ТЕОРИЯ И МЕТОДИКА ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

УДК 372.851

Г. Г. Хамов https://orcid.org/0000-0002-3609-4307
Л. Н. Тимофеева https://orcid.org/0000-0002-1290-2947

О методике обучения составлению некоторого вида арифметических задач

Для цитирования: Хамов Г. Г., Тимофеева Л. Н. О методике обучения составлению некоторого вида арифметических задач // Ярославский педагогический вестник. 2020. № 6 (117). С. 64-69.
DOI 10.20323/1813-145X-2020-6-117-64-69

Статья посвящена актуальной теме, касающейся разработки методики составления задач при обучении студентов педагогических вузов математических факультетов. Данная проблема становится особенно важной в условиях необходимости вовлечения студентов в самостоятельную творческую деятельность по приобретению и применению знаний. Изложение материала идет применительно к разделу дисциплины «Алгебра и теория чисел», посвященного решению диофантовых уравнений, основные цели изучения которого – не только освоение теории и алгоритмов решения основных задач, но и получение необходимых знаний и умений для дальнейшей профессиональной деятельности. Решая задачу, обучаемый должен не только решить ее правильно и достаточно быстро, но и проявить творческую составляющую деятельности, максимально используя ее для своего математического развития. В этом отношении процесс составления задач студентами приносит несомненную пользу, отражая систематическое применение пройденного материала и элементов математических действий на основе законов и методов математики. Кроме того, умение составлять задачи потребуется в будущей деятельности, связанной с преподаванием математики. Процессы решения и составления задач взаимосвязаны, и это позволяет повысить эффективность и результативность составления и решения задач, поэтому преподаватель может дать задание обучаемому с требованием составить (полностью или частично) и решить задачу. В данной работе рассмотрены примеры заданий на составление разрешимых в целых числах неопределенных уравнений, для решения которых применяются методы теории чисел: исследование возможных остатков от деления алгебраического целочисленного выражения на конкретное целое число; нахождение целочисленных решений линейного уравнения с двумя переменными. Подробно описаны этапы составления диофантовых уравнений, проанализированы пути получения уравнений, разрешимых на заданном множестве целых или натуральных чисел, показано применение различных теоретических положений, используемых для их решения.

Ключевые слова: задача, методика составления задач, творческая деятельность, теория чисел, неопределенные уравнения, целые числа, деление с остатком, деление алгебраического выражения, сравнение.

THEORY AND METHODS OF PROFESSIONAL EDUCATION

G. G. Khamov, L. N. Timofeeva

On the training methodology for compiling some type of arithmetic problems

The article is devoted to a current topic related to the development of methods for composing problems in teaching students of pedagogical universities of mathematical faculties. This problem becomes especially important in the context of the need to involve students in independent creative activities to acquire and apply knowledge. The material is presented in relation to the section of the discipline «Algebra and number theory», dedicated to solving Diophantine equations, the main objectives of which are not only mastering the theory and algorithms for solving basic problems, but also obtaining the necessary knowledge and skills for further professional activity. Solving a problem, the student must not only solve it correctly and quickly enough, but also show the creative component of the activity, using it as much as possible for their mathematical development. In this regard, the process of composing problems by students is undoubtedly useful, which reflects the systematic application of the material and elements of mathematical actions based on the laws and methods of mathematics. In addition, the ability to compose problems will be required in future activities related to teaching mathematics. The processes of solving and composing tasks are interconnected and this allows you to increase the efficiency and effectiveness of composing and solving tasks. Therefore, the teacher can give a task to the student with the requirement to compose (fully or partially) and solve the problem. In this paper, examples of tasks for the compilation of indefinite equations solvable in integers are considered, for the solution of which the methods of number theory are used: the study of possible residuals from dividing an algebraic integer expression by a specific integer; finding integer solutions to a linear equation with two variables. The stages of composing Diophantine equations are described in detail, the ways of obtaining equations solvable on a given set of integers or natural numbers are analyzed, and the application of various theoretical propositions used for their solution is shown.

Keywords: problem, method of composing problems, creative activity, number theory, indefinite equations, integers, division with remainder, division of an algebraic expression, comparison.

Введение

Одной из основных целей профессионального образования будущего учителя математики является овладение предметом, что подразумевает приобретение определенного объема знаний, достижение некоторого уровня понимания, умения объяснить, почему так, а не иначе, и, самое главное, студент должен применять полученную информацию по своей специальности. Деятельность по составлению задач и разработка методики по обучению составлению задач – один из факторов, способствующих повышению эффективности процесса обучения математике, который еще и усиливает мотивационную сторону подготовки студентов.

