

Научная статья

УДК 372.851

doi: 10.20323/1813-145X-2021-6-123-38-45

**Исследовательские задачи в обучении математике студентов педвузов****Геннадий Григорьевич Хамов<sup>1✉</sup>, Лариса Николаевна Тимофеева<sup>2</sup>**<sup>1</sup>Доктор педагогических наук, профессор кафедры алгебры ФГБОУ ВО «Российский государственный педагогический университет им. А. И. Герцена». 191186, г. Санкт-Петербург, наб. реки Мойки, д. 48<sup>2</sup>Кандидат педагогических наук, доцент кафедры математики ФГКВБОУ ВО «Военно-космическая академия имени А. Ф. Можайского». 197198, г. Санкт-Петербург, ул. Ждановская, д. 13<sup>1</sup>gghamov@yandex.ru<sup>✉</sup>, <https://orcid.org/0000-0002-3609-4307><sup>2</sup>tln142@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-1290-2947>

**Аннотация.** Развитие общества требует от современных выпускников готовности к непрерывному самообразованию, обновлению своих знаний и умений, способности к решению исследовательских задач, к научному исследованию. Одной из важнейших целей реализуемых образовательных программ, соответствующих требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования, является формирование исследовательских компетенций. Это особенно актуально для будущих учителей, так как они смогут применять полученные навыки в своей дальнейшей профессиональной деятельности. В статье актуализируется вопрос применения исследовательских задач при изучении математики как средства формирования исследовательских компетенций, поскольку в процессе их решения осваиваются все составляющие исследовательской деятельности. Особенности содержания различных математических дисциплин позволяют делать это особенно эффективно. В работе описана методика использования исследовательских задач при изучении дисциплины «Алгебра и теория чисел», являющейся одной из составляющей математического и профессионального педагогического образования.

Изложение материала представлено подробным описанием исследования неопределенных уравнений, решаемых методом исследования остатков деления алгебраического выражения, содержащего переменную, на некоторое число. Показано, как изменение некоторых параметров задачи ведет к изменению результата. Само проведение решения такого уравнения уже является полноценной исследовательской задачей. Кроме того, как показал опыт, положительный познавательный результат дает методика, позволяющая на основе анализа готовых решений научиться конструировать новые уравнения с заранее заданными свойствами, что выводит студентов на новый уровень творческой работы. В заключение отмечено, что, несмотря на ряд объективных сложностей, связанных с невысоким уровнем подготовки некоторых студентов, необходимостью дополнительных временных затрат, это не только значимо с точки зрения формирования необходимых исследовательских компетенций, но и способствует активизации учебно-познавательной деятельности, росту мотивации изучения дисциплины.

**Ключевые слова:** исследовательская задача, исследовательские компетенции, методика составления задач, теория чисел, неопределенные уравнения, целые числа, деление с остатком, деление алгебраического выражения, сравнение

**Для цитирования:** Хамов Г. Г., Тимофеева Л. Н. Исследовательские задачи в обучении математике студентов педвузов // Ярославский педагогический вестник. 2021. № 6 (123). С. 38-45. <http://dx.doi.org/10.20323/1813-145X-2021-6-123-38-45>.

Original article

**Research objectives in teaching mathematics to students of pedagogical universities****Gennady G. Khamov<sup>1✉</sup>, Larisa N. Timofeeva<sup>2</sup>**<sup>1</sup>Doctor of pedagogical sciences, professor of the department of algebra, FSBEI HE «Herzen russian state pedagogical university». 191186, St. Petersburg, R. Moika emb., 48<sup>2</sup>Candidate of pedagogical sciences, associate professor of mathematics, FSSMEI HE «Military space academy named after A. F. Mozhaisky». 197198, St. Petersburg, Zhdanovskaya st., 13

<sup>1</sup>gghamov@yandex.ru<sup>✉</sup>, <https://orcid.org/0000-0002-3609-4307>

<sup>2</sup>tl142@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-1290-2947>

**Abstract.** The development of society requires modern graduates to be ready for continuous self-education, updating their knowledge and skills, the ability to solve research problems and to scientific research. One of the most important goals of the implemented educational programs that meet the requirements of the federal state educational standards of higher education is the formation of research competencies. This is especially relevant for future teachers, as they will be able to apply the acquired skills in their future professional activities. The article actualizes the issue of using research problems in the study of mathematics as a forming means of research competencies, since in the process of solving them, all components of research activity are mastered. The content features of various mathematical disciplines make it possible to do this especially effectively. The article describes the method of using research problems in the study of the discipline «Algebra and number theory», which is one of the components of mathematical and professional pedagogical education. The listing of the material is presented by a detailed description of the study of indefinite equations solved by the method of searching the remainders of dividing an algebraic expression which is containing a variable by a certain number. It is presented how a change in some parameters of the problem leads to a change in the result. The solution of such an equation is already a full-fledged research task. In addition, experience has shown that a positive cognitive result is obtained by a method that allows, based on the analysis of ready-made solutions, learning how to construct new equations with predefined properties, which brings students to a new level of creative work. In conclusion, it is noted that, despite a number of objective difficulties associated with the low level of training of some students, the need for additional time expenditures, this is significant, not only from the point of view of forming the necessary research competencies, but also contributes to the activation of educational and cognitive activities, the motivation growth to study the discipline.

