DOI 10.24411/1813-145X-2018-10231

УДК 372.851

С. Н. Дворяткина
https://orcid.org/0000-0001-7823-7751

Г. А. Симоновская
https://orcid.org/0000-0001-8328-1589

Актуализация синергетических эффектов в «проблемных зонах» школьного математического образования на основе шахматной игры

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 16-18-10304)

Одним из путей актуализации синергетических эффектов является исследование сложных конструктов базовых учебных элементов в «проблемных зонах» математического образования. При выявлении «проблемных зон» в обучении математике и исследовании в ней сложных конструктов наблюдается эффективное развитие познавательных и интеллектуальных способностей обучаемых, усиление мотивации к изучению математики. Эффективным дидактическим инструментом реализации данного направления служит интеграция математической и шахматной игровой деятельности. Авторы устанавливают существование группы локальных проблем или «проблемных зон» математики, эффективное освоение которых также возможно с использованием шахматной доски. Проведенный сравнительный анализ российской и зарубежной литературы определил проблему и цель исследования. Проблема исследования: каковы технологические и дидактические механизмы построения и освоения сложного конструкта базового учебного элемента, связанного с «проблемной зоной» математического образования, на основе шахматной игры? Цель исследования: разработать технологию выявления и коррекции «проблемных зон» обучения математике основной школы на основе шахматной игры.

В качестве примера выявления и коррекции «проблемной зоны» школьной математики рассмотрена задача изучения и освоения основных комбинаторных схем. Подробно описаны все этапы разработанной технологии выявления и коррекции «проблемной зоны». В качестве дидактического механизма освоения комбинаторных схем авторы предлагают комплекс математических задач на шахматной доске.

Для проверки эффективности методики был разработан многомерный квалиметрический инструментарий, включающий диагностику основных компонент познавательной сферы (памяти, мышления и свойств внимания). Полученные статистические результаты позволяют сделать вывод об эффективности разработанной технологии. Введение в курс математики комбинаторных задач на шахматной доске дает возможность выявить положительную динамику когнитивного синергетического эффекта, а также зафиксировать мотивационный и социальный эффекты.

Ключевые слова: математическое образование, шахматное обучение, интеграция, комбинаторика, комбинаторные задачи.

S. N. Dvoryatkina, G. A. Simonovskaya

Updating of Synergetic Effects in «Problem Zones» of School Mathematical Education Based on the Chess Game

One way to actualize synergistic effects is to study complex constructs of basic learning elements in the «problem areas» of mathematical education. There is an effective development of cognitive and intellectual abilities of trainees, strengthening of motivation for studying mathematics in identifying «problem zones» in teaching mathematics and studying complex constructs in it. An effective didactic tool for implementing this direction is the integration of mathematical and chess game activity. The authors establish the existence of the group of local problems or «problem zones» of mathematics, effective development of which is also possible using a chessboard. The comparative analysis of Russian and foreign literature determined the problem and the purpose of the research. The problem of the research – what are the technological and didactic mechanisms for constructing and mastering the complex construct of the basic learning element associated with the «problem zone» of mathematical education based on the chess game? The purpose of the research is to develop a technology for identifying and correcting «problem zones» for teaching mathematics to the middle school on the basis of a chess game. As an example of identifying and correcting the «problem zone» of school mathematics, the problem of studying and mastering the basic combinatorial schemes is considered. All stages of the developed technology of detection and correction of «the problem zone» are described in detail. As a didactic mechanism for mastering combinatorial schemes, the authors propose a set of mathematical problems on a chessboard. To test the effectiveness of the developed methodology, a multidimensional qualimetric tool was developed, including the diagnostics of the main components of the cognitive sphere (memory, thinking and attention properties). The obtained statistical results allow us to draw a conclusion about the effectiveness of the developed technology. Introduction to the course of mathematics of combinatorial problems on the chessboard makes it possible to reveal the positive dynamics of the cognitive synergetic effect, and also to fix the motivational and social effects.

Keywords: mathematical education, chess training, integration, combinatorics, combinatorial problems.

1. Введение

Математическая проблема и ее решение формирует у учащихся умение ориентироваться в новых условиях, направлена на преодоление ситуаций неопределенности, на поиск и обработку информации, необходимой для изучения новых разделов математики и смежных областей знания. Оригинальный подбор математических задач и поиск нестандартных методов их решения создают прецедент для расширения и углубления опыта личности школьника, формирования и развития интеллектуальных операций и способностей с опорой на наглядное моделирование возможностей проявления и коррекции функциональных, операциональных и инструментальных компетенций в освоении математики. Эффективным дидактическим инструментом реализации данного направления служит интеграция математической и шахматной деятельности.

В последние годы данный интегративный процесс начинает переходить из теоретической сферы рассмотрения в плоскость практической реализации. В Международной шахматной федерации более двадцати лет функционирует комитет «Шахматы в школе», который исследует роль игровой шахматной деятельности с целью успешного обучения детей в общеобразовательных школах. Во многих школах вводятся шахматные занятия, форма проведения которых – система внеурочной деятельности по общеинтеллектуальному направлению или элективные курсы. Вопросы о влиянии шахматного обучения на интеллектуальное развитие детей, их когнитивные способности в целом и математические способности в частности, о взаимосвязи игровой шахматной деятельности и математической – сегодня наиболее актуальны и перспективны в теории и практике школьного математического образования.

