologies students do the forecast, make the hypotheses concerning equivalence of the equations and check their variety by means of analytical methods. First of all special cases are considered, then the received results are generalized on the basis of continuity and expansion of the funding procedures. On the analogy and on the basis of the generalized construct other complexes of tasks are formed and the analysis and research of their solution are carried out. The solution of the equations by method of iterations with use of ICT promotes development of students' intuitive thinking, deepens their knowledge both in the field of Informatics, and in the field of Mathematics, increases motivation in studying these disciplines. In our opinion, this approach gives a chance to organize students' search and creative mathematical activity, develops their intuition, flexibility and thinking criticality.

Keywords: anticipation, intuition, creativity, information and communication technologies, a method of iterations, equivalent equations, creative activity.

Проектирование антиципационной деятельности является эффективным средством формирования креативных качеств студентов. В современном, быстро меняющемся мире антиципативные навыки представляют большой интерес. Они определяют успешность и развитие личности. Проанализировав научные работы [1–13], можно сделать вывод: развитие креативных качеств личности, включая развитие интуиции, является основным приоритетом в условиях профессионального образования на всех этапах обучения. В переводе с латинского *антиципация* означает предопределение, предвосхищение, предугадывание событий; заранее составленное представление о чем-либо, способность человека представить себе возможный результат действия до его осуществления. П. К. Анохин [1] предложил концепцию «опережающего отражения», которое понимал как способность мозга забегать вперед, в будущее, в ответ на стимул, действующий только в настоящем. При этом антиципации представляют собой частный случай, точнее – форму опережающего отражения. Далее в работах Б. Ф. Ломова и Е. Н. Суркова [3] были отмечены одними из важнейших следующие функции антиципации: первая функция состоит в том, что антиципация – это всегда предвосхищение, предвидение и ожидание тех или иных событий. В этом проявляется когнитивная функция психического; вторая функция проявляется в готовности субъекта к событию, в упреждении их поведения, в планировании действий, что является регулятивной функцией психического. В представлениях о психическом отражении, в понятии антиципация связываются воедино прошлые, настоящие и будущие события. «В этом смысле, – пишет Е. А. Сергиенко, – психологический феномен антиципации имеет универсальное значения для всех форм человеческой деятельности. Начиная любую деятельность или действие, человек имеет представление (осознанное или неосознанное) о желаемом результате, о способах его достижения. Любая деятельность, и в том числе восприятие времени, состоит из трех основных элементов: цель, процесс и результат» [12].

Связующим звеном между этими крайними точками может служить гипотеза. Гипотеза – это предположение, суждение о закономерной связи явлений, это предвидение событий, и чем большее число событий она может предвидеть, тем большей ценностью обладает. Одно из главных требований к гипотезе – ее согласованность с фактическим материалом, поэтому некоторые ученые считают, что не всякое предположение может быть гипотезой. Гипотеза – это предположение, суждение о закономерной связи явлений, это предвидение событий, и чем большее число событий она может предвидеть, тем большей ценностью обладает. Следует отметить влияние антиципационной деятельности на развитие креативности студентов, поскольку она нацелена на способность делать прогноз, на выдвижение гипотез и их проверку. Считается, что выдвижение гипотезы развивает интуитивное мышление и способствует развитию творчества. Таким образом, во главу угла в антиципационной деятельности мы ставим умение делать прогноз, выдвигать гипотезы, поскольку по определению «антиципация – это способность (в самом широком смысле) действовать и принимать те или иные решения с определенным временно-пространственным упреждением в отношении ожидаемых, будущих событий». В математической деятельности это прогноз, выдвижение гипотез и их проверка; формирование акцептора математического действия [8]; решение задач на основе интуитивного мышления [8–10, 13], решение задач строго логическим методом [6]. Для проектирования антиципационной деятельности студентов был разработан сценарий решения уравнений студентами с использованием информационных и коммуникационных технологий (ИКТ), способствующих выдвижению гипотез, их проверке и развитию других видов творческой математической деятельности.

Сценарий представляет собой систему правил оптимального сочетания педагогической методики, основанной на выявлении гипотезы и поиске решения.

