

С. С. Елифантьева, А. В. Ястребов

Методико-математические задания как средство повышения качества профессиональной подготовки будущих учителей

В статье рассматриваются аспекты, касающиеся повышения качества методико-математической подготовки будущих учителей. Вопрос освещается применительно к профилям подготовки «Начальное образование» и «Математическое образование». Авторский подход заключается в использовании в учебном процессе методико-математических заданий, которые носят интегративный характер и включают одновременно математическую и методическую составляющие. Данный подход базируется на идее бифункциональности заданий, которая, в свою очередь, является проявлением феномена дополнительной функции педагогического инструмента. В статье предложена типология методико-математических заданий. К первому типу относятся математические задания, которые выполняют дополнительную функцию по пропедевтике изучения курса методики преподавания математики. Ко второму типу относятся методические задания, которые выполняют дополнительную функцию по повторению математических понятий и рассмотрению их в новом контексте. Тип задания влияет на то, при обучении какой дисциплине следует его использовать. В статье приведены примеры методико-математических заданий и того, и другого типов для обоих профилей. Авторы полагают, что предложенный подход к повышению качества методико-математической подготовки будущих учителей окажется эффективным при условии создания междисциплинарных задачников.

Ключевые слова: профессиональная подготовка будущих учителей, феномен дополнительной функции педагогического инструмента, бифункциональность заданий, методико-математические задания.

S. S. Elifantieva, A. V. Yastrebov

Methodical-Mathematical Tasks as a Means to Improve Quality of Future Teachers' Professional Training

In the article aspects concerning improvement of quality of future teachers' methodical-mathematical training are considered. The question is regarded in relation to training profiles «Primary education» and «Mathematical education». The author's approach consists in use in the educational process of methodical-mathematical tasks which have integrative character and include mathematical and methodical components at the same time. This approach is based on the idea of bifunctionality of tasks which in its turn is manifestation of the phenomenon of the additional function of the pedagogical means. In the article the typology of methodical-mathematical tasks is offered. Mathematical tasks which perform an additional function on propaedeutics of studying of a course of a technique of teaching mathematics belong to the first type. Methodical tasks which have the additional function on revising of mathematical concepts and their consideration in a new context belong to the second type. The type of the task determines the training type in the discipline that should be used. In the article examples of methodical-mathematical tasks of both types for both profiles are given. The authors believe that the offered approach to improve quality of methodical-mathematical training of future teachers will be effective in case cross-disciplinary books of problems will be made.

Keywords: future teachers' professional training, phenomenon of the additional function of the pedagogical means, bifunctionality of tasks, methodical-mathematical tasks.

1. Постановка проблемы

Переход на новый образовательный стандарт высшего образования привел к пересмотру существующих подходов в области профессиональной подготовки будущих учителей. Для успешного осуществления профессиональной деятельности учитель должен в равной степени хорошо владеть как теоретическими, так и методическими основами преподаваемого им курса. На практике же наблюдается перевес в ту или иную сторону. Одним из возможных средств повышения качества профессиональной подготовки учителя является многофункциональность педагогического инструмента, под которым подразумевается «со-

вокупность компонентов педагогического процесса, оказывающих воздействие на образовательный результат» [2, с. 126]. Фактически для любого педагогического инструмента характерен феномен дополнительной функции: помимо основной функции, ради выполнения которой инструмент проектировался, создавался и применялся, ему объективно присуща другая, дополнительная функция, наличие которой изначально не предполагалось и уж тем более не планировалось [2, с. 126]. Вместе с тем «целенаправленное использование обнаруженного феномена приводит к повышению эффективности отдельно взятого педагогического инструмента, что может проис-

ходить просто за счет увеличения числа его функций» [2, с. 129].

Все сказанное порождает *проблему*: каким должен быть педагогический инструмент, который способствовал бы повышению качества как математической, так и методической подготовки будущих учителей?

2. Основная идея и основное утверждение

Общий подход к решению проблемы базируется на использовании бифункциональности заданий, являющейся проявлением феномена дополнительной функции педагогического инструмента. В данном случае в качестве педагогического инструмента выступают задания. Бифункциональность заданий подразумевает, что они, помимо основной функции, выполняют дополнительную функцию, необходимую по тем или иным причинам. Ранее идея бифункциональности заданий реализовывалась нами в рамках одной учебной дисциплины. В частности, в статье [1] описаны математические задания, дополнительной функцией которых является повторение ранее изученных разделов курса математики. Логично предположить, что идея бифункциональности заданий может быть реализована и при изучении двух дисциплин, в данном случае математики и методики ее преподавания.