2. Обзор литературы

Интеграция математической и игровой шахматной деятельности имеет несколько аспектов – психологический, дидактический, социальный и др. [9]. Доминирующей идеей интеграции математики и шахмат является ориентация всего обучающего процесса на интеллектуальное и когнитивное развитие учащегося – *психологический аспект* [8; 11]. В настоящее время существуют отдельные российские [5; 7; 15] и многочисленные зарубежные исследования [17; 20; 21; 22; 23; 24; 26], устанавливающие взаимосвязь когнитивных способностей учащихся с умением играть в шахматы. Исследователями G. Sala, J. P. Foley и F. Gobet [23; 24] было заявлено, что шахматное обучение улучшает математические способности учащихся начальной и средней школы. В частности, эмпирическим путем было выявлено значимое влияние шахматной игры на развитие широкого спектра когнитивных способностей, таких как внимание и концентрация, планирование, память, логическое мышление, пространственное воображение. Шахматное обучение авторы рассматривают как действенный образовательный инструмент, обеспечивающий положительный познавательный эффект в математическом образовании школьников не только в краткосрочной, но и в долгосрочной перспективе. Однако последнее исследование авторов [22] полностью оспаривает гипотезу о «шахматном эффекте» в обучении математике.

По мнению других зарубежных исследователей [17], шахматы представляют собой сложную и творческую интеллектуальную деятельность. Учеными был получен неожиданный результат: положительная корреляция между когнитивными способностями и умением играть в шахматы у детей и взрослых более ярко выражена на низких уровнях профессионального шахматного мастерства, чем при высокой технике игры. Таким образом, интеграция игровой шахматной деятельности в школьную математику, по мнению российских и зарубежных психологов и педагогов, усиливает развитие когнитивных способностей, повышает учебную мотивацию и качество освоения математических знаний и действий, создает феномен проявления синергетических эффектов в освоении сложного математического знания с возможностью саморазвития и проявления творческой самостоятельности личности.

Социальная роль интеграции шахматной и математической деятельности состоит в популяризации и пропаганде шахматной игры, внедрении шахматного всеобуча в систему школьного образования через создание специальных организаций, ориентированных на дополнительное образование. В последнее время разрабатываются программы для введения шахмат в основную школу. В частности, в Липецкой области с 2016 г. реализуется программа «Шахматный всеобуч», в которой приняли участие более 44 школ области. Данный проект включен в систему обязательного школьного образования, а обучение шахматам осуществляют не спортсмены, а педагоги.

Образовательный аспект интеграции заключается в совершенствовании содержания, форм и методов обучения, направленных на развитие интеллектуальных и когнитивных способностей учащихся. Шахматная доска и фигуры используются для иллюстрации разнообразных математических понятий и операций, например, геометрические фигуры, четность и нечетность, симметрия, система координат, правило квадрата, треугольника и др. Шахматные термины можно встретить в учебной литературе по комбинаторике, теории графов, теории чисел, теории вероятностей и др. Отдельные образовательные аспекты, посвященные решению математических задач на шахматной доске, были исследованы в работах Г. Штейнгауза [26], Л. Я. Окунева [12], М. Гарднера [19], Е. Гика [3; 4] и др. Однако данные методические разработки в большей мере ориентированы на систему дополнительного образования.

В то же время в системе основного математического образования существует серия конкретных проблем или «проблемных зон» математики как интегративных концернов актуальной информации [25], эффективное освоение которых, на наш взгляд, возможно с использованием шахматной доски.

Проведенный сравнительный анализ зарубежной и российской литературы, соприкасающейся с этой темой, определил

− *проблему исследования* – каковы технологические и дидактические механизмы построения и освоения обобщенного конструкта базового учебного элемента, связанного с «проблемной зоной» математического образования на основе шахматной игры?

− *цель исследования* – разработать и апробировать технологию выявления и коррекции «проблемных зон» обучения математике основной школы на основе шахматной игры.

3. Методы исследования

«Проблемная зона математического образования – это комплекс содержательных, процессуальных и личностно-адаптационных компонентов обучения математике, основанных на обнаружении противоречий и проблем когнитивной деятельности в конкретно определенной области и ориентированных на поиск и исследование сущностей ее сложных учебных элементов» [13; 14; 25]. В качестве примера исследования «проблемной зоны» школьной математики рассмотрим изучение и освоение основных комбинаторных схем, методика обучения которым была разработана с применением шахматной игры и реализована на базе средней образовательной школы Липецкой области.

В сравнительном анализе пилотного эксперимента приняли участие обучающиеся в возрасте 11-12 лет. Экспериментальную выборку (n_1=25) составили учащиеся, для которых методика обучения математике (раздел «Комбинаторика») основывалась на внедрении в образовательный процесс шахматной игры. В контрольной группе (n_2=23) преподавание учебного предмета «Математика» осуществлялось с применением традиционных методов обучения.

4. Результаты исследования

4.1. Содержание и этапы технологии выявления и коррекции «проблемных зон» обучения математике основной школы на основе шахматной игры

Основная задача при изучении элементов комбинаторики в основной школе – получение обучающимися основных представлений о вариативности, способах подсчета и перебора различных вариантов и их числе, наблюдаемых во многих практических и житейских ситуациях, а также в возможности дальнейшего применения комбинаторных методов в старшей школе и предпрофессиональной подготовке. Например, комбинаторные методы активно применяются в теории вероятностей, в дискретной математике и в серии прикладных задач. Данный учебный материал необходим для формирования у учащихся функциональной грамотности (умения воспринимать и критически анализировать информацию, понимать неоднозначный характер многих реальных зависимостей, производить комбинаторные вычисления), овладения их навыками дедуктивных рассуждений, развития критического и вероятностного стилей мышления.