**Keywords:** research problem, research competencies, problem formulation methodology, number theory, indefinite equations, integers, division with remainder, division of algebraic expression, comparison

**For citation:** Khamov G. G., Timofeeva L. N. Research objectives in teaching mathematics to students of pedagogical universities. *Yaroslavl pedagogical bulletin*. 2021;(6):38-45. (In Russ.). <http://dx.doi.org/10.20323/1813-145X-2021-6-123-38-45>

## Введение

Сегодня востребованными становятся специалисты, обладающие высоким творческим потенциалом и особым типом мышления, которое характеризуют как критическое, среди его признаков выделяют умение использовать убедительную аргументацию, искать новый смысл. Выпускник педагогического вуза в соответствии с требованиями Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО 3++), включающих в себя развитие исследовательских компетенций, должен быть готов к проведению научного исследования [Баркалов, 2019; Капкаева, 2019а; Лидак, 2020]. Этот вид деятельности предполагает поиск проблем, постановку гипотез и их проверку. С точки зрения математической деятельности актуальными становятся компетенции, связанные с обнаружением закономерностей, возникающих противоречий в рассуждениях, созданием вариантов их разрешения и способов проверки [Каскатаева, 2018; Хисамиева, 2013].

Математика как дисциплина, широко использующая методы моделирования, анализа, синтеза, как раз предоставляет возможности для создания условий, развивающих эти качества, в частности, через решение исследовательских задач. Это формирует необходимые черты творче-

ской деятельности, исследовательские компетенции [Акулова, 2008]. В методической литературе широко признается, что исследовательские задачи становятся средством развития исследовательских компетенций студентов [Михайленко, 2021].

При рассмотрении понятий и утверждений ставятся познавательные вопросы, требующие убедительной аргументации и понимания, что позволяет выявлять новый смысл, новые условия применения. Постановка таких познавательных задач отражается и в заданиях КИМ ОГЭ и ЕГЭ, предусматривающих построение моделей задач, описания их свойств, необходимых для решения. Будущий учитель должен быть готов к обучению такой деятельности.

Решение исследовательских задач открывает широкие возможности для развития умения осуществлять различные умственные действия, такие как сравнение, анализ, синтез, абстрагирование, моделирование, обобщение, высказывание предположений, содержательных суждений [Букушева, 2015; Ульянова, 2018]. Работа над математической исследовательской задачей начинается с получения задания в виде текстовой задачи, утверждения, вопроса, уравнения. Далее при необходимости записывается модель. Выдвигаются возможные гипотезы, строятся предполо-

жения, разрешаются полученные противоречия и делаются выводы. Рассуждения сопровождаются необходимыми математическими выкладками.

В современной методической литературе проблема вовлечения учащихся в исследовательскую деятельность не теряет своей остроты. Для самостоятельного проведения исследования требуется активная познавательная позиция со стороны обучаемого, осмысление и творческая переработка получаемых сведений, применение преподавателем различных приемов и методик [Гамова, 2016]. Такую работу сложно проводить в рамках практических занятий, тем более, что сейчас часы аудиторной работы по многим математическим дисциплинам сокращены [Князев, 2021]. Однако в рамках самостоятельной работы, подготовки лабораторных проектов, курсовых, дипломных работ это вполне осуществимо, вносит необходимую новизну в работу, повышает ее актуальность.

Занимаясь подготовкой учителей математики, необходимо помнить, что студент педагогического вуза не просто получает знания, но и учится учить, причем, как правило, в дальнейшей профессиональной деятельности он будет воспроизводить ту же схему обучения, применять те же приемы, по которым учился сам [Груздев, 2019; Демченкова, 2014].

Исследовательскую задачу в математике часто понимают как некоторые моменты научной проблемы, определение и разъяснение которых приводит к ее решению. Эти задачи содержат аспекты, решение которых не является очевидным и не может быть получено непосредственным применением известных алгоритмов. Решение проблемной составляющей является сложным творческим процессом умственной деятельности человека и направлено на преобразование содержания задачи, выявление и разрешение противоречия между ее условием и требованием, и как следствие, получение результата [Костюченко, 2019].