Задания, о которых пойдет речь ниже, назовем *методико-математическими заданиями*. Особенностью данных заданий является *интегративный характер содержания*, их одновременная направленность как на усвоение понятий курса математики, так и на формирование умения применять теоретические знания для решения методических задач. В зависимости от того, какая цель ставится в качестве основной, мы выделяем два типа методико-математических заданий. К *первому типу* относятся задания, которые, помимо основной функции по фундаментальной подготовке студентов в области математики, выполняют пропедевтическую функцию по отношению к методике преподавания математики. Ко *второму типу* относятся задания, которые, помимо основной функции по методической подготовке студентов к обучению школьников математике, выполняют дополнительную функцию по повторению математических понятий и рассмотрению их в новом контексте. Именно от типа задания зависит то, при обучении какой дисциплине целесообразно его использовать.

Основное утверждение статьи состоит в следующем: методико-математические задания способствуют повышению качества профессио-

нальной подготовки будущих учителей как в области математики, так и в области методики ее преподавания.

Ниже мы проиллюстрируем основное утверждение для студентов, обучающихся по двум различным профилям: по профилю «Начальное образование» и по профилю «Математическое образование». Благодаря этому окажется, что методико-математические задания имеют достаточно широкую область применения.

3. Методико-математические задания для профиля «Начальное образование»

Задание 1.1. Решите следующие задачи с помощью формул комбинаторики: «Сколько различных трехзначных чисел можно составить, используя цифры 2 и 5?»; «Сколько различных четырехзначных чисел можно составить из цифр 1, 4, 7 и 9 при условии, что цифры не могут повторяться?». Какой метод решения комбинаторных задач используется в начальной школе? Раскройте его особенности на примере одной из данных задач. Приведите свои примеры комбинаторных задач для начальной школы.

Обсуждение. В процессе выполнения задания студенту необходимо вспомнить формулы для подсчета числа отдельных видов комбинаций, а также определить, какие из них потребуются для решения данных задач. Так, в первом случае нужна формула для подсчета числа размещений с повторениями, во втором – формула для подсчета числа перестановок без повторений.

Традиционно комбинаторика является одним из наиболее сложных для понимания разделов курса математики. Основная проблема заключается в том, что студенты не всегда правильно определяют, о какой из комбинаций идет речь в той или иной задаче.

Существует более простой метод решения комбинаторных задач – метод перебора. С этим методом студенты знакомятся уже в курсе математики. К недостаткам данного метода относится ограниченность его области применения. Он может быть использован только в случаях, когда речь идет о переборе небольшого количества всевозможных вариантов. Именно метод перебора реализуется при решении комбинаторных задач в начальной школе. В связи с этим соответствующая работа продолжается уже в курсе методики.

Задание 1.2. Сравните множество натуральных чисел и множество положительных рациональных чисел (свойства, выполнимость операций). Установите, как в учебниках для начальной

школы определяется понятие обыкновенной дроби и какова цель изучения дробей в начальном курсе математики.

Обсуждение. В соответствии с учебной программой основу начального курса математики составляют представления о натуральных числах и действиях над ними. Тем не менее уже в начальной школе обучающиеся знакомятся с понятием дроби. В связи с этим студенты должны владеть понятиями натурального числа и рационального числа.

Задание призвано обобщить представления студентов о множестве натуральных чисел и множестве положительных рациональных чисел на основе сравнения данных множеств. Оба множества бесконечны и являются упорядоченными множествами. В множестве натуральных чисел есть наименьшее число, но нет наибольшего числа; в множестве положительных рациональных чисел нет наименьшего и наибольшего чисел. Множество натуральных чисел обладает свойством дискретности, а множество положительных рациональных чисел – свойством плотности. На множестве положительных рациональных чисел алгебраическими операциями являются сложение, умножение и деление, тогда как на множестве натуральных чисел деление является частичной алгебраической операцией.

В данном задании присутствует и методическая составляющая, предполагающая знакомство студентов с основными действующими учебниками по математике для начальной школы.

Задание 1.3. Дайте определение операции сложения на множестве натуральных чисел и раскройте ее свойства. Какая терминология используется для названий свойств операции сложения в начальных классах? Составьте задания для первого класса, направленные на знакомство обучающихся с одним из свойств операции сложения.

Обсуждение. В основе методики разъяснения младшим школьникам действия сложения лежит его трактовка в количественной теории числа. Соответственно, при работе над заданием студенту необходимо вспомнить трактовку данной операции с точки зрения теоретико-множественного подхода и затем сформулировать коммутативное и ассоциативное свойства операции.

В начальной школе для свойств операции сложения используется другая терминология: переместительное свойство и сочетательное свойство. В первом классе обучающиеся знако-

мятся только с переместительным свойством сложения.

Следовательно, основная цель состоит в создании комплекса заданий, направленного на знакомство младших школьников с переместительным свойством сложения. Тем не менее одновременно с этим студент сталкивается с необходимостью углубления в область математики.