Рассмотрим четырехэтапную технологию исследования и коррекции «проблемной зоны» (изучение и освоение основных комбинаторных схем) в обучении математике, состоящую в поэтапном раскрытии сложного конструкта учебного элемента с применением шахматной доски. Данная технология уже прошла апробацию как в высшей, так и в основной школе [14, 18].

Основные задачи ***подготовительно-организационного этапа*** технологии состоят в следующем: выявить проблемные точки и затруднения в учебной математической деятельности обучающихся; обнаружить особенности и предпочтения у обучаемых в когнитивной деятельности (мыслительные процессы, память, внимание и др.); сформировать устойчивые мотивы поиска и освоения нового в учебной математической деятельности.

Результат данного этапа – *определение и актуализация «проблемной зоны»* школьной математики (изучение и освоение основных комбинаторных схем), средствами разрешения которой выступают поиск и исследование сложного конструкта учебного знания – основных понятий комбинаторики (размещения, перестановки, сочетания). Сложность состоит в необходимости визуализации и в абстрактности процедур их вычисления, в понимании логической записи комбинаторных формул. Важно отметить, что постановка вопроса о сущности сложного конструкта «комбинаторные схемы» приводит к различным подходам в их изучении: на основе интуитивных представлений учащихся о соединении элементов, наборах различной природы, комбинации, порядке расположения объектов или на основе теоретико-множественного подхода.

Мотивационное поле: интуитивно-наглядное моделирование (видеоклипы, презентации, ролевые игры) реальных ситуаций из практической жизни посредством классификации объектов по признакам, соответствующим определениям основных видов комбинаций (легенда о разрезании доски с алмазами; задача коммивояжера; задача о 36 офицерах; задача о 15 школьниках; задача о супружеских парах; задача о встречах и др.).

Формы и средства: урок-исследование; анализ конкретных ситуаций; работа в малых группах; практические работы с использованием шахматной доски; шахматные компьютерные программы (Кветка, Arcade Chess 3D, Absolut Chess и др).

Задачи на шахматной доске для актуализации «проблемной зоны» [1]:

Задача 1. Сколько существует способов расстановки на шахматной доске восьми ладей, чтобы ни одна из них не могла взять другую?

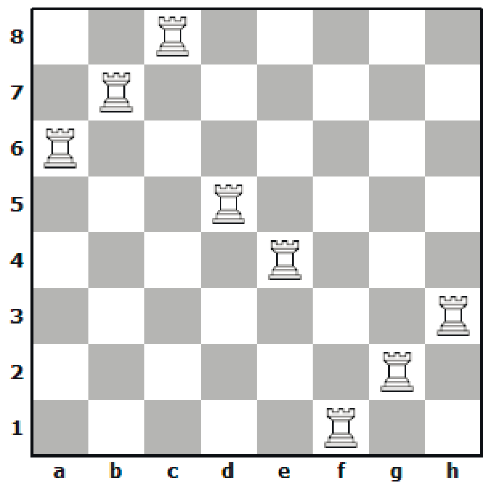

Рис. 1.1

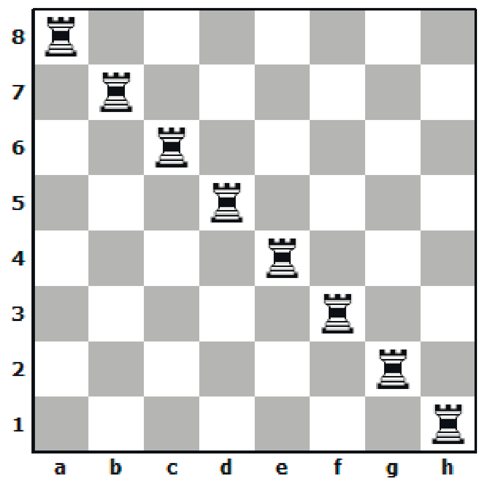

Рис. 1.2

Решение. На первую горизонталь ладью можно поставить восьмью способами. После того как ладья поставлена на первую горизонталь, на второй горизонтали есть лишь семь доступных нам полей (ставить две ладьи на одну вертикаль нельзя). На третьей горизонтали останется лишь шесть полей, на четвертой – пять и т. д. В итоге получаем: $8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1 = 40320$, то есть 40 320 допустимых способов. На рисунках 1.1 и 1.2 представлены две возможные расстановки на шахматной доске восьми ладьей так, чтобы ни одна из них не могла угрожать другой.

Задача 2. Определить наибольшее число расстановки слонов на шахматной доске, чтобы никакие две фигуры из них не угрожали друг другу.

Решение. Рассмотрим решение задачи в общем виде. Пусть дана стандартная доска $n\times n$. Число диагоналей, идущих в одном направлении, равно $(2n-1)$. Причем из $(2n-1)$ диагоналей две короткие, содержат по одной (угловой) клетке. Эти одноклеточные диагонали нельзя занимать слонами одновременно, в противном случае слоны могут атаковать друг друга по главной диагонали, соединяющей занятые ими клетки. Таким образом, максимальное число слонов, которые могут разместиться на доске так, что они не будут атаковать друг друга, равно $(2n-2)$. На рисунке 2 предложено одно из решений данной задачи (шахматная доска 8×8). Максимальное число слонов, которых можно расставить на доске так, чтобы никакие две фигуры из них не угрожали друг другу, равно 14.

