

Научная статья  
УДК 372.851  
DOI: 10.20323/1813-145X\_2023\_5\_134\_110  
EDN: PANGKH

### Исследовательские задачи по теории чисел как средство формирования самостоятельной деятельности обучаемых

Геннадий Григорьевич Хамов<sup>1✉</sup>, Лариса Николаевна Тимофеева<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Доктор педагогических наук, профессор, Российский государственный педагогический университет имени А.И. Герцена. 191186, Санкт-Петербург, набережная реки Мойки, д. 48

<sup>2</sup>Кандидат педагогических наук, доцент, Военно-космическая академия им. А.Ф. Можайского. 197198, г. Санкт-Петербург, ул. Ждановская, д. 13

<sup>1</sup>gghamov@yandex.ru<sup>✉</sup>, <https://orcid.org/0000-0002-3609-4307>

<sup>2</sup>tln142@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-1290-2947>

**Аннотация.** Статья посвящена проблеме организации самостоятельной деятельности обучаемых при изучении математических дисциплин, что является актуальным в современных условиях цифровизации образования, перестройки образовательных программ. Общество требует от специалистов способности к постоянному обновлению и расширению знаний и квалификации. Однако, современный выпускник не всегда готов к активному реагированию на меняющуюся профессиональную информацию и к постоянному самосовершенствованию. В связи с этим определяются новые цели обучения. Использование исследовательских задач на занятиях по математике позволяет включить обучающихся в активную самостоятельную деятельность при изучении учебного материала на разных этапах: открытие теоретических фактов, установление связей между понятиями и основными положениями, получение новых идей решения задач. Такие задачи способствуют формированию качеств мышления и личности студентов необходимых для дальнейшего профессионального становления. Цель работы заключается в представлении методики применения исследовательских задач для вовлечения студентов в самостоятельную работу при изучении теории чисел – одного из важнейших разделов курса математики высшей школы. В статье предлагается рассмотреть технологию конструирования неопределенных уравнений третьей степени, в решении которых используется теория делимости и теория сравнений. В процессе составления и решения таких уравнений студенты анализируют и устанавливают необходимые связи между параметрами, используемыми в записи. Далее, применяя известные положения теории чисел, делают выводы о необходимых условиях его разрешимости или неразрешимости и, выполняя цепочку рассуждений, приходят к искомому конкретному уравнению. Рассмотренная методика помогает появлению заинтересованности обучаемых в учебной работе, придает ей стимул, создает условия для организации самостоятельной деятельности.

**Ключевые слова:** самостоятельная деятельность; исследовательские задачи; теория чисел; неопределенное уравнение; деление с остатком; простое число; теория сравнений

**Для цитирования:** Хамов Г. Г., Тимофеева Л. Н. Исследовательские задачи по теории чисел как средство формирования самостоятельной деятельности обучаемых // Ярославский педагогический вестник. 2023. № 5 (134). С. 110-118. [http://dx.doi.org/10.20323/1813-145X\\_2023\\_5\\_134\\_110](http://dx.doi.org/10.20323/1813-145X_2023_5_134_110). <https://elibrary.ru/PANGKH>

Original article

### Research tasks on number theory as a means of forming independent activity of trainees

Gennady G.Khamov<sup>1✉</sup>, Larisa N. Timofeeva<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Doctor of pedagogical sciences, professor, Herzen Russian state pedagogical university. 191186, St.-Petersburg, Moika embankment, 48

<sup>2</sup>Candidate of pedagogical sciences, associate professor, Military space academy named after A.F. Mozhaisky. 197198 St.-Petersburg, Zhdanovskaya st., 13

<sup>1</sup>gghamov@yandex.ru<sup>✉</sup>, <https://orcid.org/0000-0002-3609-4307>

<sup>2</sup>tln142@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-1290-2947>

**Abstract.** The article is devoted to the problem of the organization of students' independent activity in studying mathematical disciplines, which is relevant in modern conditions of education digitalization, restructuring of educational programs. Society demands from specialists the ability to constantly update and expand knowledge and qualifications. However, a modern graduate is not always ready to actively respond to changing professional information and to constant self-improvement. In this regard, new learning goals are defined. The use of research tasks in mathematics classes allows students to be engaged in active independent activity when studying educational material at different stages: the discovery of theoretical facts, the establishment of links between concepts and basic provisions, obtaining new ideas for solving problems. Such tasks contribute to the formation of the qualities of thinking and personality of students necessary for further professional development. The purpose of the work is to present a methodology for applying research tasks to involve students in independent work in the study of number theory – one of the most important sections of the higher school mathematics course. The article proposes to consider the technology of constructing indefinite equations of the third degree, the solution of which uses the theory of divisibility and the theory of comparisons. In the process of composing and solving such equations, students analyze and establish the necessary connections between the parameters used in the recording. Further, applying the well-known provisions of the number theory, they draw conclusions about the necessary conditions for its solvability or unsolvability and, following a chain of reasoning, come to the specific equation they are looking for. The considered methodology helps students to become interested in academic work, stimulates them, creates conditions for organizing independent activities.