Задание 1.4. Дайте определение понятия «Площадь фигуры». Какие способы нахождения площадей фигур известны младшим школьникам? Составьте систему заданий по теме «Правило вычисления площади прямоугольника».

Обсуждение. Существует два способа нахождения площадей фигур. Первый способ – измерение площадей фигур с помощью палетки. Второй способ – вычисление площадей фигур с помощью готовых формул (так называемый косвенный способ). Уже в начальной школе обучающиеся знакомятся с обоими способами. Однако младшие школьники изучают ограниченное количество формул для вычисления площадей фигур – формулы для вычисления площади квадрата и площади прямоугольника.

В данном случае на первый план выходит методическая составляющая – студент должен разработать систему заданий, включая подготовительные задания, задания для введения новых знаний, задания на закрепление соответствующих умений и задания для контроля.

Таким образом, анализ заданий 1.1–1.4 позволяет сделать вывод о том, что первое и второе задания относятся к первому типу и более уместны в курсе «Математика», а третье и четвертое задания – ко второму типу и более уместны в курсе «Методика преподавания математики».

4. Методико-математические задания для профиля «Математическое образование»

Хорошо известен канонический набор общенаучных методов исследования: анализ и синтез; индукция и дедукция; конкретизация, обобщение и абстрагирование; аналогия; классификация; сравнение. Центральная роль этих методов заставляет педагогов уделять им большое внимание при изучении как математических, так и методических курсов. Покажем, что методико-математические задания могут быть использованы для освоения этих методов. Для примера выберем метод сравнения.

Задание 2.1. Сравните между собой а) рациональное и иррациональное числа; б) множество рациональных чисел и множество иррациональных чисел.

Обсуждение. Первое психологическое препятствие для студента состоит в том, что, согласно житейским представлениям, рациональное и иррациональное числа – это две разные сущности, не имеющие ничего общего. Между тем это не так. Например, то и другое числа могут быть представлены в виде бесконечной десятичной дроби. Одно из отличий состоит в том, что для рационального числа дробь является либо конечной, либо бесконечной периодической, а для рационального числа – непериодической. Другое отличие состоит в том, что представление иррационального числа в виде дроби является единственным, а представление рационального числа является единственным не всегда. Например, $2 = 2, (0) = 2,00 \dots$ и $2 = 1, (9) = 1,99 \dots$

Доказательство этого факта использует стандартный школьный материал – геометрические прогрессии, однако известно студентам далеко не всегда. Так «абсолютно» разнотипные объекты оказываются сравнимыми между собой.

Интересно, что сравнение можно продолжить с использованием непрерывных дробей, а это выводит нас в область дополнительного математического образования.

Другое психологическое препятствие состоит в том, что, сравнив числа двух типов, студенты с трудом переходят к сравнению множеств. Приходится обращаться к грубоватому житейскому примеру: два кирпича сравниваются по одним параметрам (цвет, размер, вес, материал...), а два кирпичных дома – по другим (этажность, число подъездов, количество квартир...). Обращаясь к нашим множествам, следует сказать, что оба они бесконечны и что оба всюду плотны во множестве вещественных чисел. Отличие состоит в том, что множество рациональных чисел счетно, а множество иррациональных чисел несчетно. С точки зрения алгебры множество рациональных чисел замкнуто относительно операций сложения и умножения, а множество иррациональных чисел не обладает таким свойством.

Таким образом, простая методическая задача заставляет нас серьезно углубляться в область математики.

Задание 2.2. Сравните между собой а) четную и нечетную функции; б) множество четных и нечетных функций.

Обсуждение. Сходство функций двух типов состоит в следующем: 1) у обеих функций области определения симметричны относительно

начала координат; 2) у обеих функций характеристическое свойство содержит выражения $f(x)$ и $f(-x)$; 3) графики обеих функций обладают симметрией. Отличие состоит в том, что характеристические свойства различны и, как следствие, различны типы симметрий графиков. Так, «абсолютно» разнотипные объекты оказываются сравнимыми между собой.

Интересно, что все учебники обсуждают функции общего вида (то есть ни четные, ни нечетные), однако не обсуждают функции, которые являются одновременно и четными, и нечетными. Между тем таких функций много. Такова, например, функция $f(x) := 0$, график которой Γ_f совпадает с осью абсцисс. Таковы функции $g(x) := x^0 - 1$, $h(x) := (x^2 - 1)^0 - 1$, $u(x) := (\cos x)^0 - 1$ и т. п. Построение графиков трех последних функций и сравнение их с графиком Γ_f по-своему поучительно.

Сравнение двух функциональных множеств оставляем читателю.

Задание 2.3. Сравните операции сложения вещественных чисел и сложения вещественных функций вещественного аргумента.