Задача 3. Определить наибольшее число расстановки одноименных фигур (ферзей, слонов, коней или королей) на шахматной доске, чтобы они держали под прицелом все свободные поля доски.

Задачи **содержательно-технологического этапа** направлены на освоение адаптации обобщенного конструкта «проблемной зоны» школьной математики к уровню математической подготовки и способов учебной деятельности обучающихся. В данном случае сложный конструкт *комбинаторные схемы* актуализируется посредством математического моделирования. Обучаемые должны уметь осуществлять выбор подходящих методов (геометрических, алгебраических), наиболее эффективных для решения проблемы, вычислять, реализовывать простые комбинаторные алгоритмы, выполнять упражнения на интеллектуальные вычисления.

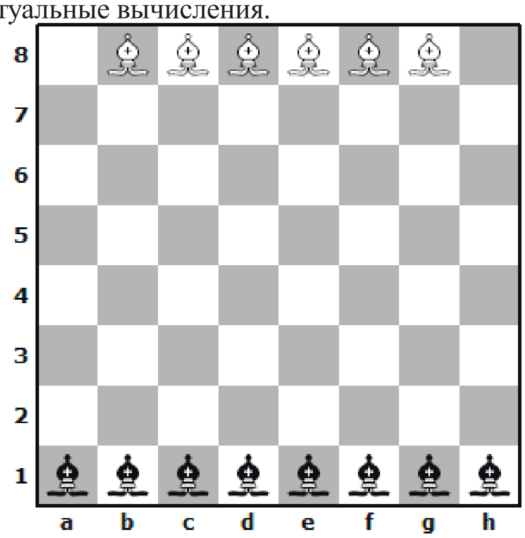

Рис. 2

Мотивационное поле: математическое моделирование реальных ситуаций с использованием комбинаторных обозначений (записи комбинаторных формул).

Задачи на шахматной доске для исследования и коррекции «проблемной зоны» [2; 6]:

Задача 1. Определить число вариантов расстановки на шахматной доске восьми ладей?

Решение. Применяя формулы комбинаторики, получаем: $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$, где n=64, k=8;

$$C_{64}^8 = \frac{64!}{8!(64-8)!} = \frac{64!}{8!56!} = \frac{57 \cdot 58 \cdot 59 \cdot 60 \cdot 61 \cdot 62 \cdot 63 \cdot 64}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8} = 4426165368.$$

Задача 2. Сколькими способами можно разместить три ладьи на шахматной доске так, чтобы они не били друг друга?

Решение. При решении задачи с k ладьями, которые не угрожают друг другу, на доске mxn, следует применить формулу $C_m^k C_n^k = \frac{n!m!}{k!(n-k)!(m-k)!}$. По условию задачи k=3, n=8, m=8, следовательно,

$$C_8^3 C_8^3 = \frac{8!8!}{3!(8-3)!(8-3)!} = \frac{8!8!}{3!5!5!} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 18816$$

На рисунках 3.1 и 3.2 предложено лишь два варианта расстановки трех фигур.

Задача 3. Какое наибольшее число пешек можно поставить на шахматную доску, если никакие две пешки не могут стоять на различных полях, симметричных относительно поля е4?

Задача 4. Сколькими способами можно поставить на шахматную доску белого и черного королей так, чтобы получилась допустимая правилами игры позиция? Рассмотреть все возможные случаи расположения белого короля на доске.

Задача 5 (Задача Агаханова). На бесконечной шахматной доске стоит конь. Сделав 4 хода, он вернулся в исходную клетку, не побывав ни на одной клетке дважды. Сколькими способами он мог это сделать?

Задача 6. Какое наибольшее количество клеток можно отметить на шахматной доске так, чтобы с каждой из них на любую другую отмеченную клетку можно было пройти ровно двумя ходами шахматного коня?

Следующим этапом технологии исследования и коррекции «проблемной зоны» в обучении математике – **оценочно-коррекционный.** Этап характеризуется текущим мониторингом результатов учебно-познавательной деятельности школьников, выявлением положительной и отрицательной динамики параметров и показателей учебно-познавательной деятельности, изменений в опыте и в личностных качествах ученика. На данном этапе можно рекомендовать задания с различным варьированием условий и данных задачи, оценкой выбора оптимального пути решения проблемы, задания с неполными данными и пр. Например, если в классическую комбинаторную модель размещения ввести дополнительные условия, то при помощи шахматной доски можно демонстрировать разнообразные каскады бифуркационных решений.

Задача. Сколькими способами можно расставить n не угрожающих друг другу ладей на доске nxn?

Варианты задачи:

Сколькими способами можно расставить n не угрожающих друг другу ладей на доске nxn так, чтобы ни одна из них не стояла на главной диагонали?

Сколькими способами можно расставить n мирных ладей на доске nґn, если k из них – белые и n–k – черные?

Сколькими способами можно расставить n ладей на доске nxn так, чтобы они держали под обстрелом все поля доски?

Какое наибольшее число ладей можно расставить на доске nrn так, чтобы каждая из них находилась под ударом не более одной из остальных?