**Key words:** independent activity; research tasks; number theory; indefinite equation; division with remainder; prime number; theory of comparisons

**For citation:** Khamov G. G., Timofeeva L. N. Research tasks on number theory as a means of forming independent activity of trainees. Yaroslavl pedagogical bulletin. 2023; (5): 110-118. (In Russ.). [http://dx.doi.org/10.20323/1813-145X\\_2023\\_5\\_134\\_110](http://dx.doi.org/10.20323/1813-145X_2023_5_134_110). <https://elibrary.ru/PANGKH>

## Введение

Реформы высшего образования предъявляют новые требования к способам преподавания, технологиям обучения. Вариант, при котором преподаватель передает свои знания, а обучаемый является неактивным слушателем, давно изжил себя. Все меняется, окружающий мир диктует новые условия. Педагоги столкнулись с обучением «на удалёнке», с дистанционным обучением, которые поддерживаются цифровыми ресурсами [Вайндорф-Сысоева, 2021]. Появляются технологии смешанного обучения [Дербуш, 2021]. С учетом этих фактов приходится перестраивать работу по реализации образовательных программ. При этом формы работы по образовательным программам по-прежнему предполагают непосредственно и работу в контакте с преподавателем, и самостоятельную работу обучаемых. Кроме того, анализ опыта преподавания в вузе показывает, что преподаватель все чаще сталкивается с интеллектуальной пассивностью студентов, нежеланием самостоятельно получать знания и находить различные способы решения задач, тем более их самостоятельно составлять, то есть проявлять инициативу при изучении дисциплин. Это вызывает опасения, так как сейчас в большей степени востребованы специалисты, имеющие способности и желание обучаться, то есть обладающие потенциалом к дальнейшему развитию и профессиональному росту [Лозовая, 2022; Рах-

манкулова, 2023; Саакова, 2022]. Человек может накапливать знания, умения, навыки в процессе именно самостоятельной деятельности, никакая передача их в готовом виде невозможна [Кравцова, 2022], что указывает на важность построения модели формирования опыта самостоятельной познавательной деятельности обучаемых [Смирнов, 2022].

Немалую трудность при преподавании математических дисциплин в вузах вызывает изучение теоретической составляющей, так как требует особой организации мышления для осознания абстрактного материала, которое как раз и формируется с помощью математики, причем здесь решающую роль играет очное преподавание [Далингер, 2020; Турахонов, 2021]. В этой ситуации передача абстрактного учебного материала при традиционном обучении связана с усвоением готовой информации, которая не имеет личностного смысла, так как является целью и результатом, и не может являться мотивирующим фактором учебной деятельности. Для обучаемого она выступает в виде какой-то далекой и не очень понятной перспективы применения знаний. Вот почему важно включить в образовательный процесс технологии, задающие переход от учебной к профессиональной деятельности. Содержание образования должно поставить обучаемого в активную деятельную позицию [Волкова, 2016].

Как показал опыт, изучение, например, доказательств теорем, установление связей между

понятиями и фактами требует определенных навыков исследовательской работы, и в этом случае простая передача информации не достигает цели. В связи с этим становится актуальной организация учебно-исследовательской деятельности и, самое главное, обучение ее самостоятельной реализации [Смыковская, 2021; Одинцова, 2019]. У педагога появляется обязанность не просто передать определенный объем знаний, он должен научить применять их в образовательном процессе [Зикирова, 2020]. В этом смысле эффективным является использование исследовательских задач, а точнее их конструирование, что формирует интерес и активизирует познавательную деятельность студентов, а также может использоваться для введения новых понятий [Гусев, 2003; Смирнова, 2010]. Таким образом методики преподавания классических математических дисциплин «требуют переосмысления в свете реалий сегодняшнего дня» [Егупова, 2022].

### Методы исследования

Основу исследования представляет разработка методики составления неопределенных уравнений третьего порядка. Материал подобран с целью включения обучаемых в самостоятельную исследовательскую деятельность. Был проведен соответствующий анализ литературы, касающейся проблемы организации такого рода деятельности при обучении математическим дисциплинам [Гец, 2020; Дербуш, 2021; Леонтьева, 2018; Лозовая, 2022; Менькова, 2023; Пшидаток, 2021; Сергеева, 2022], что определило актуальность проблемы. Данная методическая разработка применима при организации самостоятельной работы студентов, с целью приучения их к исследовательской деятельности и повышения мотивации при изучении теории чисел. Именно самостоятельная работа обучаемых здесь является главной целью реализации методики.

### Результаты исследования

Приведём методические рекомендации для построения и решения задач арифметического содержания, использующие теорию делимости и теорию сравнений по модулю.

Теория и практика, связанная с решением такого типа уравнений относится к классическому разделу элементарной математики. Здесь нет необходимости записывать громоздкие формулы или применять сложные теоремы, всего лишь требуется аккуратность в рассуждениях, внима-

тельность при построении логических цепочек, базирующихся на довольно простых и известных понятиях теории чисел. Применяемая в данных задачах математическая теория дает четкий алгоритм получения ответа и исчерпывающий анализ рассматриваемого типа уравнений [Хамов, 2021].

