Неблагоприятные эмоциональные состояния	⇄	Благоприятные эмоциональные состояния

Однако умение управлять эмоциями заключается не только в том, чтобы подавить определенные (внешние) компоненты эмоций или разрядить уже возникшие эмоции (в частности, физической нагрузкой). Умение управлять эмоциями заключается в том, чтобы эта эмоция в определенной обстановке не возникла вообще. В таком случае одной из характеристик эмоциональной среды становится положительная психологическая атмосфера.

Социально-педагогическое сопровождение, включающее в себя помощь и поддержку, предполагает не решение проблемы за детей, а стимулирование их самостоятельности в решении возникающих проблем. Процесс совместного определения с учащимся его «эмоциональных черт», под которыми понимается склонность индивида к переживанию того или иного эмоционального состояния, помощь в выборе адекватного вида эмоционального реагирования предполагает реализацию определенных условий, одним из которых является создание эмоциональной среды.

Библиографический список

1. Байбородова, Л.В. Взаимодействие педагогов и учащихся в школьном коллективе [Текст]: учебное пособие. – Ярославль: ЯГПИ им. К.Д.Ушинского, 1991.
2. Белухин, Д.А. Личностно ориентированная педагогика [Текст]. – М.: Московский психолого-социальный институт, 2005. – 448 с.
3. Ермакова, И.В., Поливанова, Н.И., Ривина, И.В. Учебное взаимодействие педагога с учащимися как фактор их эмоциональной комфортности на уроке [Текст] // Психологическая наука и образование. – 2004. – № 1. – С. 63-73.
4. Изард, К.Э. Психология эмоций [Текст]: перев. с англ. – СПб.: Изд-во «Питер», 1999.
5. Рожков, М.И. Социально-педагогическое сопровождение детских объединений и организаций [Текст] // Ярославский педагогический вестник. – 2007. – № 1 (50). – С. 40-43.

И.Н. ЛАПОТНИКОВА

Методы математической статистики для оценки результатов ЕГЭ

При проведении экзаменов в форме ЕГЭ возникает необходимость не просто в обобщении результатов, но и в их анализе. В статье рассмотрены несколько примеров на установление взаимосвязи между различными результатами экзаменов. Применены коэффициенты линейной корреляции Пирсона, ранговой корреляции, корреляционные матрицы, коэффициент конкордации. Материал может быть использован на практических занятиях по математической статистике.

At carrying out examinations in the form of the Single State Exam there is a necessity not only in generalization of results, but also in their analysis. In the article some examples on an establishment of interrelation between various results of examinations are considered. Factors of Pierson linear correlation, rank correlations, correlation matrixes, factor concordance are applied. The material can be used at practical lessons on Mathematical Statistics.

В 2007 в пятый раз выпускники школ Ярославской области сдавали выпускные экзамены в форме ЕГЭ. В 2007 году они проводились по пяти дисциплинам: математика, русский язык, физика, история, биология. Рассмотрим некоторые результаты экзаменов, применяя методы математической статистики.

При первичной обработке результатов экзаменов были получены сводные данные о средних баллах по районам города и области, данные о распределении баллов (в %), а также уровень справляемости (% выпускников, получивших на экзамене оценки «3», «4» и «5») и успешности (% выпускников, получивших на экзамене оценки «4» и «5»). На основе этих данных можно провести некоторые вычисления для получения объективных выводов.

Рассмотрим распределение основных результатов экзаменов (среднего балла, процента справляемости и успешности) по муниципальным районам области. Для проверки наличия корреляционной связи между этими величинами воспользуемся коэффициентом ранговой корреляции Спирмена [1]. Коэффициент показывает парные корреляционные связи и обозначается r_s. Он вычисляется по формуле

$$r_s = 1 - \frac{6 \cdot \Sigma d_i^{\,2}}{(n-1) \cdot n \cdot (n+1)} ,$$

где $d_i = x_i - y_i$ (разность соответствующих рангов), а $n = 20$ – количество МР.

Рассмотрим три пары признаков, полученные коэффициенты запишем в корреляционную матрицу. Она является треугольной, т.е. $r_{ij} = r_{ji}$ (матрица заполняется справа от диагонали).

Проранжируем величины в порядке «ухудшения» признака, в данном случае – в порядке уменьшения балла и в порядке уменьшения количества справившихся с экзаменом. Ранги запишем в таблицу рядом с существующими данными (табл. 1).