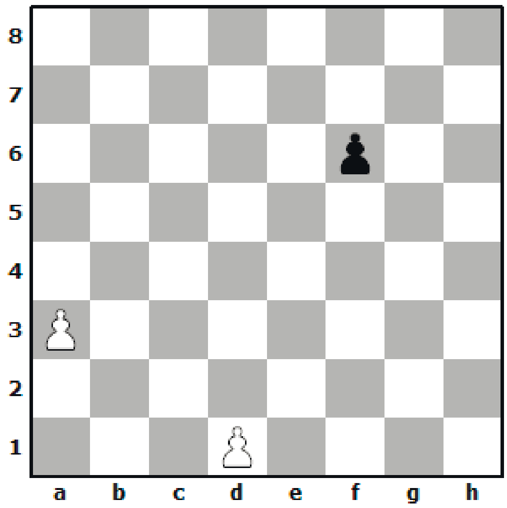

Рис. 3.1

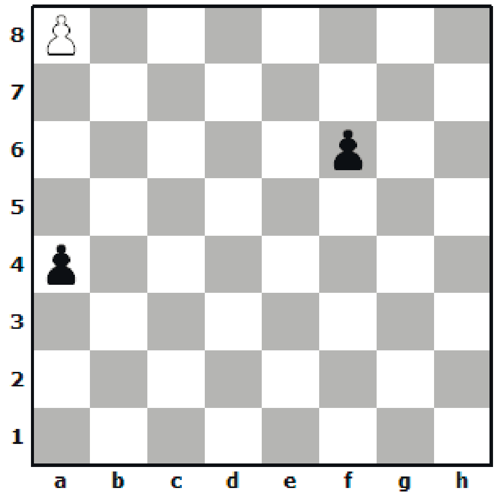

Рис. 3.2

Заключительный **обобщающе-преобразующий этап** исследования и коррекции «проблемной зоны» в обучении математике характеризуется переносом построенных комбинаторных моделей на различные области знаний. При этом обучающийся, исследуя реальную практическую проблему, затем «переводит» ее на язык математики с целью дальнейшего решения комбинаторными методами, а затем интерпретирует решение с учетом поставленной проблемы. Например, школьникам предлагаются исследовательские задания по современным научным проблемам: архитектурная комбинаторика (изучение вопросов архитектурного формообразования на основе различных комбинаций), комбинаторика в программировании (исследование и изучение различных комбинаторных алгоритмов для ЭВМ), комбинаторика орбит (получение новых решений комбинаторных задач путем преобразования и выделения классов эквивалентности) и др. Поясним последнее направление. При решении комбинаторной задачи о возможных способах расстановки на шахматной доске восьми ладей (Задача 1, этап 1) можно получить другие варианты ее решения посредством следующих преобразований: поворотом шахматной доски на 90, 180, 270 градусов соответственно; осевой симметрии относительно главных диагоналей; горизонтальной и вертикальной осей симметрии шахматной доски. В результате получаются классы эквивалентности возможных расположений, переходящие друг в друга, то есть комбинаторные орбиты.

4.2. Оценка динамики проявления когнитивного синергетического эффекта

Для оценки динамики проявления когнитивного синергетического эффекта мы предлагаем целостный методический комплекс, включающий диагностику памяти, мышления и свойств внимания [10]. Для удобства сравнительного анализа все диагностические данные были распределены по уровням – низкий, средний, высокий. На основе процентного распределения испытуемых по уровням вычислялся средний уровневый показатель (СУП) каждого качества в трехуровневой шкале по формуле: $СУП = \dfrac{a + 2b + 3c}{100}$ где a, b, c – процентное соотношение числа испытуемых с низким (a), средним (b), высоким (c) уровнем развития свойства, согласно применяемым диагностическим методикам. В таблице 1 представлены данные сравнительной диагностики по всем структурным компонентам и характеризующим их свойствам, включая средний уровневый показатель, а также интегральный уровневый показатель (ИУП) в контрольной и экспериментальной группах. Статистическая проверка с применением χ^2-критерия Пирсона установила значимые различия в уровне развития когнитивных процессов по всем компонентам в контрольной и экспериментальной группах (для абсолютных частот признака). Основная проверяемая гипотеза, состоящая в том, что различий в уровне развития познавательной сферы по отдельным компонентам между контрольной и экспериментальной группами нет, была отклонена ($\chi^2_{эмп} = 7{,}12 \geq \chi^2_{кр}(0{,}05;2) = 5{,}99$ по первому компоненту «память»; $\chi^2_{эмп} = 6{,}79 \geq \chi^2_{кр}(0{,}05;2) = 5{,}99$ по второму компоненту «мышление»; $\chi^2_{эмп} = 6{,}55 \geq \chi^2_{кр}(0{,}05;2) = 5{,}99$ по третьему компоненту «внимание»).