#### Методы исследования

В качестве объекта исследования выбраны исследовательские задачи по теории чисел [Москвина, 2016; Подолян, 2021]. Наш подход к разработке методики основан на понимании того, что преподавание дисциплины должно создавать условия для приобретения новых универсальных компетенций, актуальных для логической организации познания, которые приводят к выявлению нового математического знания, способствуют мотивации через активную познаватель-

ную деятельность и дают представление о возможности применения этих знаний и умений в реализации дальнейших задач обучения и практической деятельности. Анализ соответствующей литературы подтверждает наше исследование [Далингер, 2017; Капкаева, 2019б; Кудрина, 2020; Рябинова, 2008; Таирова, 2016; Хамов, 2019; Sergeeva, 2019].

#### Результаты исследования

Основой построения методики стало применение достаточно простых и понятных свойств деления с остатком целых чисел и алгебраических выражений для решения неопределенных уравнений, включая использование элементов теории сравнений. Приводимые теоретико-числовые задачи полезны не только с точки зрения творческой работы по их решению, но и для разработки алгоритмов их составления. Исследование имеющихся способов решения неопределенных уравнений позволяет перейти к новой исследовательской задаче конструирования уравнений с заранее заданными свойствами вида и решения, что может стать основой будущей курсовой работы или элементом дипломной работы [Смирнова, 2010].

Сначала предлагаются простые уравнения, решение которых опирается на известные определения и формулы. Более того, учитывая изложенное выше, отметим, что с целью развития исследовательских компетенций, логично и эффективно предлагать анализировать готовые решения. Это способствует развитию мышления, культуры, стиля рассуждений, навыков самостоятельной и исследовательской деятельности [Костюченко, 2019].

Так, например, числа вида  $x^3$  при делении на число 7 могут давать остатки 0; 1; 6. Поэтому уравнения вида  $x^3 = 7y + r$  при  $r \equiv 2; 3; 4; 5 \pmod{7}$  в целых числах неразрешимы. Например, уравнение  $x^3 = 7y + 2021$  в целых числах решений не имеет, так как число 2021 при делении на 7 дает остаток 5.

Далее можно привести пример разрешимого уравнения:

$$x^3 = 7y + 2022. \quad (1)$$

Тогда решение можно построить следующим образом: числа вида  $x^3$  дают остаток 6 при делении на 7, если  $x = 7t + 3$ ,  $x = 7t + 5$ ,  $x = 7t + 6$ , где  $t$  — любое целое число. Подставляя эти значения для переменной  $x$  в уравнение (1), находим соответствующие формулы для

переменной  $y$ , получаем множество решений этого уравнения:

$$\begin{cases} x = 7t + 3 \\ y = 49t^3 + 63t^2 + 27t - 285 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 7t + 5 \\ y = 49t^3 + 105t^2 + 75t - 271 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 7t + 6 \\ y = 49t^3 + 126t^2 + 108t - 258 \end{cases}$$

$t$  — любое целое число.

Теперь попробуем изменить вид уравнения (1), добавив коэффициент перед старшей степенью:

$$ax^3 = py + r, \quad (2)$$

$a, p, r$  — целые числа,  $p$  — число, относительно которого исследуются остатки от деления чисел вида  $ax^3$ . Уравнение (2) разрешимо, если числа  $a, p, r$  избраны таким образом, чтобы сравнение  $ax^3 \equiv r \pmod{p}$  имело решения, то есть числа вида  $ax^3$  и число  $r$  при делении на число  $p$  давали равные остатки при определенных значениях переменной  $x$ .

Например, можно записать уравнение

$$2x^3 = 5y + 2021, \quad (3)$$

которое, очевидно, разрешимо в целых числах, так как сравнение  $2x^3 \equiv 1 \pmod{5}$  имеет множество решений, определяемых формулой

$x \equiv 2 \pmod{5} \Leftrightarrow x = 5t + 2$ ,  $t$  — любое целое число.

Подставляя полученную формулу для переменной  $x$  в уравнение (3), находим формулу от переменной  $t$  для переменной  $y$ :

$$y = 50t^3 + 60t^2 + 24t - 401, t \in \mathbb{Z}.$$

Следовательно, множество решений уравнения (3) имеет вид:

$$\begin{cases} x = 5t + 2 \\ y = 50t^3 + 60t^2 + 24t - 401, t \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

Поставим задачу составить уравнение, содержащее три переменные, и опишем процесс решения и конструирования разрешимых в целых числах уравнений вида

$$ax^3 = by + cz + d \quad (4)$$

при определенных значениях целых чисел  $a, b, c, d$ .