В качестве примера рассмотрим неопределенные уравнения третьей степени [Хамов, 2021а; Хамов, 2021б].

Уравнение вида

$$ax^3 = by + c \quad (1)$$

$a, b, c$  – целые числа, будет иметь целочисленные решения, если сравнение

$$ax^3 \equiv c \pmod{b}$$

разрешимо в целых числах. Решениями этого сравнения являются числа, удовлетворяющие сравнению  $x \equiv d \pmod{b}$ , то есть числа вида  $x = bt + d, t \in \mathbb{Z}$ .

Подставляя найденные значения для переменной  $x$  в уравнение (1), получим формулу для переменной  $y$ :

$$y = ab^2t^3 + 3abdt^2 + 3ad^2t + \frac{ad^3 - c}{b},$$

параметр  $t$  может принимать любое целочисленное значение,  $\frac{ad^3 - c}{b} = k$  – целое число.

Общее решение уравнения (1) имеет вид:

$$\begin{cases} x = bt + d, \\ y = ab^2t^3 + 3abdt^2 + 3ad^2t + k, \quad t \in \mathbb{Z}. \end{cases} \quad (2)$$

При составлении разрешимого в целых числах уравнения (1) один из вариантов: вначале выбираем число  $b$ , то есть делитель относительно которого будут исследоваться остатки от деления левой и правой частей уравнения, например,  $b = 8$ . Заметим, что при таком выборе делителя, числа  $a$  и  $c$  лучше выбирать нечетными. Далее выбираем число  $c$ , например,  $c = 2023$ . Это число при делении на 8 дает остаток 7. Выбираем число  $a$ , например,  $a = 3$ . Получаем уравнение

$$3x^3 = 8y + 2023$$

Переходим к сравнению по модулю 8:  $3x^3 \equiv 7 \pmod{8} \Leftrightarrow x \equiv 5 \pmod{8} \Leftrightarrow x = 8t + 5, t$  – любое целое число. Находим множество решений полученного уравнения, по формулам (2):

$$\begin{cases} x = 8t + 5, \\ y = 192t^3 + 360t^2 + 225t - 206, \quad t \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

Например, при  $t = -1$ ,  $x = -3$ ,  $y = -263$ .

Другой вариант формул для нахождения решений уравнения (1):

$$\begin{cases} x = bt + d, \\ y = \frac{a(bt + d)^3 - c}{b}, \quad t \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

Например:

$$11x^3 = 8y + 2023.$$

Переходим к сравнению по модулю 8:

$$11x^3 \equiv 7 \pmod{8} \Leftrightarrow 3x^3 \equiv 7 \pmod{8} \Leftrightarrow x \equiv 5 \pmod{8} \Leftrightarrow x = 8t + 5, \quad t \in \mathbb{Z}.$$

Формулы для переменных  $x$ ,  $y$  имеют вид

$$\begin{cases} x = 8t + 5, \\ y = \frac{11(8t + 5)^3 - 2023}{8}, \quad t \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

Например, при  $t = -2$ :  $x = -11$ ,  $y = -2083$ ; при  $t = 0$ :  $x = 5$ ,  $y = -81$ .

Опишем методику решения и составления неопределенных уравнений третьей степени, для решения которых надо использовать два метода: применение свойств теории сравнений и методов решения в целых числах уравнений первой степени с двумя переменными:

$$ax^3 = by + cz + r \quad (3)$$

числа  $a, b, c, r$  – целые, удовлетворяющие следующим условиям:

числа  $b, c$  делятся на натуральное число  $p$ , то есть  $b = pm$ ,  $c = pn$ ,  $\text{НОД}(m; n) = 1$ ,  $m = kn + 1$ ; числа  $a, r$  подбираются так, чтобы сравнение

$$ax^3 \equiv r \pmod{p} \quad (4)$$

было разрешимо.

Решением сравнения (4) может быть не один класс вычетов по модулю  $p$ . Поэтому для полного решения уравнения (3) надо рассматривать все случаи.

Обозначим класс вычетов по модулю  $p$ , являющийся решением сравнения (4),  $x = pt + \alpha$ ,  $t$  – параметр, принимающий любое целочисленное значение, число  $\alpha$  – наименьший положительный вычет класса решений сравнения (4) по модулю  $p$ .

Подставляем найденное значение для переменной  $x$  в уравнение (3):

$$ax^3 = by + cz + r \Leftrightarrow ax^3 - r = pmy + pnz$$

$$\Leftrightarrow \frac{a(pt + \alpha)^3 - r}{p} = (kn + 1)y + nz \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (kn + 1)y + nz = f(t),$$

$$f(t) = ap^2t^3 + 3ap\alpha t + 3a\alpha^2 + \frac{a\alpha^3 - r}{p},$$

$\frac{a\alpha^3 - r}{p}$  – целое число, так как число  $\alpha$  – ре-

шение сравнения (4).

Формулы для переменных  $y, z$  находим из уравнения:

$$(kn + 1)y + nz = f(t) \quad (5)$$

Переходя в уравнении (5) к сравнению по модулю  $n$ , получаем сравнение

$$y \equiv f(t) \pmod{n},$$

из которого следует равенство

$$y = f(t) + nu, \quad u \in \mathbb{Z}$$

$u$  может принимать любое целочисленное значение.