Методы исследования

Исследование включало в себя изучение и анализ методической литературы по теме. В качестве дисциплины, на примере которой строилась методика, выбран раздел «Алгебры и теории чисел», связанный с решением неопределенных уравнений в целых числах. Материал актуален для углубления математической подготовки студентов и содержит достаточное количество задач, при решении которых они могут быть вовлечены в самостоятельную творческую деятельность.

Результаты и их обсуждение

Участвуя в такой учебной деятельности, как решение задач, студенты продвигаются по пути овладения математикой, приобретая знания, которые сразу становятся востребованными [Гутенева, 2016; Шатрова, 2017]. В работах по методике обучения решению задач подробно описаны этапы решения задач и их структура [Мавлютова, 2014; Попов, 2014]. Более высокая степень математической грамотности проявляется при решении неалгоритмических задач, так как это творческая деятельность, участие в которой позволяет проявить воображение и интуицию [Капкаева, 2019; Костылева, 2013]. Максимально эффективно математическое творчество реализуется при составлении задач, где видно применение изученного материала, причем это происходит на всех этапах процесса составления задачи с помощью логических умозаключений, математических действий на основе законов и методов математики [Великих, 2019; Казаченок, 2007; Колобов, 2016]. Умение составлять задачи, причем различного уровня сложности, является обязательным профессиональным умением, и необходимо целенаправленно работать над его развитием при изучении всех математических дисциплин [Аксенов, 2009; Егупова, 2014; Ельчанинова, 2015; Костюченко, 2018; Менькова, 2015; Романов, 2019; Шмигирилова, 2018]. Это умение непосредственно связано с умением решать задачи, так как способствует обучению поиска более рациональных методов решения, появлению умения выдвигать проблемы и в дальнейшем помогает ориентироваться в другой практической деятельности [Шатилова, 2003].

Опишем методику составления разрешимых в целых числах неопределенных уравнений, решаемых применяемыми в теории чисел методами: исследования возможных остатков от деления алгебраического целочисленного выражения на конкретное целое число; нахождения целочисленных решений линейного уравнения с двумя переменными, например, с помощью сравнений [Хамов, 2018; Хамов, 2017]. Материал актуален при обучении школьников началам теории чисел [Долгополова, 2019].

При составлении уравнения вида

$$ay^2 = bx + cz + r \quad (1)$$

целые числа a, b, c, r подбираем следующим способом: числа b и c должны делиться на число p, то есть $b = mp$, $c = np$, а числа m и n связаны соотношением $m = kn + 1$, k – целое число, при этом выбор чисел p, a, r должен быть таким, чтобы сравнение

$$ay^2 \equiv r (mod\, p) \quad (2)$$

было разрешимым.

Решения сравнения (2) – это формулы (их две или более) для переменной y в виде многочленов первой степени от переменной t, принимающей любые целочисленные значения:

$$y = pt + s \ (3).$$

Заменяя в формуле (1) переменную y полученными многочленами (3) приходим к линейным уравнениям от переменных x, z вида

$$mx + nz = f(t) \ (4),$$

где $f(t)$ – многочлен второй степени переменной t.

Подставляя в формулу (4) соотношение между числами m, n: $m = kn + 1$, получаем формулы для переменных x, z:

$x = f(t) + nu$, $z = -kf(t) - mu$, u – любое целое число.

Таким образом, решения уравнения (1) находятся по формулам:

$$\begin{cases} y = pt + s \\ x = f(t) + nu \\ z = -kf(t) - mu \end{cases}.$$

Пример. При составлении уравнения вида (1) вначале подбираем числа a, p, r так, чтобы сравнение (2) имело решения. Полагаем, например, $a = 3$, $p = 7$, $r = 5$, получаем сравнение

$$3y^2 \equiv 5(mod\, 7);$$

решениями которого являются числа вида $y = 7t \pm 2$, $t \in Z$. Далее подбираем числа m, n, удовлетворяющие условию $m = kn + 1$, например, $m = 13$, $n = 3$, $k = 4$. Получаем уравнение: $3y^2 = 91x + 21z + 5 \Leftrightarrow 3y^2 = 7(13x + 3z) + 5.$

Решениями сравнения $3y^2 \equiv 5(mod\, 7)$ являются числа $y = 7t \pm 2, t \in Z$.