Таблица 1

Основные результаты по русскому языку

№ п/п	Муниципальный район	Средний балл (X)	Ранг	Справляемость (Y)	Ранг	Успешность (Z)	Ранг	d^2_{XY}	d^2_{XZ}	d^2_{YZ}
1.	г. Ярославль	55,30	1	97,35	7	70,61	1	36	0	36
2.	Большесельский МР	51,17	13	96,30	13	62,96	9	0	16	16
3.	Борисоглебский МР	49,40	17	98,51	4	50,75	17	169	0	169
4.	Брейтовский МР	49,83	15	97,62	5	59,52	14	100	1	81
5.	Гаврилов-Ямский МР	52,99	6	95,81	14	63,47	7	64	1	49
6.	Даниловский МР	53,18	5	97,30	8	61,49	11	9	36	9
7.	Любимский МР	49,44	16	93,75	18	62,50	10	4	36	64
8.	Мышкинский МР	51,46	11	95,08	15	60,66	12	16	1	9
9.	Некоузский МР	51,31	12	96,55	11	57,47	15	1	9	16
10.	Некрасовский МР	46,02	20	85,62	20	43,84	19	0	1	1
11.	Первомайский МР	52,64	8	98,72	2	60,26	13	36	25	121
12.	г.Переславль-Залесский	53,68	3	96,42	12	64,52	5	81	4	49
13.	Переславский МР	53,27	4	100,00	1	67,80	3	9	1	4
14.	Пошехонский МР	46,15	19	93,64	19	40,91	20	0	1	1
15.	Ростовский МР	52,45	10	97,44	6	64,10	6	16	16	0
16.	г. Рыбинск	54,60	2	98,74	2	69,66	2	0	0	0
17.	Рыбинский МР	52,72	7	97,22	9	66,67	4	4	9	25
18.	Тутаевский МР	50,25	14	94,86	16	55,48	16	4	4	0
19.	Угличский МР	52,52	9	97,03	10	63,37	8	1	1	4
20.	Ярославский МР	47,61	18	93,82	17	49,44	18	1	0	1
							$\sum d_i =$	551	162	655

Связь между средним баллом и справляемостью выражается коэффициентом

$$r_{12} = 1 - \frac{6 \cdot 551}{19 \cdot 20 \cdot 21} \approx 0{,}59,$$

который показывает, что связь прямая средней тесноты.

Теперь определим связь между средним баллом и успешностью:

$$r_{13} = 1 - \frac{6 \cdot 162}{19 \cdot 20 \cdot 21} \approx 0{,}88$$

– связь прямая сильной тесноты.

Справляемость и успешность имеют средней силы корреляционную связь:

$$r_{23} = 1 - \frac{6 \cdot 655}{19 \cdot 20 \cdot 21} \approx 0{,}51.$$

Проверим значимость коэффициента корреляции Спирмена при уровне значимости 0,05. Для проверки возьмем меньший коэффициент из полученных – r_{23}. Вычислим критическое значение критерия $T_{кр}$:

$$T_{кр} = t_{кр}(\alpha; n-2) \cdot \sqrt{\frac{1-r_{23}^2}{n-2}},$$

где $t_{кр}(\alpha; n-2) = 2{,}10$ – критическая точка распределения Стьюдента.

Итак, $r_{23} = 0{,}51$, $T_{кр} = 0{,}43$. Так как $r_{23} > T_{кр}$, нулевую гипотезу о равенстве нулю генерального коэффициента корреляции отвергаем, корреляционную связь считаем значимой при уровне значимости 0,05.

Запишем результаты в корреляционную матрицу (r):

$$(r) = \begin{pmatrix} 1 & 0{,}59 & 0{,}88 \\ & 1 & 0{,}51 \\ & & 1 \end{pmatrix}$$

Очевидно, что самая тесная связь оказалась между средним баллом и успешностью. Для сравнения приведем корреляционную матрицу, характеризующую связь между рассматриваемыми признаками в 2006 году [2]:

$$(r) = \begin{pmatrix} 1 & 0{,}427 & 0{,}836 \\ & 1 & 0{,}570 \\ & & 1 \end{pmatrix}$$

Аналогичные корреляционные матрицы построим и по показателям экзаменов по другим дисциплинам.

Математика	Физика	История	Биология
$(r) = \begin{pmatrix} 1 & 0{,}84 & 0{,}97 \\ & 1 & 0{,}88 \\ & & 1 \end{pmatrix}$	$(r) = \begin{pmatrix} 1 & 0{,}19 & 0{,}76 \\ & 1 & -0{,}21 \\ & & 1 \end{pmatrix}$	$(r) = \begin{pmatrix} 1 & 0{,}11 & 0{,}88 \\ & 1 & 0{,}07 \\ & & 1 \end{pmatrix}$	$(r) = \begin{pmatrix} 1 & 0{,}58 & 0{,}86 \\ & 1 & 0{,}56 \\ & & 1 \end{pmatrix}$

При расчете коэффициентов корреляции с одинаковыми рангами учитываются поправки T_i, которые более подробно описаны в [1].