Подставляя формулу для переменной  $y$  в уравнение (5), находим формулу для переменной  $z$ :

$$\begin{aligned} (kn + 1)(nu + f(t)) + nz &= f(t) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow (kn + 1)nu + kn \cdot f(t) + nz &= 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow z &= -mu - kf(t). \end{aligned}$$

Множество решений уравнения (3) определяется по формулам:

$$\begin{cases} x = pt + \alpha, \\ y = nu + f(t), \\ z = -mu - kf(t), \\ t, u \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

Пример. Для составления уравнения (3) выбираем в качестве делителя  $p$  относительно которого будут исследованы остатки от деления левой и правой частей уравнения – число 5.

Заметим, что при делении целых чисел на число 5 могут быть получены все возможные пять остатков 0, 1, 2, 3, 4. Поэтому для составления разрешимого уравнения числа  $a$  и  $r$  можно подобрать в любом варианте, например,  $a = 2$ ,  $r = 3$ .

Выбор чисел  $b$  и  $c$  проводим в соответствии с условием  $b = 5m$ ,  $c = 5n$ ,  $\text{НОД}(m; n) = 1$ ,  $m = kn + 1$ :  $n = 4$ ,  $k = 2$ ,  $m = 2 \cdot 4 + 1 = 9$ . Получаем уравнение:

$$2x^3 = 45y + 20z + 3. \quad (6)$$

Переходим к сравнению по модулю 5:

$$2x^3 \equiv 3 \pmod{5} \Leftrightarrow x^3 \equiv 4 \pmod{5} \Leftrightarrow x \equiv 4 \pmod{5} \Leftrightarrow x = 5t + 4, \quad z \in \mathbb{Z}.$$

Подставляем формулу для переменной  $x$  в уравнение (6):

$$2(5t + 4)^3 = 45y + 20z + 3 \Leftrightarrow 9y + 4z = 50t^3 + 120t^2 + 96t + 25.$$

Обозначаем

$$50t^3 + 120t^2 + 96t + 25 = f(t)$$

и получаем линейное уравнение относительно переменных  $y, z$ :

$$9y + 4z = f(t). \quad (7)$$

Для нахождения формулы для переменной  $y$  переходим к сравнению по модулю 4:

$$y \equiv f(t) \pmod{4} \Leftrightarrow y = 4u + f(t), \quad u \in \mathbb{Z}.$$

Подставляя формулу для переменной  $y$  в уравнение (7), получим

$$9(4u + f(t)) + 4z = f(t) \Leftrightarrow z = -2f(t) - 9u.$$

Общее решение уравнения (6) имеет вид:

$$\begin{cases} x = 5t + 4, \\ y = f(t) + 4u, \\ z = -2f(t) - 9u, \\ f(t) = 50t^3 + 120t^2 + 96t + 25, \\ t, u \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

В частности, при  $t = -2$  и  $u = -3$  получаем:

$$x = 6, \quad f(-2) = -87, \quad y = -99, \quad z = 201;$$

$$2x^3 = -432; \quad 45y + 20z + 3 = -432.$$

Рассмотрим уравнение вида

$$x^3 = ay! + b, \quad (8)$$

$y$  – натуральное число,  $a, b, x$  – целые числа.

Исследуем данное уравнение методом вычисления остатков от деления обеих частей на число 9.

Куб целого числа  $x^3$  при делении на 9 может давать один из возможных остатков: 0, 1, 8. Заметим, что если число  $b$  при делении на 9 дает остаток отличный от 0, 1, 8, то при  $y \geq 6$  число  $y!$  делится на 9 и поэтому уравнение (8) в целых числах в этом случае неразрешимо. Следовательно, уравнение (8) может иметь решения при  $1 \leq y \leq 5$ .

Для построения разрешимого в целых числах уравнения (8) выберем значения для переменных  $x, y$ , например,  $y = 4, x = 5$ . Подставляем эти

числа в уравнение (8), получим линейное уравнение с двумя переменными  $a, b$ :

$$24a + b = 125.$$

Переходя к сравнению по модулю 24, получим  $b \equiv 5 \pmod{24} \Leftrightarrow b = 5 + 24t, t \in \mathbb{Z}$  и множество решений линейного уравнения имеет вид:

$$\begin{cases} a = 5 - t, \\ b = 5 + 24t, \quad t \in \mathbb{Z}. \end{cases} \quad (9)$$

Например, при  $t = -3$ :  $a = 8, b = -67$ , получаем уравнение

$$x^3 = 8y! - 67,$$

которое имеет решение:  $y = 4, x = 5$ .

Проверив еще значения  $y = 1, 2, 3, 5$ , убедимся в том, что других решений полученное уравнение не имеет.

Выбирая в формуле (9) другое значение для переменной  $t$ , получим уравнение вида (8), решением которого будут те же числа  $y = 4, x = 5$ . При выборе другого значения параметра  $t$  надо учесть то обстоятельство, что свободный член уравнения (8) – число  $b$  не должно давать остатков 0, 1, 8 при делении на 9.