Таблица 1

Результаты диагностики когнитивного синергетического эффекта

Диагностика когнитивного эффекта		**Уровни развития когнитивных процессов,%**						**СУП**	
		низкий		*средний*		*высокий*			
Компоненты	*Диагностическое средство*	конт.гр.	эксп. гр.	конт.гр.	эксп. гр.	конт.гр.	эксп. гр.	конт.гр.	эксп. гр.
Память	Методика Лурия «Оперативная память»	16-18		19-21		22-24		**1,57**	**2,16**
		43,48	24	43,48	36	8,70	40		
Мышление (логический аспект)	Методика Липпмана «Логические закономерности»	0-6		7-13		14-20		**1,65**	**2,16**
		43,48	24	47,83	36	8,70	40		
Внимание (избирательность , концентрация)	Методика Мюнстерберга	< 15		16-20		> 20		**1,70**	**2,24**
		43,48	20	43,48	36	13,04	44		
Интегральный уровневый показатель								**1,64**	**2,19**

Была выявлена положительная динамика в изменении СУП и в интегральном показателе, характеризующих динамику проявления когнитивного синергетического процесса. Все это позволило достоверно утверждать, что внедрение шахматной игры в процесс обучения математике оказало позитивное влияние на уровень развития всех диагностируемых показателей. Отдельно следует отметить, что внедрение в процесс обучения шахматной игры позволило выявить мотивационный и социальный эффекты.

5. Заключение

Выполненное исследование и полученные результаты позволяют заключить:

1. Теоретически обосновано влияние шахматной игры на развитие когнитивных способностей обучаемых в целом и математических способностей в частности, установлена взаимосвязь между игровой и математической шахматной деятельностью. Актуализированы «проблемные зоны» школьной математики (например, комбинаторные схемы, симметрия, система координат и др.), эффективное освоение которых также возможно с использованием шахматной доски.

2. Разработана комплексная технология выявления и коррекции «проблемных зон» в обучении математике на основе шахматной игры. Согласно данной технологии эффективное развитие познавательных процессов возможно при последовательной организации образовательного процесса, включающего подготовительно-организационный, содержательно-технологический, оценочно-коррекционный и обобщающе-преобразующий этапы.

3. С целью проверки эффективности методики был разработан многомерный квалиметрический инструментарий, включающий диагностику основных компонент познавательной сферы (памяти, мышления и свойств внимания). Полученные статистические результаты позволяют сделать вывод об эффективности разработанной технологии. Введение в курс математики комбинаторных задач на шахматной доске позволяет выявить динамику проявления когнитивного синергетического эффекта, а также зафиксировать мотивационный и социальный эффекты.

4. В перспективе возможны следующие направления исследований:

− совершенствование методического учебного материала для других «проблемных зон» школьной математики на основе шахматной игры;

− проведение дальнейших лонгированных экспериментальных исследований с целью подтверждения (или возможного опровержения) поставленной гипотезы исследования.

Библиографический список

1. Алфутова, Н. Б., Устинов, А. В. Алгебра и теория чисел [Текст] : сборник задач для математических школ / Н. Б. Алфутова, А. В. Устинов. – М. : Изд-во МЦНМО, 2002. – 264 с.

2. Генкин, С. А., Итенберг, И. В., Фомин, Д. В. Ленинградские математические кружки [Текст] /

С. А Генкин, И. В. Итенберг, Д. В. Фомин. – Киров : АСА, 1994. – 272 с.

3. Гик, Е. Я. Математика и шахматы [Текст] / Е. Я. Гик. – М. : Бюро Квантум, 2010. – 178 с.

4. Гик, Е. Я. Математика на шахматной доске. От Эйлера и Гаусса до эры компьютерных чемпионов [Текст] : монография / Е. Я. Гик. – М. : Мир энцикл. Аванта+: Астрель, 2009. – 319 с.

5. Брестель, Т. Г. Развитие образного и логического мышления младших школьников через обучение игре в шахматы [Текст] / Т. Г. Брестель // Начальная школа плюс До и После. – 2011. – № 9. – С. 81-82.

6. Бугаенко, В. О. Турниры им. Ломоносова (конкурсы по математике) [Текст] / В. О. Бугаенко. – М. : МЦНМО-ЧеРо, 1998. – 320 с.

7. Глухова, О. В. Формирование адекватной самооценки через игру в шахматы как условие успешного личностного самоопределения [Текст] / О. В. Глухова // Альманах современной науки и образования. – 2008. – № 4-2. – С. 66-68.

8. Гильман, А. К вопросу о мышлении шахматиста [Текст] / А. Гильман // Шахматы в СССР. – 1970. – № 9. – С. 22-24.

9. Дворяткина, С. Н., Лоскутов, С. И. Об эффективности внедрения шахматной игры в систему математического образования [Текст] / С. Н. Дворяткина, С. И. Лоскутов // Математическое образование в школе и вузе: теория и практика (MATHEDU-2016) : материалы V Международной научно-практической конференции. – Казань : Изд-во Казан. университета, 2016. – С. 37-42.

10. Истратова, О. Н. Психодиагностика. Коллекция лучших тестов [Текст] / О. Н. Истратова. – Ростов н/Д. : Феникс, 2006. – 375 с.

11. Мучник, Х. Проблемы шахматного мышления [Текст] / Х. Мучник // Шахматы в СССР. – 1970. – № 3. – С. 11.

12. Окунев, Л. Я. Комбинаторные задачи на шахматной доске [Текст] / Л. Я. Окунев. – М.-Л. : ОНТИ, 1935.

13. Смирнов, Е. И. Этапы технологического сопровождения процесса самоорганизации в математическом образовании будущего педагога [Текст] / Е. И. Смирнов, Н. Е. Смирнов, А. Д. Уваров // Ярославский педагогический вестник. – 2017. – № 3. – С. 102-111.

14. Смирнов, Е. И. Синергия исследования «проблемной зоны» базового учебного элемента содержания математического образования [Текст] / Е. И. Смирнов // Ярославский педагогический вестник. – 2017. – № 5. – С. 82-90.