Выбор чисел  $b, c$  осуществляем так, чтобы каждое из них делилось на некоторое натуральное число  $p$ , относительно которого мы будем исследовать возможные остатки от деления левой части уравнения (4), при этом  $b = pm$ ,

$c = np$  и числа  $m, n$  связаны между собой соотношением  $m = kn + 1$ ,  $k$  — целое число. Уравнение (4) будет иметь целочисленные решения, если числа  $a, d$  выбраны таким образом, чтобы сравнение

$$ax^3 \equiv d \pmod{p} \quad (5)$$

было разрешимым.

Таким образом, решение уравнения (4) начинаем с решения сравнения (5). Его решением будут один или более многочленов от переменной  $t$  первой степени:

$$x = pt + r, \quad (6)$$

$t$  — целое число.

Подставляя формулу (6) в уравнение (4), после элементарных преобразований приходим к уравнению относительно переменных  $y, z$ :

$$my + nz = f(t), \quad (7)$$

где  $f(t)$  — многочлен третьей степени относительно переменной  $t$ .

Решаем уравнение (7) относительно переменных  $y, z$ , используя соотношение между числами  $m$  и  $n$ :  $m = kn + 1$

$$(kn + 1)y + nz = f(t). \quad (8)$$

Переходя к сравнению по модулю  $n$ , получаем  $y \equiv f(t) \pmod{n}$ , тогда  $y = f(t) + nu$ ,  $u$  — целочисленная переменная. Подставляя значение для  $y$  в формулу (8), находим формулу для переменной  $z$ :

$$z = -kf(t) - mu.$$

Следовательно, множество решений уравнения (4) определено формулами:

$$\begin{cases} x = pt + r \\ y = f(t) + nu \\ z = -kf(t) - mu \end{cases},$$

где  $t, u$  — целые числа.

Рассмотрим такой вариант: усложним уравнение (1), заменив переменную  $y$  алгебраическим выражением  $3y + 2z$ . Получаем уравнение вида (4):

$$\begin{aligned} x^3 &= 21y + 14z + 2022 \Leftrightarrow \\ x^3 &= 7(3y + 2z) + 2022. \end{aligned} \quad (9)$$

Используем результаты, полученные при решении уравнения (1). Методом исследования остатков от деления чисел  $x^3$  на 7 получаем значения для переменной  $x$ :  $x = 7t + 3$ ;  $x = 7t + 5$ ;  $x = 7t + 6$ ,  $t$  — целое число, а также формулы для алгебраического выражения  $3y + 2z$ :

$$\begin{cases} x = 7t + 3 \\ 3y + 2z = 49t^3 + 63t^2 + 27t - 285 = f_1(t) \\ x = 7t + 5 \\ 3y + 2z = 49t^3 + 105t^2 + 75t - 271 = f_2(t) \\ x = 7t + 6 \\ 3y + 2z = 49t^3 + 126t^2 + 108t - 258 = f_3(t) \end{cases}$$

Далее в каждом из трех вариантов решаем линейные уравнения относительно переменных  $y, z$ .

В первом варианте

$$3y + 2z = f_1(t) \quad (10)$$

Переходим к сравнению по модулю 2:

$$3y \equiv f_1(t) \pmod{2} \Leftrightarrow y \equiv f_1(t) \pmod{2} \Leftrightarrow y = f_1(t) + 2u, u \text{ — целое число.}$$

Подставляя формулу для переменной  $y$  в (10), находим значение для  $z$ :

$$z = -f_1(t) - 3u, u \in \mathbb{Z}.$$

Получаем общее решение уравнения (9) при  $x = 7t + 3$ :

$$\begin{cases} x = 7t + 3 \\ y = f_1(t) + 2u \\ z = -f_1(t) - 3u \\ f_1(t) = 49t^3 + 63t^2 + 27t - 285 \end{cases}, t, u \in \mathbb{Z}.$$

Аналогично находятся общие решения уравнения (9) при втором и третьем вариантах  $x = 7t + 5; x = 7t + 6$ :

$$\begin{cases} x = 7t + 5 \\ y = f_2(t) + 2u \\ z = -f_2(t) - 3u \\ f_2(t) = 49t^3 + 105t^2 + 75t - 271 \end{cases}, t, u \in \mathbb{Z};$$

$$\begin{cases} x = 7t + 6 \\ y = f_3(t) + 2u \\ z = -f_3(t) - 3u \\ f_3(t) = 49t^3 + 126t^2 + 108t - 258 \end{cases}, t, u \in \mathbb{Z}.$$

Для нахождения частных решений уравнения (9) придаем переменным  $t$  и  $u$  конкретные целочисленные значения. Например, при  $t = 1, u = 2$  получаем решения:

$$(10; -142; 140), (12; -40; 36), (13; 29; -31).$$

Процесс составления уравнения (4) начинаем с выбора числа  $p$ , относительно которого будем исследовать возможные остатки от деления чисел вида  $x^3, ax^3$ . Например, если число  $p = 5$ , то при делении на это число кубы дают все возможные остатки от 0 до 4. Далее выбираем число  $a$ ,