Заметим также, что при построении разрешимого уравнения (8) значения переменных  $y, x$  может быть выбрано иначе, например,  $y = 5, x = 7$ . В этом случае числа  $a$  и  $b$  удовлетворяют равенству  $343 = 120a + b$ , решения которого находятся по формулам

$$\begin{cases} a = 2 + t, \\ b = 103 + 120t, \quad t \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

Например, при  $t = 0$  получим  $a = 2, b = 103$  и уравнение имеет вид

$$x^3 = 2y! + 103.$$

Проверив возможные значения для переменной  $y = 1, 2, 3, 4, 5$  убеждаемся в том, что полученное уравнение имеет одно решение:  $y = 5, x = 7$ .

Опишем процесс составления и решения уравнений вида

$$x^3 = by! + 9(mt + nz) + r \quad (10)$$

$x, t, z$  – целочисленные переменные,  $y$  – натуральное,  $m, n, r$  – целые числа,  $m = kn + 1, k$  – целое число; свободный член уравнения число  $r$  выбирается так, чтобы остаток от деления его на число 9 не был равен 0, 1, 8.

Так как при  $y \geq 6$  число  $y!$  делится на 9, то уравнение (10) может иметь решения при  $y \leq 5$ , так как куб целого числа  $x^3$  при делении на 9 может давать остатки 0, 1, 8. Выберем для числа  $x^3$  остаток 8, а для переменной  $y$ , например,  $y = 5$ . Тогда из уравнения (10) получим сравнение

$$120b + r \equiv 8 \pmod{9} \Leftrightarrow 3b + r \equiv 8 \pmod{9},$$

один из вариантов выбора:  $b = 2, r = 2$ .

Выбор чисел  $m$  и  $n$ :  $m = 5, n = 2, k = 2$ .

Получаем уравнение

$$x^3 = 2y! + 9(5t + 2z) + 2. \quad (11)$$

Выбираем для уравнения (11)  $y = 5$ , получим уравнение

$$x^3 = 9(5t + 2z) + 242 \quad (12)$$

Переходим к сравнению по модулю 9:

$$x^3 \equiv 8 \pmod{9} \Leftrightarrow \begin{cases} x \equiv 2 \pmod{9} \\ x \equiv 5 \pmod{9} \\ x \equiv 8 \pmod{9} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x = 9s + 2, \\ x = 9s + 5, \\ x = 9s + 8, \quad s \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

Подставляем найденные значения для переменной  $x$  в уравнение (12) и находим формулы для переменных  $t, z$ .

При  $x = 9s + 2$  получаем уравнение

$$5t + 2z = f(s), \quad f(s) = 81s^3 + 54s^2 + 12s - 26.$$

Решая полученное линейное уравнение, находим формулы для переменных  $t, z$ :

$$t = f(s) + 2u, \quad z = -2f(s) - 5u, \quad u \in \mathbb{Z}.$$

Получаем первый вариант формул, дающих решения уравнения (11)

$$\begin{cases} x = 9s + 2, \\ y = 5, \\ t = f(s) + 2u, \\ z = -2f(s) - 5u, \\ f(s) = 81s^3 + 54s^2 + 12s - 26, \\ s, u \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

Например, при  $s = 2, u = 1$ :  $x = 20, y = 5,$

$$t = 864, z = -1729, x^3 = 8000,$$

$$2y! + 9(5t + 2z) + 2 = 8000.$$

Аналогично находим формулы для решений уравнения (11) при  $x = 9s + 5$  и  $x = 9s + 8, y = 5$ .

$$\begin{cases} x = 9s + 5, \quad y = 5, \\ t = f(s) + 2u, \quad z = -2f(s) - 5u, \\ f(s) = 81s^3 + 135s^2 + 75s - 13, \\ s, u \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 9s + 8, \quad y = 5, \\ t = f(s) + 2u, \quad z = -2f(s) - 5u, \\ f(s) = 81s^3 + 216s^2 + 192s + 30, \\ s, u \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

При других возможных значениях переменной  $y$  ( $y = 1, 2, 3, 4$ ) уравнение (11) целых решений не имеет.

### Заключение.

В процессе построения методики был проведен анализ публикаций по проблеме разработки средств вовлечения студентов в самостоятельную исследовательскую деятельность, а также учтен опыт авторов в преподавании математических дисциплин. Результаты показывают, что при организации такого рода деятельности и преподаватели и студенты сталкиваются с проблемами, в частности, связанными с отбором содержания и учетом временных затрат. Представленный теоретико-числовой материал дает направление по дальнейшему поиску вариантов исследовательских заданий, направленных на стимулирование познавательной активности и самостоятельности обучаемых.

Освоение студентами методов составления задач ставит их учебную деятельность на новый творческий уровень [Менькова, 2023]. А самостоятельная работа такого плана при изучении дисциплины помогает учиться замечать значимые связи, строить рассуждения, вырабатывать свой подход к решению проблемы. Это дает новый качественный уровень приобретения знаний на уровне их применения.