Проектирование антиципационной деятельности студентов предлагается осуществить с помощью решения задач с использованием современных математических методов и ИКТ (проблема четырех красок, проблема Кэлли и др.). Существуют различные методики [5], но наиболее подходящим является метод итераций. Этот метод позволяет в рамках математической проблемы выдвигать гипотезы, рассуждать по аналогии, учиться подбору методов, приемов и средств, а также управлению творческой математической деятельностью в процессе решения проблем.

Следует отметить, что метод итераций встречается достаточно часто при изучении высшей математики. Это, прежде всего, решение нелинейных уравнений методом касательных, доказательство теоремы о сжимающем отображении и др. В современной математике – динамических системах, фрактальной геометрии, теории хаоса – процесс итерирования функций имеет огромное значение. Однако системы итерированных функций отдельно в вузе не изучаются. Мы просмотрели множество сборников задач и обнаружили одну задачу, связанную с итерированными функциями в книге [2] и три задачи в книге [7]. В последнее время интерес к методу итераций растет, что подтверждает ряд работ [6, 11].

При рассмотрении данного типа творческой математической деятельности студенты должны понимать, что результаты, полученные в виде эмпирических действий, имеют гипотетический характер и требуют доказательств.

Рассмотрим круг задач, связанных с выдвижением гипотез и их проверкой:

Задача. При каждом значении параметра a решить уравнение:

$$\sqrt{a+x}=x. \qquad (1)$$

После возведения в квадрат и анализа решения квадратного уравнения, получаем ответ:

при $a<-\frac{1}{4}, x\in\varnothing$;

при $-\dfrac{1}{4} < a \le 0$ $x_{1,2} = \dfrac{1 \pm \sqrt{1+4a}}{2}$;

при $a = -\dfrac{1}{4}$, $a > 0$, $x = \dfrac{1+\sqrt{1+4a}}{2}$.

Рассмотрим следующую задачу: при каждом значении параметра a решить уравнение

$$\sqrt{a+\sqrt{a+x}} = x \qquad (2).$$

Данная задача сложнее предыдущей, и мы начнем ее решать, проводя компьютерные эксперименты в пакете MathCAD, суть которых сводится к решению уравнений (1) и (2) при конкретных значениях параметра a.

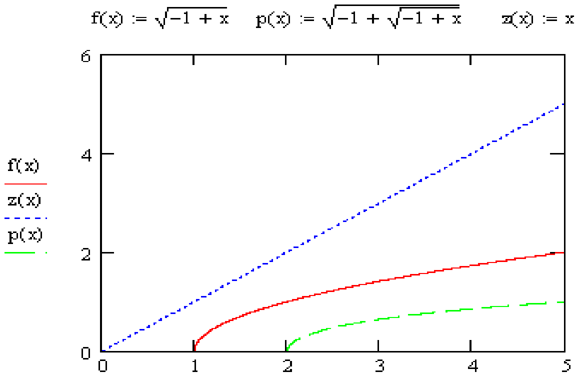


Рис. 1

Анализируя рис. 1 замечаем, что уравнения (1) и (2) имеют одни и те же корни. Придавая параметру a другие значения, мы будем получать аналогичные результаты. Анализируя результаты компьютерных экспериментов, выдвигаем гипотезу: уравнения (1) и (2) равносильны. Возведя в квадрат два раза левую и правую части уравнения (2), мы действительно получим те же решения уравнения (2), что в уравнении (1).

Рассмотрим теперь уравнение (см. также [6]):

$$\sqrt{a+\sqrt{a+\sqrt{a+x}}} = x \qquad (3).$$

Проводя компьютерные эксперименты, заметим, что решения уравнения (3) совпадают с решениями уравнения (1). Напрашивается следующее предположение: уравнение

$$\sqrt{a+\ldots+\sqrt{a+\sqrt{a+x}}} = x \qquad (4)$$

(количество квадратных корней равно n) равносильно уравнению (1).

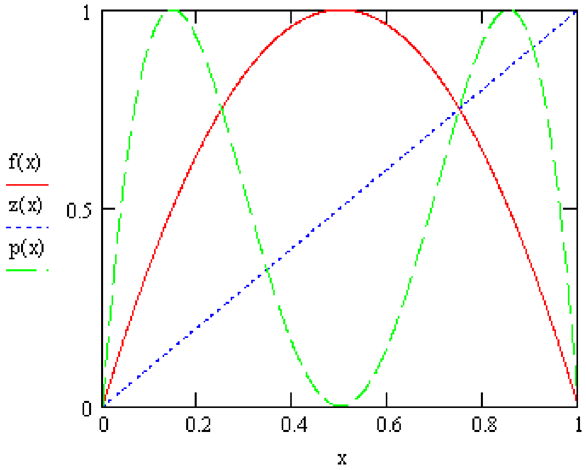
Использование пакета MathCAD закрепляет уверенность в правильности выдвинутой гипотезы. Но как найти доказательство? Проверка гипотезы происходит достаточно легко, если использовать метод итераций, являющийся мощным средством решения многих задач.