Подставляя значения для переменной y в уравнение, получим:

$13x + 3z = 21t^2 \pm 12t + 1, \quad f(t) = 21t^2 \pm 12t + 1$

.

Переходим к сравнению по модулю 3

$x \equiv f(t)(mod\ 3) \quad \Leftrightarrow \quad x = f(t) + 3u, \quad u \in Z.$

Подставляя значение переменной x, находим формулу для переменной z:

$$z = -4f(t) - 13u, \quad u \in Z.$$

Таким образом, множество решений построенного уравнения определено формулами:

$$\begin{cases} y = 7t \pm 2 \\ x = (21t^2 \pm 12t + 1) + 3u \\ z = -4(21t^2 \pm 12t + 1) - 13u \\ t,\ u \in Z \end{cases}.$$

Знак в формулах один и тот же.

Рассмотрим уравнение вида

$$ay^2 = bx! + cz + dv + r \ (5)$$

Коэффициенты a, b, c, d, r – целые числа, переменная x принимает значения из множества натуральных чисел, переменные y, z, v – целые числа. Если каждое из чисел c, d делится на некоторое целое число p, то есть $c = mp$, $d = np$, коэффициент b на p не делится и сравнение

$$ay^2 \equiv r(mod\, p) \ (6)$$

неразрешимо относительно переменной y, то уравнение (5) при $x \geq p$ решений иметь не будет, так как число $bx!$ делится на p. Подбираем числа a, r, p, чтобы сравнение (6) не имело решений, а число b и число $x = \alpha$, $1 \leq \alpha \leq p - 1$ таким образом, чтобы сравнение

$$ay^2 \equiv b\alpha! + r(mod\, p) \ (7)$$

было разрешимым. При этом значения переменной y имеют вид

$$y = pt + s. \quad (8)$$

Параметр t принимает любое целое значение, $|s| \leq p - 1$.

В уравнение (5) подставляем значение переменной x: $x = \alpha$ и переносим слагаемое $b\alpha! + r$ в левую часть, заменяем переменную y формулой (8) и, разделив обе части полученного равенства на число p, что возможно ввиду разрешимости сравнения (7), приходим к уравнению относительно переменных z, v:

$$mz + nv = f(t), \quad (9)$$

где $f(t)$ многочлен второй степени относительно переменной t.

Далее надо подобрать числа m, n так, чтобы можно было найти целочисленные решения уравнения (9). Одним из вариантов является соотношение между этими числами $m = kn + 1$, где k – некоторое целое число. Этот вариант был использован в уравнении (4).

Решения уравнения (9) находятся по формулам

$$z = f(t) + nu, v = -kf(t) - mu.$$

Тогда множество решений уравнения (5), соответствующее значению переменной $x = \alpha$, определяется по формулам:

$$\begin{cases} x = \alpha \\ y = pt + s \\ z = f(t) + nu \\ v = -kf(t) - mu \\ t \in Z,\ u \in Z. \end{cases}$$

Пример. Полагаем $a = 2$, $p = 5$. Так как

$2y^2 \equiv 0; \ \ 2; \ \ 3 \ (mod\, 5),$

то в качестве свободного члена r составляемого уравнения можно взять числа, дающие при делении на 5 остаток 1 или 4. Полагаем $r = 1$. При таком выборе сравнение (6)

$$2y^2 \equiv 1 \ (mod\, 5)$$

неразрешимо.

Составляем сравнение (7):

$2y^2 \equiv b\alpha! + 1 \ (mod\, 5), 1 \leq \alpha \leq 4 \ (10)$

Выбираем значение коэффициента $b = 3$ и проверяем разрешимость сравнения (10) при $\alpha = 1,\ 2,\ 3,\ 4$. Убеждаемся в том, что сравнение (10) имеет решения при $\alpha = 2$ и $\alpha = 4$.

При $\alpha = 2$

$2y^2 \equiv 2\ (mod\,5) \Leftrightarrow y^2 \equiv 1\ (mod\,5) \Leftrightarrow y = 5t \pm 1$

, t – любое целое число.

Уравнение (5) приобретает вид

$$2y^2 = 3 \cdot 2! + 5(mz + nv) + 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow mz + nv = 10t^2 \pm 4t - 1, \quad t \in Z \ (11)$$

Числа m, n выбираем по формуле $m = kn + 1$. При $k = 3$ выбираем $n = 2$, тогда $m = 7$.

Решениями уравнения (11) являются:
$z = (10t^2 \pm 4t - 1) + 2u$,
$v = -3(10t^2 \pm 4t - 1) - 7u, \quad u \in Z$.