скажем 3, и свободный член уравнения, например, 2021. Заметим, что если число  $p$  выбрано так, что куб целого числа не дает некоторые возможные остатки, то числа  $a$  и  $d$  выбираются таким образом, чтобы  $ax^3$  и  $d$  при делении на  $p$  давали один и тот же остаток при некотором значении  $x$ . При выборе чисел  $b = pm, c = pn$  числа  $m, n$  подбираем в соответствии с формулой  $m = kn + 1$ . Например,  $n = 4; k = 3; m = 13$ . Получаем уравнение:

$$3x^3 = 65y + 20z + 2021. \quad (11)$$

Решение уравнения (11) начинаем с нахождения формулы для переменной  $x$ , перейдя от уравнения к сравнению по модулю 5:

$$3x^3 \equiv 1 \pmod{5} \Leftrightarrow x \equiv 3 \pmod{5} \Leftrightarrow x = 5t + 3, t \in \mathbb{Z}.$$

Далее подставляем формулу для переменной  $x$  в уравнение (11) и находим формулу, выражающую переменные  $y, z$  через  $t$ :

$$\begin{aligned} 13y + 4z &= f(t), \\ f(t) &= 75t^3 + 135t^2 + 81t - 388. \end{aligned}$$

Находим формулы для переменных  $y, z$ :

$$y = f(t) + 4u, z = -3f(t) - 13u, u \in \mathbb{Z}.$$

Множество решений уравнений (11) определено формулами:

$$\begin{cases} x = 5t + 3 \\ y = f(t) + 4u \\ z = -3f(t) - 13u \\ f(t) = 75t^3 + 135t^2 + 81t - 388, t, u \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

Частное решение, например, при  $t = -1$ , и  $u = -1: x = -2, y = -413, z = 1240$ .

### Заключение

Несмотря на кажущуюся внешнюю простоту изложения схем решения и алгоритмов построения, уравнения требуют мыслительной активности обучаемых, творческой инициативы, а также практики применения навыков проведения математических преобразований. В этом отношении теоретико-числовой материал имеет большой потенциал как для решения задач исследовательского типа, так и для их составления. Как показывает практика, разнообразие способов решений неопределенных уравнений позволяет использовать их при изучении разных тем теории чисел. Обучаемый видит применение понятий и свойств, относящихся к разным разделам дисциплины, к нестандартным задачам, учится проводить рассуждения: составлять уравнения с заранее заданными свойствами, решать их, опираясь на замеченные закономерности и факты, известные из теоретического курса.

Решение исследовательских задач способствует оптимизации процесса обучения, внося большой вклад в виде самостоятельной, продуктивной и творческой работы и дают возможность

- актуализировать и обобщить уже имеющиеся знания по разным темам курса, увидеть новый смысл и спектр применения известных фактов;

- вызвать устойчивый интерес к дисциплине, в частности, мотивировать к учебной деятельности;

- побудить к активной познавательной работе, что является важной составляющей любой самостоятельной деятельности, приучение к которой составляет основу способностей к непрерывному самообразованию.

Наряду с достоинствами, проявляются и трудности в реализации методики использования исследовательских задач: не все студенты готовы к самостоятельной работе. От преподавателя в связи с этим требовалась дополнительная доля участия, увеличение круга задач, предполагающих анализ готовых решений.