Справедливо следующее предложение: пусть задана монотонно возрастающая функция $f(x)$ на некотором отрезке $[a;b]$. Причем $f([a;b]) \subset [a\ b]$. Тогда уравнения $f(x)-x=0$ и $f^{(n)}(x)-x=0$, (где $f(x) = \underbrace{f(f(\ldots f(x)\ldots))}_{n\ раз}$), равносильны.

Доказательство. Тот факт, что каждый корень уравнения $f(x)-x=0$ есть корень уравнения $f^{(n)}(x)-x=0$, очевиден. Предположим, что $x_0 \in [a;b]$ – корень уравнения $f^{(n)}(x)-x=0$, но не является корнем уравнения $f(x)-x=0$. Предположим, например, что $f(x_0) > x_0$. Поскольку $f([a;b]) \subset [a\ b]$, то $f(x_0) \in [a;b]$ и $f^{(2)}(x_0) = f(f(x_0)) > f(x_0) > x_0$. Продолжая рассуждение по индукции, заключаем, что $f^{(n)}(x_0) > x_0$. Мы приходим к противоречию, и предложение доказано, то есть при любом $n \in N$ корни уравнения $\underbrace{f(f(\ldots f(x)\ldots))}_{n\ раз} - x = 0$ совпадают с корнями уравнения $f(x)-x=0$ на отрезке $[a\ b]$.

Отметим важность выполнения требования $f([a;b]) \subset [a\ b]$. Если данное требование нарушается, то предложение может не иметь места. Рассмотрим пример. Пусть дана функция $f(x) = 4x - 4x^2$ на отрезке $[0;\ 0{,}5]$ (Рис. 2). Замечаем, что на отрезке $[0;\ 0{,}5]$ уравнение $f(x) = x$ имеет один корень $x_1 = 0$ (сплошная кривая линия), а уравнение $f^{(2)}(x) = x$ имеет два корня $x_1 = 0$ и $x_2 \approx 0{,}347$ (пунктирная кривая линия). Все дело в том, что $f([0;\ 0{,}5]) \not\subset [0;\ 0{,}5]$.

x := 0,0.001 .. 1 $f(x) := 4\cdot x - 4\cdot x^2$ p(x) := f(f(x))   z(x) := x



x := 0.1   root(f(x) − x,x) = 0   f(0) = 0

x := 0.1   root(p(x) − x,x) = 0   p(0) = 0

x := 0.3   root(p(x) − x,x) = 0.345   p(0.345) = 0.347

x := 0.3   root(f(x) − x,x) = 0   f(0) = 0

Рис. 2

Рассмотрим еще пример. Пусть $f(x) = -\dfrac{1}{x}$. Заметим, что $p(x) = f^{(2)}(x) = x$, $f'(x) = \dfrac{1}{x^2} > 0\ \forall x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

x := −2,−1.999 .. 10 $f(x) := \frac{-1}{x}$ p(x) := f(f(x))   z(x) := x

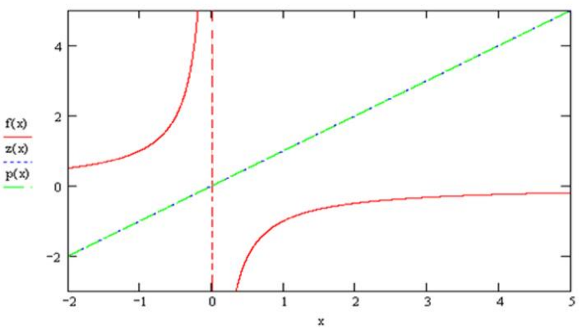


Рис. 3

Данная функция является кусочно-возрастающей, для которой предложение не имеет места, поскольку для каждого отрезка $[a\ b]$ $f([a\ b]) \not\subset [a; b]$.