Полезным является включение такого вида задач в содержание курсовых и дипломных работ, что способствует также повышению уровня новизны их содержания.

### Библиографический список

1. Вайндорф-Сысоева М. Е. Цифровая дидактика: особенности организации обучения в образовательной организации / М. Е. Вайндорф-Сысоева, М. Л. Субочева // Человеческий капитал. 2021. № 12. Т. 2. С. 15–19.
2. Волкова О. А. Самостоятельная работа студентов Москва : Издательство «Русайнс», 2016. 168 с.
3. Гец М. Г. Становление и развитие исследовательской культуры студентов в самостоятельной учебно-познавательной деятельности // Вестник Минского

государственного лингвистического университета. Серия 2: Педагогика, психология, методика преподавания иностранных языков. 2020. № 1(37). С. 57–64.

4. Гусев В. А. Психолого-педагогические основы обучения математике. Москва : Вербум-М, 2003. 428 с.

5. Далингер В. А. Методика обучения математике. Поисково-исследовательская деятельность учащихся : учебник и практикум. Москва : Издательство Юрайт, 2020. 460 с.

6. Дербуш М. В. Организация исследовательской деятельности учащихся в условиях смешанного обучения математике / М. В. Дербуш, С. Н. Скарбич // Непрерывное образование: XXI век. 2021. № 3(35). С. 39–57.

7. Егупова М. В. Об актуальных направлениях исследований по научной специальности «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» / М. В. Егупова, Е. И. Деза // Преподаватель XXI век. 2022. № 2–1. С. 23–33.

8. Зикирова Г. А. Средства исследовательской деятельности при формировании исследовательской компетентности бакалавра // Бюллетень науки и практики. 2020. Т. 6, № 8. С. 272–276.

9. Кравцова Н. А. Научно-исследовательская деятельность как форма организации самостоятельной работы студентов / Н. А. Кравцова, О. Н. Ерофеева // Актуальные научные исследования в современном мире. 2021. № 5–7(73). С. 87–91.

10. Леонтьева Д. В. Активизация познавательной самостоятельной деятельности студентов на занятиях по высшей математике // Теория, методика обучения и воспитания в современном образовательном пространстве : материалы международной научно-практической конференции, Волгоград, 31 января 2018 года / под общей редакцией А.Н. Бурова. Волгоград : Общество с ограниченной ответственностью «Сфера», 2018. С. 87–91.

11. Лозовая Н. А. Особенности организации самостоятельной работы студентов технических направлений подготовки в условиях электронного обучения математике // Вестник Красноярского государственного педагогического университета им. В.П. Астафьева. 2022. № 2(60). С. 50–58.

12. Менькова С. В. Формирование у будущих учителей математики умений применять открытые задачи при обучении школьников / С. В. Менькова, Е. В. Баранова // Современные проблемы науки и образования. 2023. № 3. С. 6.

13. Одинцова Л. А. Формирование исследовательски-ориентированной познавательной деятельности студентов педвуза в процессе организации самостоятельной работы по математике / Л. А. Одинцова, Л. М. Бронникова // Дидактика математики: проблемы и исследования. 2019. № 50. С. 78–82.

14. Пшидаток М. А. Организация самостоятельной работы студентов и творческое развитие личности в научно-исследовательской деятельности / М. А. Пшидаток, Л. И. Краснопахтова // Институциональные тренды трансформации социально-экономической системы в

условиях глобальной нестабильности : материалы V международной научно-практической конференции. Краснодар, 2021. С. 390–393.

15. Рахманкулова Г. А. Организация самостоятельной работы студентов в техническом вузе / Г. А. Рахманкулова, Т. А. Матвеева, Д. А. Мустафина [и др.] // Педагогическое образование. 2023. Т. 4, № 7. С. 41–50.

16. Саакова К. Р. Учебно-исследовательская деятельность как средство активизации самостоятельной работы студентов / К. Р. Саакова, М. А. Гладкова // Материалы научной и научно-методической конференции профессорско-преподавательского состава Кубанского государственного университета физической культуры, спорта и туризма. 2022. № 1. С. 228–229.

17. Садиева М. Э. Математикалык ой жугуртууну калыптандырууга карата тапшырмаларды ТҮЗҮҮНҮН булактары / М. Э. Садиева, Ж. М. Койчуманова, С. К. Калдыбаев // Известия Кыргызского государственного технического университета им. И. Раззакова. 2022. № 3(63). Р. 284–289.

18. Сергеева О. Н. Педагогические основы организации научно-исследовательской деятельности как формы самостоятельной работы студентов // Russian Journal of Education and Psychology. 2022. Т. 13, № 1. С. 32–47.

19. Смирнов Е. И. Модель формирования самостоятельной деятельности школьников при углубленном обучении математике в цифровой образовательной среде / Е. И. Смирнов, Т.С. Попова // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2022. № 2(26). С. 57–68.

20. Смирнова А. А. Конструирование исследовательских задач по математике // Начальная школа. 2010. № 10. С. 33–38.