15. Шитов, Д. Г., Илюшин, А. М. Шахматы как предмет исследований в различных научных дисциплинах [Текст] / Д. Г. Шитов, А. М. Илюшин // Потенциал современной науки. – 2016. – № 8 (25). – С. 48-59.

16. Bart W. M. (2014). On the effect of chess training on scholastic achievement. Frontiers in Psychology, 5(762). doi:10.3389/fpsyg.2014.00762

17. Burgoyne A. P., Sala G., Gobet F., Macnamara B., Campitelli G., Hambrick D. (2016) The relationship between cognitive ability and chess skill: A comprehensive meta-analysis. Intelligence. V. 59. Pp. 72-83. doi.org/10.1016/j.intell.2016.08.002

18. Dvoryatkina S. N., Melnikov R. A., Smirnov E. I. (2017) Technology of synergy manifestation in the research of solution’s stability of differential equations system. European Journal of Contemporary Education, V. 6(4). Pp. 684-699. doi.org/10.13187/ejced.2017.4.684

19. Gardner, M. (1959) The Game of Hex. Ch. 8 in Hexaflexagons and Other Mathematical Diversions: The First Scientific American Book of Puzzles and Games. New York: Simon and Schuster, pp. 73-83.

20. Gobet F., Campitelli G. (2006). Educational benefits of chess instruction. A critical review, in Chess and Education. Selected Essays from the Koltanowski Conference ed Redman T., editor. (Dallas, TX: University of Texas at Dallas), 124-143.

21. Kazemi F., Yektayar M., & Abad A. M. B. (2012). Investigation the impact of chess play on developing meta-cognitive ability and math problem-solving power of students at different levels of education. Procedia – Social and Behavioral Sciences. V. 32. Pp. 372-379. doi:10.1016/j.sbspro.2012.01.056

22. Sala G., Foley J. P., Gobet F. (2017) The Effects of Chess Instruction on Pupils' Cognitive and Academic Skills: State of the Art and Theoretical Challenges. Front. Psychol. V. 8. doi.org/10.3389/fpsyg.2017.00238

23. Sala G., Gobet, F. (2016). Do the benefits of chess instruction transfer to academic and cognitive skills? A meta-analysis. Educ. Res. Rev. V. 18. Pp. 46-57. doi: 10.1016/j.edurev.2016.02.002

24. Sala G., Gobet F. (2017) Does chess instruction improve mathematical problem-solving ability? Two experimental studies with an active control group. Learning and Behavior. V. 45(4). Pp. 414-421. doi.org/10.3758/s13420-017-0280-3

25. Smirnov E. I., Kuznetsova I. V. (2017) Technology of the Manifestation of Problem Zones Synergy in Learning Mathematics. International Multidisciplinary Scientific Conference on Social Science and Arts SGEM. Conference Proceedings, Bulgaria, Varna. V. 4. Pp. 609-616. doi.org/ 10.5593/sgemsocial2017/34

26. Steinhaus H. (1973) 100 Neue Aufgaben Elementare Mathematik. Urania-Verlag, 176 p.

Reference List

1. Alfutova, N. B., Ustinov, A. V. Algebra i teorija chisel = Algebra and theory of numbers [Tekst] : sbornik zadach dlja matematicheskih shkol / N. B. Alfutova, A. V. Ustinov. – M. : Izd-vo MCNMO, 2002. – 264 s.

2. Genkin, S. A., Itenberg, I. V., Fomin, D. V. Leningradskie matematicheskie kruzhki = Leningrad mathematical circles [Tekst] / S. A. Genkin, I. V. Itenberg, D. V. Fomin. – Kirov : ASA, 1994. – 272 s.

3. Gik, E. Ja. Matematika i shahmaty = Mathematics and chess [Tekst] / E. Ja. Gik. – M. : Bjuro Kvantum, 2010. – 178 s.

4. Gik, E. Ja. Matematika na shahmatnoj doske. Ot Jejlera i Gaussa do jery komp'juternyh chempionov = Mathematics on a chessboard. From Euler and Gauss till the era of computer champions [Tekst] : monografija / E. Ja. Gik. – M. : Mir jencikl. Avanta+: Astrel', 2009. – 319 s.

5. Brestel', T. G. Razvitie obraznogo i logicheskogo myshlenija mladshih shkol'nikov cherez obuchenie igre v shahmaty = Development of figurative and logical thinking of younger school students through training in a chess game [Tekst] / T. G. Brestel' // Nachal'naja shkola pljus Do i Posle = Elementary school plus Before and After. – 2011. – № 9. – S. 81-82.

6. Bugaenko, V. O. Turniry im. Lomonosova (konkursy po matematike) = Tournaments in honour of Lomonosov (competitions in Mathematics) [Tekst] / V. O. Bugaenko. – M. : MCNMO-CheRo, 1998. – 320 s.

7. Gluhova, O. V. Formirovanie adekvatnoj samoocenki cherez igru v shahmaty kak uslovie uspeshnogo lichnostnogo samoopredelenija = Formation of adequate self-assessment through playing chess as a condition of successful personal self-determination [Tekst] / O. V. Gluhova // Al'manah sovremennoj nauki i obrazovanija. – 2008. – № 4-2. – S. 66-68.

8. Gil'man, A. K voprosu o myshlenii shahmatista = To a question of the chess player's thinking [Tekst] / A. Gil'man // Shahmaty v SSSR. Chess in the USSR – 1970. – № 9. – S. 22-24.