Вернемся к нашей задаче. Рассмотрим функцию $f(x) = \sqrt{a + x}$. Из равенства $\sqrt{a+x} = x$ вытекает, что $x \ge 0$. Нетрудно заметить, что $f([0; a+b]) = [0; \sqrt{a+b}] \subseteq [0; a+b]$ при достаточно большом значении b, а следовательно, $f([0; \infty)) \subset [0; \infty)$ и предложение можно применять на всем промежутке $[0; \infty)$. Далее заметим, что $f^{(n)}(x) = \underbrace{\sqrt{a + \ldots + \sqrt{a+x}}}_{n\ раз}$. Кроме того, $f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{a+x}} > 0$. Следовательно, в своей области определения функция $f(x) = \sqrt{a+x}$ монотонно возрастает. Таким образом, уравнение $\sqrt{a + \ldots + \sqrt{a + \sqrt{a+x}}} = x$ равносильно уравнению $\sqrt{a+x} = x$, решение которого указано выше.

Получив решение уравнения $\sqrt{a + \ldots + \sqrt{a + \sqrt{a+x}}} = x$, логично поставить перед студентами следующую задачу: при каждом значении параметра a решить уравнение:

$$\sqrt[4]{a+\ldots+\sqrt[4]{a+\sqrt[4]{a+x}}}=x. \qquad (5)$$

(количество корней четвертой степени равно n) равносильно уравнению (1). Начать решение полезно также с проведения компьютерных экспериментов, суть которых заключается в решении уравнений

$$\sqrt[4]{a+x}=x \qquad (6)$$

$$\text{и } \sqrt[4]{a+\sqrt[4]{a+x}}=x \qquad (7)$$

при различных значениях параметра *a*. После компьютерных экспериментов следует обратиться к методу итераций, с помощью которого решить уравнения (5), (6) и (7). Из равенства $\sqrt[4]{a+x}=x$ вытекает, что $x\geq 0$.

Будем рассматривать $f(x)$ на промежутке $[0;\infty]$. Нетрудно заметить, что $f([0;a+b])=\left[0;\sqrt[4]{a+b}\right]\subseteq[0;a+b]$ при достаточно большом значении b, а следовательно, $f([[0;\infty)])\subset[0;\infty)$. Рассмотрим функцию $\varphi(x)=\sqrt[4]{a+x}$ и найдем ее производную $\varphi'(x)=\dfrac{1}{4}\dfrac{1}{\sqrt[4]{(a+x)^3}}>0$. Следовательно, функция $\varphi(x)=\sqrt[4]{a+x}$ монотонно возрастает в своей области определения и $f([0;a+b])=\left[0;\sqrt[4]{a+b}\right]\subseteq[0;a+b]$ при достаточно большом значении b. Далее замечаем, что $\varphi^{(n)}(x)=\sqrt[4]{a+\ldots+\sqrt[4]{a+\sqrt[4]{a+x}}}$. Согласно доказанному выше предложению заключаем, что корни уравнений (5), (6), (7) совпадают (рис. 4).

Замечание. Здесь задача усложняется, поскольку приходится решать не квадратное уравнение, а уравнение четвертой степени, используя формулы Феррари. Действительно, после возведения в четвертую степень обе части уравнения (6) получим $x^4-x-a=0$. Получив с помощью формул Феррари корни уравнения $\sqrt[4]{a+x}=x$, мы сможем заключить, что уравнения (5) и (7) имеют те же решения.

С помощью доказанного выше предложения можно решать достаточно сложные задачи.

3. Рассмотрим примеры.

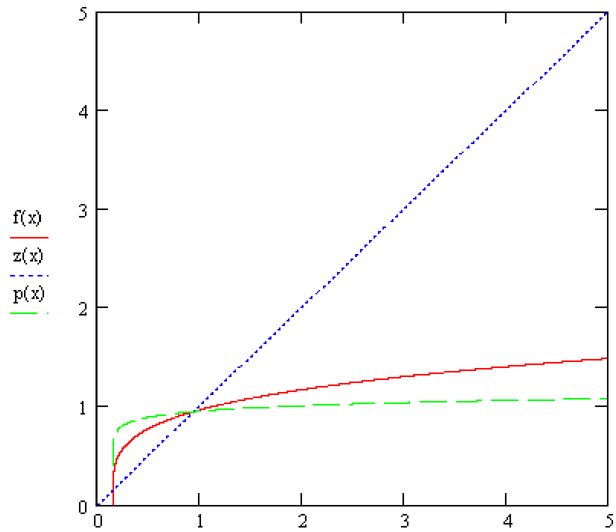
Пример 1. Пусть дана функция $f(x)=\dfrac{x}{2}+\sqrt{x+1}$. Решить уравнение $f^{(2)}(x)=x$.