21. Смыковская Т. К. Использование учебно-познавательных задач при формировании исследовательских умений на уроках алгебры в средней школе / Т. К. Смыковская, В.О. Жидков // Современный ученый. 2021. № 3. С. 103–106.

22. Турахонов С. Ф. Использование цифровой образовательной среды для организации самостоятельной учебной деятельности по математике в старших классах // Молодой исследователь: от идеи к проекту : материалы V студенческой научно-практической конференции. Йошкар-Ола : Марийский государственный университет, 2021. С. 328–330.

23. Хамов Г. Г. Исследовательские задачи в обучении математике студентов педвузов // Г.Г. Хамов, Л.Н. Тимофеева // Ярославский педагогический вестник. 2021а. № 6 (123). С. 38–45.

24. Хамов Г. Г. О составлении задач с использованием теоретико-числового материала / Г.Г. Хамов, Л. Н. Тимофеева // Современное образование: научные подходы, опыт, проблемы, перспективы : материалы XVII Всероссийской с международным участием научно-практической конференции. Пенза : Пензенский государственный университет, 2021б. С. 91–94.

## Reference list

1. Vajndorf-Sysoeva M. E. Cifrovaja didaktika: osobnosti organizacii obuchenija v obrazovatel'noj organizacii = Digital didactics: features of the organization of training in an educational organization / M. E. Vajndorf-Sysoeva, M. L. Subocheva // Chelovecheskij kapital. 2021. № 12. T. 2. S. 15–19.
2. Volkova O. A. Samostojatel'naja rabota studentov = Independent work of students Moskva : Izdatel'stvo «Rusajns», 2016. 168 s.
3. Gec M. G. Stanovlenie i razvitie issledovatel'skoj kul'tury studentov v samostojatel'noj uchebno-poznavatel'noj dejatel'nosti = The formation and development of the research culture of students in independent educational activity // Vestnik Minskogo gosudarstvennogo lingvisticheskogo universiteta. Serija 2: Pedagogika, psihologija, metodika prepodavaniya inostrannyh jazykov. 2020. № 1(37). S. 57–64.
4. Gusev V. A. Psihologo-pedagogicheskie osnovy obuchenija matematike = Psychological and pedagogical foundations of mathematics training Moskva : Verbum-M, 2003. 428 s.
5. Dalinger V. A. Metodika obuchenija matematike. Poiskovo-issledovatel'skaja dejatel'nost' uchashhihsja = Methodology for teaching mathematics. Student Search and Research Activities: uchebnik i praktikum. Moskva : Izdatel'stvo Jurajt, 2020. 460 s.
6. Derbush M. V. Organizacija issledovatel'skoj dejatel'nosti uchashhihsja v uslovijah smeshannogo obuchenija matematike = Organization of student research activities in mixed Math learning / M. V. Derbush, S. N. Skarbich // Nepreryvnoe obrazovanie: XXI vek. 2021. № 3(35). S. 39–57.
7. Egupova M. V. Ob aktual'nyh napravlenijah issledovaniy po nauchnoj special'nosti «Teorija i metodika obuchenija i vospitanija (matematika)» = On current areas of research in the scientific specialty «Theory and methodology of training and education (mathematics)» / M. V. Egupova, E. I. Deza // Prepodavatel' XXI vek. 2022. № 2–1. S. 23–33.
8. Zikirova G. A. Sredstva issledovatel'skoj dejatel'nosti pri formirovanii issledovatel'skoj kompetentnosti bakalavra = Means of research activities in the formation of research competence of the bachelor // Bjulleten' nauki i praktiki. 2020. T. 6, № 8. S. 272–276.
9. Kravcova N. A. Nauchno-issledovatel'skaja dejatel'nost' kak forma organizacii samostojatel'noj raboty studentov = Research activities as a form of organization of students' independent work / N. A. Kravcova, O. N. Erofeeva // Aktual'nye nauchnye issledovanija v sovremennom mire. 2021. № 5–7(73). S. 87–91.
10. Leont'eva D. V. Aktivizacija poznavatel'noj samostojatel'noj dejatel'nosti studentov na zanjatijah po vysshej matematike = Activating the cognitive self-activity of students in higher mathematics classes // Teorija, metodika obuchenija i vospitanija v sovremennom obrazovatel'nom prostranstve : materialy mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoi konferencii, Volgograd, 31 janvarja 2018 goda / pod obshej redakciej A.N. Burova. Volgograd : Obshhestvo s ogranichennoj otvetstvennost'ju «Sfera», 2018. S. 87–91.
11. Lozovaja N. A. Osobnosti organizacii samostojatel'noj raboty studentov tehniceskikh napravlenij podgotovki v uslovijah jelektronnogo obuchenija matematike = Features of the organization of independent work of students of technical areas training in conditions of e-learning mathematics // Vestnik Krasnojarskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta im. V.P. Astaf'eva. 2022. № 2(60). S. 50–58.
12. Men'kova S. V. Formirovanie u budushhih uchitelej matematiki umenij primenjat' otkrytye zadachi pri obuchenii shkol'nikov = The formation of ability of Mathematics future teachers to use open problems in teaching schoolchildren / S. V. Men'kova, E. V. Baranova // Sovremennye problemy nauki i obrazovanija. 2023. № 3. S. 6.
13. Odincova L. A. Formirovanie issledovatel'ski-orientirovannoj poznavatel'noj dejatel'nosti studentov pedvuza v processe organizacii samostojatel'noj raboty po matematike = Formation of research-oriented cognitive activity of students in the process of organizing independent work in mathematics / L. A. Odincova, L. M. Bronnikova // Didaktika matematiki: problemy i issledovanija. 2019. № 50. S. 78–82.
14. Pshidatok M. A. Organizacija samostojatel'noj raboty studentov i tvorcheskoe razvitie lichnosti v nauchno-issledovatel'skoj dejatel'nosti = Organization of students' independent work and creative development of personality in research activities / M. A. Pshidatok, L. I. Krasnoplavtova // Institucional'nye trendy transformacii social'no-jekonomicheskoi sistemy v uslovijah global'noj nestabil'nosti: materialy V mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoi konferencii. Krasnodar, 2021. S. 390–393.
15. Rahmankulova G. A. Organizacija samostojatel'noj raboty studentov v tehniceskoi vuze = Organization of independent work of students in a technical university / G. A. Rahmankulova, T. A. Matveeva, D. A. Mustafina // Pedagogicheskoe obrazovanie. 2023. T. 4, № 7. S. 41–50.
16. Saakova K. R. Uchebno-issledovatel'skaja dejatel'nost' kak sredstvo aktivizacii samostojatel'noj raboty studentov = Educational and research activities as a means of intensifying the independent work of students / K. R. Saakova, M. A. Gladkova // Materialy nauchnoj i nauchno-metodicheskoi konferencii professorsko-prepodavatel'skogo sostava Kubanskogo gosudarstvennogo universiteta fizicheskoi kul'tury, sporta i turizma. 2022. № 1. S. 228–229.
17. Sadieva M. Je. Matematikalyk oj zhygyrtynny kalypandyruuga karata tapshymalardy TY3YYHYH bulakary / M. Je. Sadieva, Zh. M. Kojchumanova, S. K. Kaldybaev // Izvestija Kirgizskogo gosudarstvennogo tehniceskogo universiteta im. I. Razzakova. 2022. No. 3(63). P. 284–289.
18. Sergeeva O. N. Pedagogicheskie osnovy organizacii nauchno-issledovatel'skoj dejatel'nosti kak formy