9. Dvorjatkina, S. N., Loskutov, S. I. Ob jeffektivnosti vnedrenija shahmatnoj igry v sistemu matematicheskogo obrazovanija = On efficiency of introducing a chess game in the system of mathematical education [Tekst] / S. N. Dvorjatkina, S. I. Loskutov // Matematicheskoe obrazovanie v shkole i vuze: teorija i praktika (MATHEDU-2016) : materialy = V Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoj konferencii. Mathematical education at school and higher education institution: theory and practice (MATHEDU-2016): materials of the V International scientific and practical conference. – Kazan' : Izd-vo Kazan. universiteta, 2016. – S. 37-42.

10. Istratova, O. N. Psihodiagnostika. Kollekcija luchshih testov = Psychodiagnostics. Collection of the best tests [Tekst] / O. N. Istratova. – Rostov n/D. : Feniks, 2006. – 375 s.

11. Muchnik, H. Problemy shahmatnogo myshlenija = Problems of chess thinking [Tekst] / H. Muchnik // Shahmaty v SSSR. Chess in the USSR – 1970. – № 3. – S. 11.

12. Okunev, L. Ja. Kombinatornye zadachi na shahmatnoj doske = Combinatory tasks on a chessboard [Tekst] / L. Ja. Okunev. – M.-L. : ONTI, 1935.

13. Smirnov, E. I. Jetapy tehnologicheskogo soprovozhdenija processa samoorganizacii v matematicheskom obrazovanii budushhego pedagoga = Stages of technological support of the process of self-organization in mathematical education of the future teacher [Tekst] / E. I. Smirnov, N. E. Smirnov, A. D. Uvarov // Jaroslavskij pedagogicheskij vestnik = Yaroslavl pedagogical bulletin – 2017. – № 3. – S. 102-111.

14. Smirnov, E. I. Sinergija issledovanija «problemnoj zony» bazovogo uchebnogo jelementa soderzhanija matematicheskogo obrazovanija = Synergy of researching «the problem zone» of a basic educational element of the mathematical education content [Tekst] / E. I. Smirnov // Jaroslavskij pedagogicheskij vestnik = Yaroslavl pedagogical bulletin. – 2017. – № 5. – S. 82-90.

15. Shitov, D. G., Iljushin, A. M. Shahmaty kak predmet issledovanij v razlichnyh nauchnyh disciplinah = Chess as a subject of researches in various scientific disciplines [Tekst] / D. G. Shitov, A. M. Iljushin // Potencial sovremennoj nauki. – 2016. – № 8 (25). – S. 48-59.

16. Bart W. M. (2014). On the effect of chess training on scholastic achievement. Frontiers in Psychology, 5(762). doi:10.3389/fpsyg.2014.00762

17. Burgoyne A. P., Sala G., Gobet F., Macnamara B., Campitelli G., Hambrick D. (2016) The relationship between cognitive ability and chess skill: A comprehensive meta-analysis. Intelligence. V. 59. Pp. 72-83. doi.org/10.1016/j.intell.2016.08.002

18. Dvoryatkina S. N., Melnikov R. A., Smirnov E. I. (2017) Technology of synergy manifestation in the research of solution's stability of differential equations system. European Journal of Contemporary Education, V. 6(4). Rp. 684-699. doi.org/10.13187/ejced.2017.4.684

19. Gardner, M. (1959) The Game of Hex. Ch. 8 in Hexaflexagons and Other Mathematical Diversions: The First Scientific American Book of Puzzles and Games. New York: Simon and Schuster, pp. 73-83.

20. Gobet F., Campitelli G. (2006). Educational benefits of chess instruction. A critical review, in Chess and Education. Selected Essays from the Koltanowski Conference ed Redman T., editor. (Dallas, TX: University of Texas at Dallas), 124-143.

21. Kazemi F., Yektayar M., & Abad A. M. B. (2012). Investigation the impact of chess play on developing meta-cognitive ability and math problem-solving power of students at different levels of education. Procedia – Social and Behavioral Sciences. V. 32. Pp. 372-379. doi:10.1016/j.sbspro.2012.01.056

22. Sala G., Foley J. P., Gobet F. (2017) The Effects of Chess Instruction on Pupils' Cognitive and Academic Skills: State of the Art and Theoretical Challenges. Front. Psychol. V. 8. doi.org/10.3389/fpsyg.2017.00238

23. Sala G., Gobet, F. (2016). Do the benefits of chess instruction transfer to academic and cognitive skills? A meta-analysis. Educ. Res. Rev. V. 18. Pp. 46-57. doi: 10.1016/j.edurev.2016.02.002

24. Sala G., Gobet F. (2017) Does chess instruction improve mathematical problem-solving ability? Two experimental studies with an active control group. Learning and Behavior. V. 45(4). Pp. 414-421. doi.org/10.3758/s13420-017-0280-3

25. Smirnov E. I., Kuznetsova I. V. (2017) Technology of the Manifestation of Problem Zones Synergy in Learning Mathematics. International Multidisciplinary Scientific Conference on Social Science and Arts SGEM. Conference Proceedings, Bulgaria, Varna. V. 4. Pp. 609-616. doi.org/ 10.5593/sgemsocial2017/34

26. Steinhaus H. (1973) 100 Neue Aufgaben Elementare Mathematik. Urania-Verlag, 176 p.