Решение. Заметим, что $f^{(2)}(x)=\dfrac{x}{4}+\dfrac{\sqrt{x+1}}{2}+\sqrt{\dfrac{x}{2}+\sqrt{x+1}+1}$, и нам следует решить уравнение $\dfrac{x}{4}+\dfrac{\sqrt{x+1}}{2}++\sqrt{\dfrac{x}{2}+\sqrt{x+1}+1}=x$. Заметим сначала, что $x\geq 0$. Решая данное уравнение путем возведения в квадрат его левой и правой части, встречаем трудности. Однако данное уравнение легко решить, используя метод итераций. Заметим, что $f'(x)=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2\sqrt{x+1}}$ и $f([0;8])\subset[0;8]$. Поскольку на отрезке $[0;8]$ наша функция монотонно возрастает, то согласно доказанному предложению на данном отрезке уравнения $f(x)=x$ и $f^{(2)}(x)=x$ равносильны. Решая уравнение $\dfrac{x}{2}+\sqrt{x+1}=x$, получим $x=2+2\sqrt{2}\approx 4{,}82$, которое будет являться решением и уравнения $f^{(2)}(x)=x$.

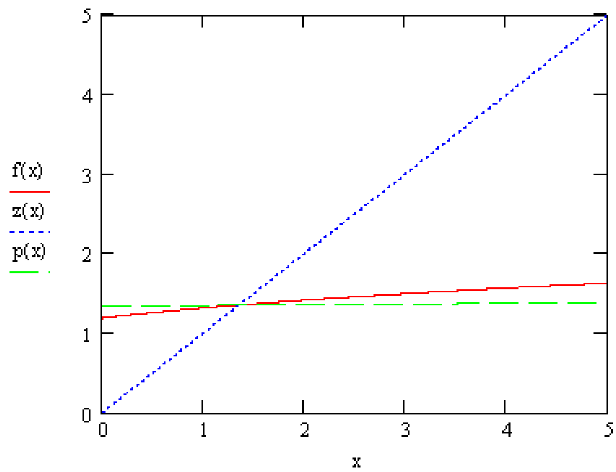
Заметим, что и при любом $a>8$ $f([0;a])\subset[0;a]$. Таким образом, на промежутке $[0;\infty)$ уравнения $f(x)=x$ и $f^{(2)}(x)=x$ равносильны.

$x := 0, 0.001 .. 5 \quad f(x) := \sqrt[4]{x - 0.15} \quad p(x) := \sqrt[4]{-0.15 + \sqrt[4]{-0.15 + x}}$

1



$x := 0, 0.001 .. 5 \quad f(x) := \sqrt[4]{x + 2} \quad p(x) := \sqrt[4]{2 + \sqrt[4]{2 + x}}$



$x := 0, 0.001 .. 5 \quad f(x) := \sqrt[4]{-1 + x} \quad p(x) := \sqrt[4]{-1 + \sqrt[4]{-1 + x}}$