#### Библиографический список

- Акулова О. В. Конструирование ситуационных задач для оценки компетентности учащихся / О. В. Акулова, С. А. Писарева, Е. В. Пискунова. Москва : КАРО, 2008. 96 с.
- Баркалов С. А. К проблеме развития исследовательских компетенций в рамках современного образовательного процесса / С. А. Баркалов, Л. А. Мажарова // Современное образование: содержание, технологии, качество. 2019. Т. 1. С. 495-496.
- Букушева А. В. Учебно-исследовательские задачи в подготовке бакалавров-математиков // Вестник Пермского государственного гуманитарно-педагогического университета. Серия: Информационные компьютерные технологии в образовании. 2015. № 11. С. 85-93.
- Гамова Н. А. Индивидуальная самостоятельная работа студентов по математике / Н. А. Гамова, Н. В. Кулиш, И. П. Томина // Вестник Оренбургского государственного университета. 2016. № 1(189). С. 3-8.
- Груздев М. В. Становление «новой дидактики» педагогического образования в условиях глобального технологического обновления и цифровизации / М. В. Груздев, И. Ю. Тарханова // Ярославский педагогический вестник. 2019. № 3 (108). С. 47-53.
- Далингер В. А. Учебно-исследовательские задачи по математике в поисковой деятельности учащихся // Наука в современном информационном обществе : материалы XII Международной научно-практической конференции North Charleston, USA, 19-20 июня 2017 года. North Charleston, USA : CreateSpace, 2017. С. 39-41.
- Демченкова Н. А. Подготовка будущего учителя к проблемному обучению математике // Вектор науки Тольяттинского государственного университета. Серия: Педагогика, психология. 2014. № 1(16). С. 66-69.
- Капкаева Л. С. Обучение поисково-исследовательской деятельности студентов вуза в процессе изучения математических дисциплин // Гуманитарные науки и образование. 2019а. Т. 10. № 4(40). С. 47-53.
- Капкаева Л. С. Поисково-исследовательские задачи по математике как средство реализации преемственности обучения в школе и вузе / Л. С. Капкаева, Е. А. Тагаева // Мир науки. Педагогика и психология. 2019б. Т. 7. № 6. С. 40.
- Каскатаева Б. Р. Из опыта организации исследовательской деятельности учащихся / Б. Р. Каскатаева, А. У. Даулеткулова, З. М. Толеханова, Т. А. Омарова // Современные проблемы науки и образования. 2018. № 3. С. 99.
- Князев О. В. О методических особенностях преподавания дисциплины «алгебра и теория чисел» в вузе / О. В. Князев, О. О. Князева // Инновационные подходы к обучению математике в школе и вузе : материалы Всероссийской научно-практической конференции, Омск, 01-03 марта 2021 года. Омск : ОГПУ, 2021. С. 225-230.
- Костюченко Р. Ю. Формирование исследовательских компетенций посредством решения задач на применение производной // Актуальные вопросы математического образования: состояние, проблемы и перспективы развития : материалы Всероссийской научно-практической конференции / ответственный редактор Н. В. Суханова. Сургут : Сургутский государственный педагогический университет, 2019. С. 74-77.
- Кудрина Е. В. Об опыте использования задач исследовательского типа в учебном процессе / Е. В. Кудрина, М. В. Огнева // Образование в современном мире : сборник научных статей / под редакцией Ю. Г. Голуба. Саратов : Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, 2020. С. 44-49.
- Лидак Л. В. Особенности развития исследовательских компетенций бакалавров в условиях информационной среды технического вуза / Л. В. Лидак, И. В. Сергеева // Гуманитарные науки. 2020. № 2(50). С. 20-28.
- Михайленко Т. С. Развитие исследовательской компетентности: задачный подход // Ярославский педагогический вестник. 2021. № 1 (118). С. 63-71.
- Москвина Е. А. Формирование самостоятельной творческой личности будущего учителя математики при изучении теории чисел в вузе // Приоритетные направления современных научных исследований XXI века : тезисы докладов, Трехгорный, 20-21 апреля 2016 года. Трехгорный : НИЯУ МИФИ, 2016. С. 180-184.

Подольян А. С. Значение теории чисел при подготовке учителя математики // Исследовательский потенциал молодых ученых: взгляд в будущее : сборник материалов XVII Региональной научно-практической конференции магистрантов, аспирантов и молодых ученых, Тула, 03-19 марта 2021 года. Тула : Тульский государственный педагогический университет им. Л. Н. Толстого, 2021. С. 191-193.

Рябинова Е. Н. Задачи учебно-исследовательского характера в курсе высшей математики / Е. Н. Рябинова, Е. И. Хмелевская // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Психолого-педагогические науки. 2008. № 1(9). С. 74-80.

Смирнова А. А. Конструирование исследовательских задач по математике // Начальная школа. 2010. № 10. С. 33-38.

Таирова Е. В. Роль и задачи исследовательской деятельности студентов в их профессиональной подготовке // Методика преподавания математических и естественно-научных дисциплин: современные проблемы и тенденции развития : материалы III Всероссийской научно-практической конференции, Омск, 16 марта 2016 года. Омск : Омская юридическая академия, 2016. С. 176-179.

Ульянова К. Г. Развитие естественно-научного мышления обучающегося в процессе решения исследовательских задач // Сфера знаний: процессы развития современной научной мысли : сборник научных трудов. Казань : ООО «СитИвент», 2018. С. 117-120.

Хамов Г. Г. Решение задач на доказательство как составляющая исследовательской деятельности при изучении теории чисел / Г. Г. Хамов, Л. Н. Тимофеева // Ярославский педагогический вестник. 2019. № 6(111). С. 60-66.

Хисамиева Л. Г. Структура научно-исследовательской компетенции специалиста с высшим профессиональным образованием // Вестник Казанского технологического университета. 2013. Т. 16. № 16. С. 71-74.