Обсуждение. На первый взгляд, две операции обладают настолько одинаковыми свойствами, что становятся неразличимыми: обе они коммутативны и ассоциативны, обе имеют нейтральный элемент, обе обратимы, умножение дистрибутивно относительно каждой из них. На этом фоне тотального сходства теряется фундаментальное различие: если два вещественных числа всегда можно сложить, то две функции можно сложить далеко не всегда. Так, невозможно сложить функции $f(x) := \sqrt{x}$ и

$g(x) := \frac{1}{\sqrt{-x}}$, поскольку их области определения не пересекаются. Так в повседневной практике мы соприкасаемся с понятием частичной алгебраической операции, которое не изучается в регулярном курсе.

5. Некоторые общие выводы

Применение методико-математических заданий оказывает положительное влияние на мотивацию обучения; позволяет установить преемственность в изучении курсов математики и методики ее преподавания; готовит студентов к решению проблем в их будущей профессиональной

деятельности. Также предложенные задания могут быть использованы для оценки уровня сформированности у студентов общекультурных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций. Подробно контролирующая функция методико-математических заданий раскрыта в работах И. В. Налимовой и С. С. Елифантьевой [3, 4].

Для полномасштабной реализации высказанных в статье идей необходимы, во-первых, задачки по математике, включающие методико-математические задания первого типа; во-вторых, задачки по методике преподавания математики, включающие методико-математические задания второго типа. Примером такого задачника является задачник А. В. Ястребова по общей методике преподавания математики для студентов профиля «Математическое образование» [5].

Библиографический список

1. Елифантьева, С. С., Ястребов, А. В. Феномен дополнительной функции педагогического инструмента как фактор целостности разветвленного математического курса [Текст] / С. С. Елифантьева, А. В. Ястребов // Ярославский педагогический вестник. – 2014. – Том 2. – № 1. – С. 225–229.
2. Зуева, М. Л., Ястребов, А. В. Феномен дополнительной функции педагогического инструмента [Текст] / М. Л. Зуева, А. В. Ястребов // Ярославский педагогический вестник. – 2010. – Том 2. – № 2. – С. 126–130.
3. Налимова, И. В., Елифантьева, С. С. Методическое обеспечение проверки освоения будущими учителями начальных классов общекультурных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций [Текст] / И. В. Налимова, С. С. Елифантьева // Герценовские чтения. Начальное образование. – 2016. – Том 7. – Вып. 1. – С. 212–215.
4. Налимова, И. В., Елифантьева, С. С. Проверка профессиональной готовности будущих учителей начальных классов к обучению математике [Текст] / И. В. Налимова, С. С. Елифантьева // Герценовские чтения. Начальное образование. – 2015. – Том 6. – Вып. 1. – С. 292–295.
5. Ястребов, А. В. Задачи по общей методике преподавания математики [Текст]: учебное пособие / А. В. Ястребов. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2009. – 148 с.

Bibliograficheskij spisok

1. Elifant'eva, S. S., Jastrebov, A. V. Fenomen dopolnitel'noj funkcii pedagogicheskogo instrumenta kak faktor celostnosti razvetvlenogo matematicheskogo kursa [Tekst] / S. S. Elifant'eva, A. V. Jastrebov // Jaroslavskij pedagogicheskij vestnik. – 2014. – Tom 2. – № 1. – S. 225–229.
2. Zueva, M. L., Jastrebov, A. V. Fenomen dopolnitel'noj funkcii pedagogicheskogo instrumenta [Tekst] / M. L. Zueva, A. V. Jastrebov // Jaroslavskij pedagogicheskij vestnik. – 2010. – Tom 2. – № 2. – S. 126–130.
3. Nalimova, I. V., Elifant'eva, S. S. Metodicheskoe obespechenie proverki osvoenija budushhimi uchiteljami nachal'nyh klassov obshhekul'turnyh, obshheprofessional'nyh i professional'nyh kompetencij [Tekst] / I. V. Nalimova, S. S. Elifant'eva // Gercenovskie chtenija. Nachal'noe obrazovanie. – 2016. – Tom 7. – Vyp. 1. – S. 212–215.
4. Nalimova, I. V., Elifant'eva, S. S. Proverka professional'noj gotovnosti budushhih uchitelej nachal'nyh klassov k obucheniju matematike [Tekst] / I. V. Nalimova, S. S. Elifant'eva // Gercenovskie chtenija. Nachal'noe obrazovanie. – 2015. – Tom 6. – Vyp. 1. – S. 292–295.
5. Jastrebov, A. V. Zadachi po obshhej metodike prepodavaniya matematiki [Tekst]: uchebnoe posobie / A. V. Jastrebov. – Jaroslavl': Izd-vo JaGPU, 2009. – 148 s.