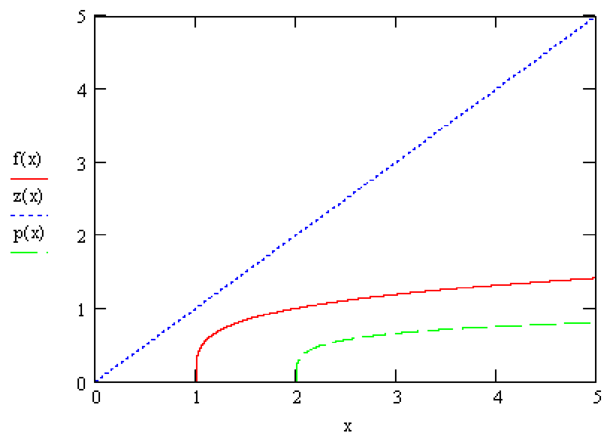


Рис. 4

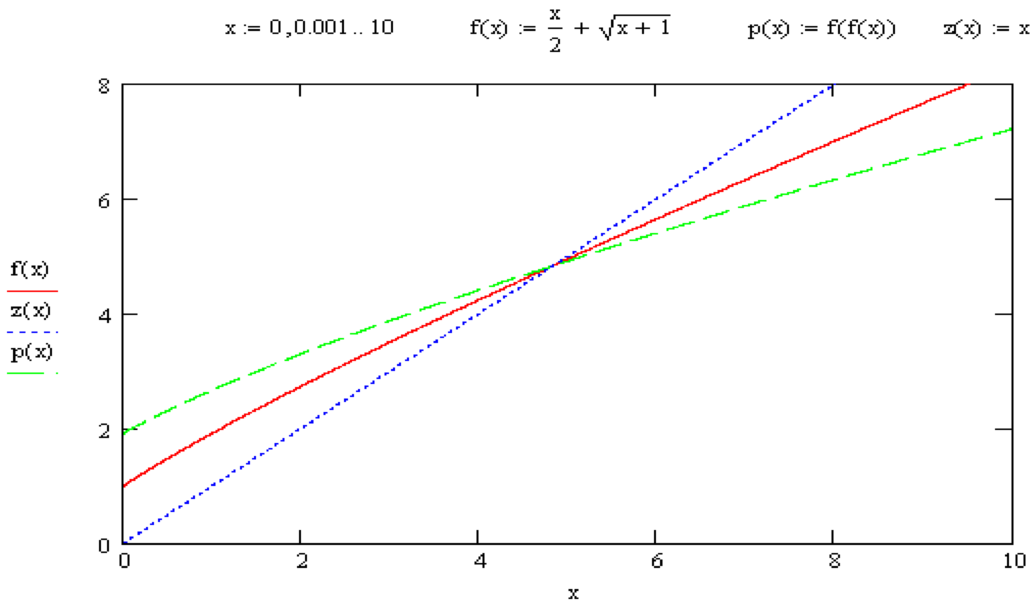


Рис. 5

Пример 2. Решить уравнение $\frac{\sqrt{x}}{3}+\sqrt{\frac{x}{3}+\sqrt{x}+1}=\frac{8}{9}x-\frac{4}{3}$.

Решение. Представим вышенаписанное уравнение в виде

$\frac{x}{9}+\frac{\sqrt{x}}{3}+\frac{1}{3}+\sqrt{\frac{x}{3}+\sqrt{x}+1}+1=x$. Положим $\varphi(x)=\frac{x}{9}+\frac{\sqrt{x}}{3}+\frac{1}{3}+\sqrt{\frac{x}{3}+\sqrt{x}+1}+1$.

Рассмотрим функцию $\mu(x)=\frac{x}{3}+\sqrt{x}+1$. Нетрудно заметить, что $\varphi(x)=\mu^{(2)}(x)$ и $\mu'(x)=\frac{1}{3}+\frac{1}{2\sqrt{x}}>0\ \forall x\in(0;\infty)$. Замечаем, что $\mu([0;c])=\left[1;\frac{c}{3}+\sqrt{c}+1\right]\subseteq[0;c]$ при достаточно большом значении c и условие доказанного выше предложенияе выполняется. Нетрудно заметить, что уравнения $\mu(x)=x$ и $\mu^{(2)}(x)=x$ равносильны при $x\in[0;\infty)$. Решим уравнение $\frac{x}{3}+\sqrt{x}+1=x$. Оно имеет (см. рис. 6.) единственный корень $x=\frac{3(7+\sqrt{33})}{8}\approx 4{,}779$. Согласно доказанному выше предложению единственным корнем уравнения $\frac{\sqrt{x}}{3}+\sqrt{\frac{x}{3}+\sqrt{x}+1}=\frac{8}{9}x-\frac{4}{3}$ является корень $x=\frac{3(7+\sqrt{33})}{8}\approx 4{,}779$.