Sergeeva M. G. The role of mathematics courses in creating and developing students' research competencies within the social and economic field // Research Result. Pedagogy and Psychology of Education. 2019. Vol. 5. № 2. P. 27-36.

#### Reference list

Akulova O. V. Konstruirovanie situacionnyh zadach dlja ocenki kompetentnosti uchashhihsja = Designing situational tasks to assess student competence / O. V. Akulova, S. A. Pisareva, E. V. Piskunova. Moskva : KARO, 2008. 96 s.

Barkalov S. A. K probleme razvitija issledovatel'skih kompetencij v ramkah sovremennogo obrazovatel'nogo processa = To the problem of the research competencies development within the framework of the modern educational process / S. A. Barkalov, L. A. Mazharova // Sovremennoe obrazovanie: soderzhanie, tehnologii, kachestvo. 2019. T. 1. S. 495-496.

Bukusheva A. V. Uchebno-issledovatel'skie zadachi v podgotovke bakalavrov-matematikov = Educational and research tasks in the training of bachelor-mathematicians // Vestnik Permskogo gosudarstvennogo gumanitarno-pedagogicheskogo universiteta. Serija: Informacionnye komp'yuternye tehnologii v obrazovanii. 2015. № 11. S. 85-93.

Gamova N. A. Individual'naja samostojatel'naja rabota studentov po matematike = Individual independent work of students in mathematics / N. A. Gamova, N. V. Kulish, I. P. Tomina // Vestnik Orenburgskogo gosudarstvennogo universiteta. 2016. № 1(189). S. 3-8.

Gruzdev M. V. Stanovlenie «novoj didaktiki» pedagogicheskogo obrazovanija v uslovijah global'nogo tehnologicheskogo obnovenija i cifrovizacii = The formation of «new didactic» of pedagogical education in the conditions of global technological renewal and digitalization / M. V. Gruzdev, I. Ju. Tarhanova // Jaroslavskij pedagogicheskiy vestnik. 2019. № 3 (108). S. 47-53.

Dalinger V. A. Uchebno-issledovatel'skie zadachi po matematike v poiskovoj dejatel'nosti uchashhihsja = Educational and research tasks in mathematics in the search activities of students // Nauka v sovremennom informacionnom obshhestve : materialy XII Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii = North Charleston, USA, 19-20 iyunja 2017 goda. North Charleston, USA : CreateSpace, 2017. S. 39-41.

Demchenkova N. A. Podgotovka budushhego uchitelja k problemnomu obucheniju matematike = Preparing a future teacher for problematic math training // Vektor nauki Toljattinskogo gosudarstvennogo universiteta. Serija: Pedagogika, psihologija. 2014. № 1(16). S. 66-69.

Kapkaeva L. S. Obuchenie poiskovo-issledovatel'skoj dejatel'nosti studentov vuza v processe izuchenija matematicheskikh disciplin = Training of research activities of university students in the process of studying mathematical disciplines // Gumanitarnye nauki i obrazovanie. 2019a. T. 10. № 4(40). S. 47-53.

Kapkaeva L. S. Poiskovo-issledovatel'skie zadachi po matematike kak sredstvo realizacii preemstvennosti obuchenija v shkole i vuze = Search and research problems in mathematics as a means of realizing the continuity of study at school and university / L. S. Kapkaeva, E. A. Tagaeva // Mir nauki. Pedagogika i psihologija. 2019b. T. 7. № 6. S. 40.

Kaskataeva B. R. Iz opyta organizacii issledovatel'skoj dejatel'nosti uchashhihsja = From student research experience / B. R. Kaskataeva, A. U. Dauletkulova, Z. M. Toleuhanova, T. A. Omarova // Sovremennye problemy nauki i obrazovanija. 2018. № 3. S. 99.

Knjazev O. V. O metodicheskikh osobnostjakh prepodavanija discipliny «algebra i teorija chisel» v vuze = On the methodological features of teaching the discipline «algebra and number theory» at the university / O. V. Knjazev, O. O. Knjazeva // Innovacionnye podhody k obucheniju matematike v shkole i vuze : materialy Vse-

rossijskoj nauchno-prakticheskoj konferencii, Omsk, 01-03 marta 2021 goda. Omsk : OGPU, 2021. S. 225-230.

Kostjuchenko R. Ju. Formirovanie issledovatel'skih kompetencij posredstvom reshenija zadach na primenenie proizvodnoj = Formation of research competencies by solving problems on application of derivative // Aktual'nye voprosy matematicheskogo obrazovanija: sostojanie, problemy i perspektivy razvitiya : materialy Vserossijskoj nauchno-prakticheskoj konferencii / otvetstvennyj redaktor N. V. Suhanova. Surgut : Surgutskij gosudarstvennyj pedagogicheskij universitet, 2019. S. 74-77.