Уравнение (5) принимает вид

$$2y^2 = 3x! + 35z + 10v + 1. \quad (12)$$

Решения уравнения:

$$\text{При } \alpha = 2 \begin{cases} x = 2 \\ y = 5t \pm 1 \\ z = 2u + (10t^2 \pm 4t - 1) \\ v = -7u - 3(10t^2 \pm 4t - 1) \\ t \in Z,\ u \in Z. \end{cases}.$$

Знак в формулах один и тот же.

$$\text{При } \alpha = 4 \begin{cases} x = 4 \\ y = 5t \pm 2 \\ z = 2u + 10t^2 \pm 8t - 13 \\ v = -7u - 3(10t^2 \pm 8t - 13) \\ t \in Z,\ u \in Z. \end{cases}.$$

Знак переменных $y,\ z,\ v$ в формулах один и тот же.

В частности, при $t = -2, u = -2$ получим

$x = 4,\ \ y = -12,\ \ z = 39,\ \ v = -115$ (знак в формулах переменных $y,\ z,\ v$ минус);

$2y^2 = 288,\ 3x! + 35z + 10v + 1 = 288$.

Заключение

Использование теоретико-числового материала для реализации нашего исследования оправдано его применением в школьном курсе математики. Нами предложена методика конкретизации значений параметров при составлении задач с прогнозируемыми свойствами решений. Практика показывает, что вовлечение студентов в творческую деятельность на занятиях по составлению задач способствует более глубокому освоению теоретического материала, методов составления уравнений с помощью рассмотренных формул, активизации самостоятельной познавательной деятельности студентов. Кроме этого, система математического образования в школе требует от будущих учителей владения методикой составления задач [Романов, 2019].

Преподаватель перестает быть просто источником информации, его задача – мотивировать студентов для проявления инициативы, создать среду, в которой каждый может реализовать свои способности и интересы. Умения, приобретенные при составлении задач, непосредственно связаны с умениями решать задачи на составление планов, оценивать выдвигаемые гипотезы, разбивать задачу на подзадачи, обобщать, действовать по аналогии и т. д. Это, в свою очередь, формирует специальные умения, связанные с получением новых знаний, развивает личностные качества обучаемых [Шатилова, 2003].

Библиографический список

1. Аксенов А. А. Роль составления математических задач в обучении школьников поиску их решения // Известия Волгоградского государственного педагогического университета. 2009. № 1. С. 152-156.

2. Великих А. С. Методические особенности обучения будущих учителей математики приемам составления задач / А. С. Великих, П. Ю. Романов, Л. В. Смирнова, О. А. Торшина // Современные проблемы науки и образования. 2019. № 3. С. 57.

3. Гутенева Г. А. Роль задач в процессе обучения математике // Научный альманах. 2016. № 2-2(16). С. 93-97.

4. Долгополова О. Б. Методика обучения решению задач с помощью конструктивных и логических доказательств / О. Б. Долгополова, Б. А. Бадак // Актуальные проблемы методики обучения информатике и математике в современной школе : сборник материалов международной научно-практической интернет-конференции. Москва : Московский педагогический государственный университет, 2019. С. 268-271.

5. Егупова М. В. Методическая система подготовки учителя к практико-ориентированному обучению в школе : монография. Москва : Изд-во МПГУ, 2014. 220 с.

6. Ельчанинова Г. Г. Концепция дисциплины по выбору «Исследование и поиск решения задач в школьном курсе математики» / Г. Г. Ельчанинова, Р. А. Мельников // Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона. 2015. С. 126-130.

7. Казаченок В. В. Методика формирования приемов учебной деятельности учащихся в процессе обучения решению задач // Вестник Белорусского государственного педагогического университета. Серия 1. Педагогика. Психология. Филология. 2007. № 1. С. 17-22.

8. Капкаева Л. С. Обучение поисково-исследовательской деятельности студентов вуза в процессе изучения математических дисциплин // Гуманитарные науки и образование. 2019. № 4 (40). С. 47-53.

9. Колобов А. Н. Роль задач в процессе обучения математике // Научный альманах. 2016. № 10-2(24). С. 105-108.

10. Костюченко Р. Ю. Методика обучения учащихся решению математических задач: содержание этапов решения // Вестник Сибирского института бизнеса и информационных технологий. 2018. № 4 (28). С. 117-123.

11. Костылева М. В. Организация учебного процесса по математике с целью развития творческих способностей учащихся // European Social Science Journal. 2013. № 10. 2(37). С. 95-103.