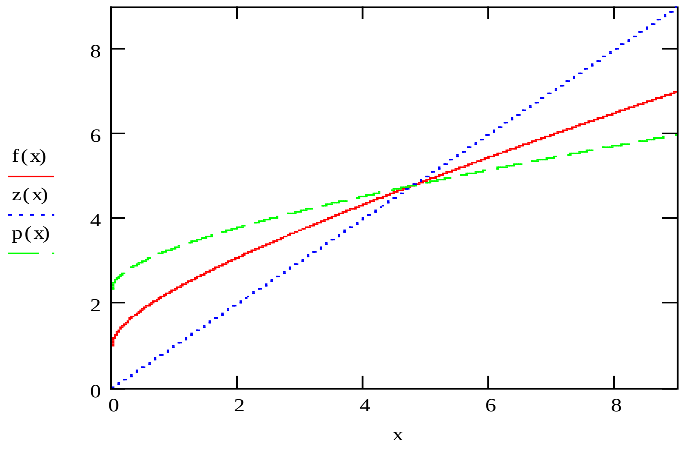
Рассмотрев приложения метода итераций, студенты могут самостоятельно решить следующие задачи:

а) Пусть функция $f(x)$ монотонно возрастает на своей области определения и $f(D_f)\subset D_f$. Будут ли уравнения $f(x)-x=0$ и $f^{(n)}(x)-x=0$ равносильны (где $f(x)=\underbrace{f(f(\ldots f}_{n\ раз}(x)\ldots)))$.

б) Пусть дана функция $f(x)=\frac{x}{3}+\sqrt{x+2}$. Решите уравнение $f^{(2)}(x)=x$.

в) Решите уравнение $\frac{\sqrt{x}}{4}+\sqrt{\frac{x}{4}+\sqrt{x}+1}=\frac{15}{16}x-\frac{5}{4}$.

$x := 0, 0.001 .. 9 \quad f(x) := \frac{x}{3} + \sqrt{x} + 1 \quad p(x) := \frac{x}{9} + \frac{\sqrt{x}}{3} + \frac{1}{3} + \sqrt{\frac{x}{3} + \sqrt{x} + 1} + 1 \qquad z(x) := x$



$x := 0.8 \qquad \text{root}(f(x) - x, x) = 4.779 \qquad \text{root}(p(x) - x, x) = 4.779$

$f(0) = 1 \qquad f(9) = 7$

Рис. 6

В заключение отметим, что решение уравнений методом итераций с использованием ИКТ способствует развитию интуитивного мышления студентов, углубляет их знания как в области информатики, так и в области математики, повышает мотивацию в изучении данных дисциплин. Подчеркнем также, что данный подход нацелен на развитие креативности студентов, поскольку интуитивное мышление является важнейшим креативным качеством личности. Проектирование антиципационной деятельности студентов при решении рассмотренных выше математических задач также нацелено на развитие важной компоненты креативности – гибкости мышления (поскольку используются как математические методы, так и информационные и коммуникационные технологии).

Важно подчеркнуть, что при решении рассмотренных выше математических задач важную функцию выполняют ИКТ, являющиеся в настоящее время важнейшим инструментов для решения математических проблем.

Библиографический список

1. Анохин, П. К. Избранные труды: Кибернетика функциональных систем [Текст] / П. К. Анохин ; под ред. К. В. Судакова. – М. : Медицина, 1998. – 400 с.
2. Демидович, Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу [Текст] / Б. П. Демидович. – М. : Наука, 1969. – 544 с.
3. Ломов, Б. Ф., Сурков, Е. Н. Антиципация в структуре деятельности [Текст] / Б. Ф. Ломов, Е. Н. Сурков. – М. : Наука, 1980. – 280 с.
4. Матыцина, Т. Н. Вычисление экспоненциала некоторых матриц [Текст] / Т. Н. Матыцина // Кострома : Вестник КГУ им. Н. А. Некрасова. – 2014. – № 7. – С. 29–31.
5. Матыцина, Т. Н., Гладкова, Е. А. Об одном аспекте преподавания теории пределов [Текст] / Т. Н. Матыцина, Е. А. Гладкова // International scientific review. – 2015. – № 7 (8). – С. 8–10.
6. Натяганов, В. Л., Лужина, Л. М. Методы решения задач с параметрами [Текст] : учебное пособие / В. Л. Натяганов, Л. М. Лужина. – М. : Изд-во МГУ, 2003. – 368 с.
7. Полиа, Г., Сеге, Г. Задачи и теоремы из анализа. Т. I. [Текст] / Г. Полиа, Г. Сеге. – М., 1978. – 392 с.
8. Секованов, В. С. Формирование креативной личности студента вуза при обучении математике на основе новых информационных технологий [Текст] / В. С. Секованов. – Кострома : КГУ им. Н. А. Некрасова, 2004. – 231 с.
9. Секованов, В. С. Методическая система формирования креативности студента университета в процессе обучения фрактальной геометрии [Текст] / В. С. Секованов. – Кострома : КГУ им. Н. А. Некрасова, 2006. – 279 с.
10. Секованов, В. С. Использование новых информационных технологий при проектировании антиципационной деятельности студентов математических специальностей университетов [Текст] / В. С. Секованов // Вестник Костромского государственного университета им. Н. А. Некрасова. – 2001. – № 1. – С. 21–26.