samostojatel'noj raboty studentov = Pedagogical foundations of the organization of research activities as a form of students' independent work // Russian Journal of Education and Psychology. 2022. T. 13, № 1. S. 32–47.

19. Smirnov E. I. Model' formirovanija samostojatel'noj dejatel'nosti shkol'nikov pri uglublennom obuchenii matematike v cifrovoj obrazovatel'noj srede = Model for the formation of schoolchildren's independent activities in in-depth teaching of mathematics in the digital educational environment / E. I. Smirnov, T.S. Popova // Continuum. Matematika. Informatika. Obrazovanie. 2022. № 2(26). S. 57–68.

20. Smirnova A. A. Konstruirovanie issledovatel'skih zadach po matematike = Designing research problems in Mathematics // Nachal'naja shkola. 2010. № 10. S. 33–38.

21. Smykovskaja T. K. Ispol'zovanie uchebno-poznavatel'nyh zadach pri formirovanii issledovatel'skih umenij na urokah algebry v srednej shkole = The use of educational and cognitive problems in the formation of research skills in algebra lessons in high school / T. K. Smykovskaja, V. O. Zhidkov // Sovremennyy uchenyj. 2021. № 3. S. 103–106.

22. Turahonov S. F. Ispol'zovanie cifrovoj obrazovatel'noj sredey dlja organizacii samostojatel'noj uchebnoj dejatel'nosti po matematike v starshih klassah = Using digital education environment to organize self-taught Math activities in high school // Molodoj issledovatel': ot idei k projektu : materialy V studencheskoj nauchno-prakticheskoy konferencii. Joshkar-Ola : Marijskij gosudarstvennyj universitet, 2021. S. 328–330.

23. Hamov G. G. Issledovatel'skie zadachi v obuchenii matematike studentov pedvuzov = Research problems in teaching mathematics to students in pedagogical universities // G.G. Hamov, L.N. Timofeeva // Jaroslavskij pedagogicheskij vestnik. 2021a. № 6 (123). S. 38–45.

24. Hamov G. G. O sostavlenii zadach s ispol'zovaniem teoretiko-chislovogo materiala = On compiling problems using numeric material / G.G. Hamov, L. N. Timofeeva // Sovremennoe obrazovanie: nauchnye podhody, opyt, problemy, perspektivy : materialy XVII Vserossijskoj s mezhdunarodnym uchastiem nauchno-prakticheskoy konferencii. Penza : Penzenskij gosudarstvennyj universitet, 2021b. S. 91–94.

Статья поступила в редакцию 18.08.2023; одобрена после рецензирования 25.09.2023; принята к публикации 31.10.2023.

The article was submitted 18.08.2023; approved after reviewing 25.09.2023; accepted for publication 31.10.2023.