12. Мавлютова Л. Р. Учебные задачи как средство формирования умения решать геометрические задачи на вычисление у учащихся основной школы // Инновационные подходы в математическом образовании. Тезисы докладов участников Всероссийской научно-практической конференции. Тобольск : Изд-во ТГСПА им. Д. И. Менделеева, 2014. С. 89-91.

13. Менькова С. В. О формировании у будущих учителей математики умения составлять задачи-аналоги и конструировать их окрестности // Научный альманах. 2015. № 8(10). С. 580-583.

14. Попов Н. И. Использование специальной методики при обучении решению математических задач / Н. И. Попов, А. Н. Марасанов // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Педагогика. 2014. № 1. С. 86-89.

15. Романов П. Ю. Обучение способам составления задач как основа развития профессиональной компетентности будущих учителей математики / П. Ю. Романов, Л. В. Смирнова, О. А. Торшина // Перспективы науки и образования. 2019. № 2 (38). С. 442-452.

16. Хамов Г. Г. Диофантовы уравнения как средство формирования практико-ориентированной деятельности будущего учителя математики / Г. Г. Хамов, Л. Н. Тимофеева // Ярославский педагогический вестник. 2018. № 3. С. 94-100.

17. Хамов Г. Г. Развитие творческой активности студентов при изучении теоретико-числового материала / Г. Г. Хамов, Л. Н. Тимофеева // Ярославский педагогический вестник. 2017. № 5. С. 91-94.

18. Шатилова А. В. Подготовка студентов к реализации методики обучения школьников составлению математических задач // Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона. 2003. № 5. С. 213-218.

19. Шатрова Ю. С. Реализация задачного подхода при обучении будущих учителей математики // Научное отражение. 2017. № 5-6 (9-10). С. 193-196.

20. Шмигирилова И. Б. Составление задач как компонент профессиональной подготовки учителя математики // Педагогические и социологические аспекты образования : сборник материалов Международной научно-практической конференции. Чебоксары : Изд-во ООО Издательский дом «Среда», 2018. С. 163-166.

Reference list

1. Aksenov A. A. Rol' sostavlenija matematicheskih zadach v obuchenii shkol'nikov poisku ih reshenija = The role of compiling mathematical problems in teaching schoolchildren to find their solution // Izvestija Volgogradskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta. 2009. № 1. S. 152-156.

2. Velikih A. S. Metodicheskie osobennosti obuchenija budushhih uchitelej matematiki priemam sostavlenija zadach = Methodological features of teaching future mathematics teachers how to compile tasks / A. S. Velikih, P. Ju. Romanov, L. V. Smirnova, O. A. Torshina // Sovremennye problemy nauki i obrazovanija. 2019. № 3. S. 57.

3. Guteneva G. A. Rol' zadach v processe obuchenija matematike = The role of problems in Mathematics training // Nauchnyj al'manah. 2016. № 2-2(16). S. 93-97.

4. Dolgopolova O. B. Metodika obuchenija resheniju zadach s pomoshh'ju konstruktivnyh i logicheskih dokazatel'stv = Ways to teach how to solve problems using design and logical evidence / O. B. Dolgopolova, B. A. Badak // Aktual'nye problemy metodiki obuchenija informatike i matematike v sovremennoj shkole = Topical problems of teaching computer science and mathematics in modern school : sbornik materialov mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoj internet-konferencii. Moskva : Moskovskij pedagogicheskij gosudarstvennyj universitet, 2019. S. 268-271.

5. Egupova M. V. Metodicheskaja sistema podgotovki uchitelja k praktiko-orientirovannomu obucheniju v shkole = Methodical system of teacher preparation for practical-oriented education at school : monografija. Moskva : Izd-vo MPGU, 2014. 220 s.

6. El'chaninova G. G. Koncepcija discipliny po vyboru «Issledovanie i poisk reshenija zadach v shkol'nom kurse matematiki» = The concept of the selective discipline «Research and search for the solution of problems in the mathematics school course» / G. G. El'chaninova, R. A. Mel'nikov // Matematicheskij vestnik pedvuzov i universitetov Volgo-Vjatskogo regiona. 2015. S. 126-130.

7. Kazachenok V. V. Metodika formirovanija priemov uchebnoj dejatel'nosti uchashhihsja v processe obuchenija resheniju zadach = Methods to form students' educational activities in the process of training for solving problems // Vestnik Belorusskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta. Serija 1. Pedagogika. Psihologija. Filologija. 2007. № 1. S. 17-22.