11. Сергеев, И. Г. ЕГЭ. Математика. Задания типа С [Текст] / И. Г. Сергеев. –3-е изд. перераб. и доп. – М. : Экзамен, 2010. – 334 с.

12. Сергиенко, Е. А. Антиципация в раннем онтогенезе человека [Текст] / Е. А. Сергиенко. – М., 1992.

13. Смирнов, Е. И. Технология наглядно-модельного обучения математике [Текст] / Е. И. Смирнов. – Ярославль : ЯГПУ им. К. Д. Ушинского, 1998. – 313 с.

Bibliograficheskij spisok

1. Anohin, P. K. Izbrannye trudy: Kibernetika funkcional'nyh sistem [Tekst] / P. K. Anohin ; pod red. K. V. Sudakova. – M. : Medicina, 1998. – 400 s.

2. Demidovich, B. P. Sbornik zadach i uprazhnenij po matematicheskomu analizu [Tekst] / B. P. Demidovich. – M. : Nauka, 1969. – 544 s.

3. Lomov, B. F., Surkov, E. N. Anticipacija v strukture dejatel'nosti [Tekst] / B. F. Lomov, E. N. Surkov. – M. : Nauka, 1980. – 280 s.

4. Matycina, T. N. Vychislenie jeksponenciala nekotoryh matric [Tekst] / T. N. Matycina // Kostroma : Vestnik KGU im. N. A. Nekrasova. – 2014. – № 7. – S. 29–31.

5. Matycina, T. N., Gladkova, E. A. Ob odnom aspekte prepodavanija teorii predelov [Tekst] / T. N. Matycina, E. A. Gladkova // International scientific review. – 2015. – № 7 (8). – S. 8–10.

6. Natjaganov, V. L., Luzhina, L. M. Metody reshenija zadach s parametrami [Tekst] : uchebnoe posobie / V. L. Natjaganov, L. M. Luzhina. – M. : Izd-vo MGU, 2003. – 368 s.

7. Polia, G., Sege, G. Zadachi i teoremy iz analiza. T. I. [Tekst] / G. Polia, G. Sege. – M., 1978. – 392 s.

8. Sekovanov, V. S. Formirovanie kreativnoj lichnosti studenta vuza pri obuchenii matematike na osnove novyh informacionnyh tehnologij [Tekst] / V. S. Sekovanov. – Kostroma : KGU im. N. A. Nekrasova, 2004. – 231 s.

9. Sekovanov, V. S. Metodicheskaja sistema formirovanija kreativnosti studenta universiteta v processe obuchenija fraktal'noj geometrii [Tekst] / V. S. Sekovanov. – Kostroma : KGU im. N. A. Nekrasova, 2006. – 279 s.

10. Sekovanov, V. S. Ispol'zovanie novyh informacionnyh tehnologij pri proektirovanii anticipacionnoj dejatel'nosti studentov matematicheskih special'nostej universitetov [Tekst] / V. S. Sekovanov // Vestnik Kostromskogo gosudarstvennogo universiteta im. N. A. Nekrasova. – 2001. – № 1. – S. 21–26.

11. Sergeev, I. G. EGJe. Matematika. Zadanija tipa S [Tekst] / I. G. Sergeev. –3-e izd. pererab. i dop. – M. : Jekzamen, 2010. – 334 s.

12. Sergienko, E. A. Anticipacija v rannem ontogeneze cheloveka [Tekst] / E. A. Sergienko. – M., 1992.

13. Smirnov, E. I. Tehnologija nagljadno-model'nogo obuchenija matematike [Tekst] / E. I. Smirnov. – Jaroslavl' : JaGPU im. K. D. Ushinskogo, 1998. – 313 s.