Kudrina E. V. Ob opyte ispol'zovanija zadach issledovatel'skogo tipa v uchebnom processe = About the experience of using research-type tasks in the training process / E. V. Kudrina, M. V. Ogneva // Obrazovanie v sovremennom mire : sbornik nauchnyh statej / pod redakciej Ju. G. Goluba. Saratov : Saratovskij nacional'nyj issledovatel'skij gosudarstvennyj universitet imeni N. G. Chernyshevskogo, 2020. S. 44-49.

Lidak L. V. Osobennosti razvitiya issledovatel'skih kompetencij bakalavrov v uslovijah informacionnoj sredy tehničeskogo vuza = Peculiarities of development of research competencies of bachelors in conditions of information environment of technical university / L. V. Lidak, I. V. Sergeeva // Gumanitarnye nauki. 2020. № 2(50). S. 20-28.

Mihajlenko T. S. Razvitie issledovatel'skoj kompetentnosti: zadachnyj podhod = Developing research competence: a challenging approach // Jaroslavskij pedagogičeskij vestnik. 2021. № 1 (118). S. 63-71.

Moskvina E. A. Formirovanie samostojatel'noj tvorčeskoj lichnosti budushhego uchitelja matematiki pri izuchenii teorii čisel v vuze = Formation of an independent creative personality of a future mathematics teacher when studying the number theory at university // Prioritetnye napravlenija sovremennyh nauchnyh issledovanij XXI veka : tezis dokladov, Trehgornyj, 20-21 aprilja 2016 goda. Trehgornyj : NIJaU MIFI, 2016. S. 180-184.

Podoljan A. S. Znachenie teorii čisel pri podgotovke uchitelja matematiki = The importance of the number theory in training of a mathematics teacher // Issledovatel'skij potencial molodyh učenyyh: vzgljad v budushhee : sbornik materialov XVII Regional'noj nauchno-prakticheskoj konferencii magistrantov, aspirantov i molodyh učenyyh, Tula, 03-19 marta 2021 goda. Tula :

Tul'skij gosudarstvennyj pedagogičeskij universitet im. L. N. Tolstogo, 2021. S. 191-193.

Rjabinova E. N. Zadachi uchebno-issledovatel'skogo haraktera v kurse vysshej matematiki = Educational and research tasks in the higher mathematics course / E. N. Rjabinova, E. I. Hmelevskaja // Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo tehničeskogo universiteta. Serija: Psihologo-pedagogičeskie nauki. 2008. № 1(9). S. 74-80.

Smirnova A. A. Konstruirovanie issledovatel'skih zadach po matematike = Designing math research problems // Nachal'naja shkola. 2010. № 10. S. 33-38.

Tairova E. V. Rol' i zadachi issledovatel'skoj dejatel'nosti studentov v ih professional'noj podgotovke = The role and tasks of research activities of students in their professional training // Metodika prepodavanija matematicheskikh i estestvenno-nauchnyh disciplin: sovremennye problemy i tendencii razvitiya : materialy III Vserossijskoj nauchno-prakticheskoj konferencii, Omsk, 16 marta 2016 goda. Omsk : Omskaja juridicheskaja akademija, 2016. S. 176-179.

Ul'janova K. G. Razvitie estestvenno-nauchnogo myshlenija obučajushhegosja v processe reshenija issledovatel'skih zadach = Development of natural-scientific thinking of a student in the process of solving research problems // Sfera znaniy: processy razvitiya sovremennoj nauchnoj mysli : sbornik nauchnyh trudov. Kazan' : OOO «SitIvent», 2018. S. 117-120.

Hamov G. G. Reshenie zadach na dokazatel'stvo kak sostavlajushhaja issledovatel'skoj dejatel'nosti pri izuchenii teorii čisel = Solving problems on proof as a component of research activity in the study of the number theory / G. G. Hamov, L. N. Timofeeva // Jaroslavskij pedagogičeskij vestnik. 2019. № 6(111). S. 60-66.

Hisamieva L. G. Struktura nauchno-issledovatel'skoj kompetencii specialista s vysshim professional'nym obrazovanijem = Structure of research competence of a specialist with higher professional education // Vestnik Kazanskogo tehničeskogo universiteta. 2013. T. 16. № 16. S. 71-74.

Sergeeva M. G. The role of mathematics courses in creating and developing students' research competencies within the social and economic field // Research Result. Pedagogy and Psychology of Education. 2019. Vol. 5. № 2. P. 27-36.

Статья поступила в редакцию 06.10.2021; одобрена после рецензирования 20.10.2021; принята к публикации 23.11.2021.

The article was submitted on 06.10.2021; approved after reviewing 20.10.2021; accepted for publication on 23.11.2021.