8. Kapkaeva L. S. Obuchenie poiskovo-issledovatel'skoj dejatel'nosti studentov vuza v processe izuchenija matematicheskih disciplin = Training of research activities of university students in the process of studying mathematical disciplines // Gumanitarnye nauki i obrazovanie. 2019. № 4 (40). S. 47-53.

9. Kolobov A. N. Rol' zadach v processe obuchenija matematike = The role of problems in Mathematics training // Nauchnyj al'manah. 2016. № 10-2(24). S. 105-108.

10. Kostjuchenko R. Ju. Metodika obuchenija uchashhihsja resheniju matematicheskih zadach: soderzhanie jetapov reshenija = Methods of teaching students to solve mathematical problems: content of solving

stages // Vestnik Sibirskogo instituta biznesa i informacionnyh tehnologij. 2018. № 4 (28). S. 117-123.

11. Kostyleva M. V. Organizacija uchebnogo processa po matematike s cel'ju razvitija tvorcheskih sposobnostej uchashhihsja = Organization of the educational process in mathematics in order to develop the students' creative abilities // European Social Science Journal. 2013. № 10. 2(37). S. 95-103.

12. Mavljutova L. R. Uchebnye zadachi kak sredstvo formirovanija umenija reshat' geometricheskie zadachi na vychislenie u uchashhihsja osnovnoj shkoly = Educational tasks as a means of creating the ability to solve geometric problems for calculation in the main school students // Innovacionnye podhody v matematicheskom obrazovanii. Tezisy dokladov uchastnikov Vserossijskoj nauchno-prakticheskoj konferencii. Tobol'sk : Izd-vo TGSPA im. D. I. Mendeleeva, 2014. S. 89-91.

13. Men'kova S. V. O formirovanii u budushhih uchitelej matematiki umenija sostavljat' zadachi-analogi i konstruirovat' ih okrestnosti = On the formation of the ability of mathematics future teachers to compose analogue tasks and design their surroundings // Nauchnyj al'manah. 2015. № 8(10). S. 580-583.

14. Popov N. I. Ispol'zovanie special'noj metodiki pri obuchenii resheniju matematicheskih zadach = Using special techniques in mathematical problem solving training / N. I. Popov, A. N. Marasanov // Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Serija: Pedagogika. 2014. № 1. S. 86-89.

15. Romanov P. Ju. Obuchenie sposobam sostavlenija zadach kak osnova razvitija professional'noj kompetentnosti budushhih uchitelej matematiki = Teaching how to compile tasks as a basis for developing the professional competence of future mathematics teachers / P. Ju. Romanov, L. V. Smirnova, O. A. Torshina // Perspektivy nauki i obrazovanija. 2019. № 2 (38). S. 442-452.

16. Hamov G. G. Diofantovy uravnenija kak sredstvo formirovanija praktiko-orientirovannoj dejatel'nosti budushhego uchitelja matematiki = Diophantine equations as a means of shaping the practice-oriented activities of a future mathematics teacher / G. G. Hamov, L. N. Timofeeva // Jaroslavskij pedagogicheskij vestnik. 2018. № 3. C. 94-100.

17. Hamov G. G. Razvitie tvorcheskoj aktivnosti studentov pri izuchenii teoretiko-chislovogo materiala = Development of students' creative activity in the study of theoretical and numerical material / G. G. Hamov, L. N. Timofeeva // Jaroslavskij pedagogicheskij vestnik. 2017. № 5. C. 91-94.

18. Shatilova A. V. Podgotovka studentov k realizacii metodiki obuchenija shkol'nikov sostavleniju matematicheskih zadach = Preparation of students for the implementation of the methodology for teaching students to compile mathematical problems // Matematicheskij vestnik pedvuzov i universitetov Volgo-Vjatskogo regiona. 2003. № 5. S. 213-218.

19. Shatrova Ju. S. Realizacija zadachnogo podhoda pri obuchenii budushhih uchitelej matematiki = Implementing a mission-oriented approach to educating future math teachers // Nauchnoe otrazhenie. 2017. № 5-6 (9-10). S. 193-196.

20. Shmigirilova I. B. Sostavlenie zadach kak komponent professional'noj podgotovki uchitelja matematiki = Task-setting as part of the training of a mathematics teacher // Pedagogicheskie i sociologicheskie aspekty obrazovanija : sbornik materialov Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoj konferencii. Cheboksary : Izd-vo OOO Izdatel'skij dom «Sreda», 2018. S. 163-166.