Самая тесная связь оказалась между показателями по математике; средней тесноты связь между показателями по биологии. Однако связи между справляемостью и средним баллом по физике и истории, а также между справляемостью и успешностью по истории очень слабые. Коэффициент корреляции между справляемостью и успешностью по физике оказался отрицательным $r_{23} = -0{,}21$, что указывает на слабую обратную связь. Проверим его значимость на уровне 0,05:

$$0{,}21 = |r_{23}| < T_{кр} = 0{,}49,$$

нет оснований отвергнуть нулевую гипотезу о равенстве нулю генерального коэффициента корреляции, следовательно, коэффициент корреляции не значим на уровне значимости 0,05.

Для оценки тесноты связи нескольких признаков используют коэффициент конкордации

$$W = \frac{12S}{m^2 \cdot (n-1) \cdot n \cdot (n+1)},$$

где S – сумма квадратов отклонений суммы m рангов от их средней величины,

$$S=\sum_{1}^{n}\left(\sum_{1}^{m}R_{ij}\right)^{2}-\frac{\left(\sum_{1}^{n}\sum_{1}^{m}R_{ij}\right)^{2}}{n},$$

m – число ранжируемых признаков,
n – число наблюдений [3].

Рассмотрим средние баллы по каждому из экзаменов ЕГЭ по муниципальным районам области. Вычислим коэффициент конкордации, показывающий степень связи между средними баллами, набранными по каждой дисциплине.

Таблица 2

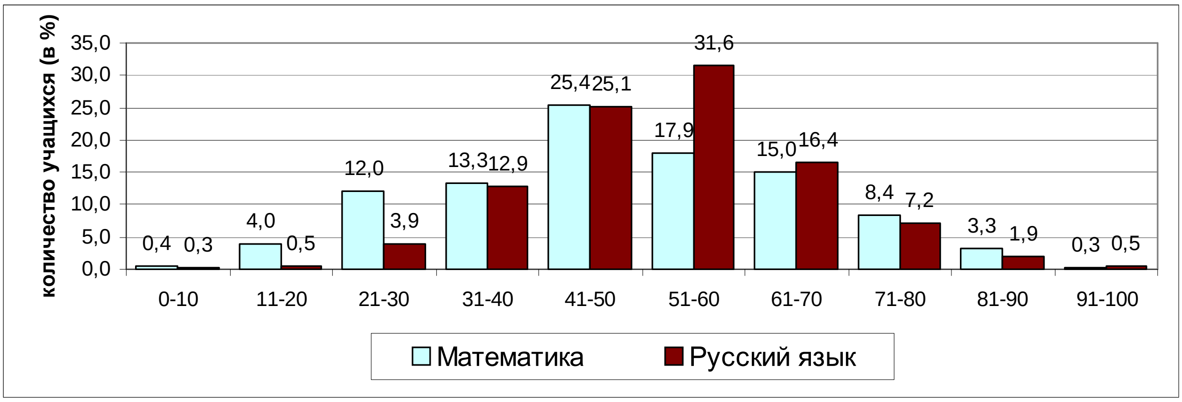
Распределение средних баллов по муниципальным районам*

№ п/п	Р.Я.	Ранг	Мат.	Ранг	Физ.	Ранг	Ист.	Ранг	Биол.	Ранг	$\sum_{1}^{m}R_{ij}$	$\left(\sum_{1}^{m}R_{ij}\right)^{2}$
1.	55,30	1	51,69	2	54,54	3	55,94	12	50,66	8	26	676
2.	51,17	13	44,68	14	0	20	54,13	13	37,2	20	80	6400
3.	49,40	17	47,89	4	49,5	10	58,75	7	50,55	9	47	2209
4.	49,83	15	39,59	20	39,33	19	47,71	18	45,29	14	86	7396
5.	52,99	6	44,48	15	42,26	17	68,7	1	48,18	10	49	2401
6.	53,18	5	46,84	11	56,45	2	56,17	10	51,71	4	32	1024
7.	49,44	16	45,74	13	52,33	6	64,67	3	58,5	1	39	1521
8.	51,46	11	44,13	16	52,64	5	60,6	5	47	13	50	2500
9.	51,31	12	40,46	19	47,77	15	58,79	6	45,1	15	67	4489
10.	46,02	20	43,87	17	41,14	18	42,23	20	44,27	16	91	8281
11.	52,64	8	47,7	5	57,67	1	61,2	4	50,95	6	24	576
12.	53,68	3	47,16	9	45,91	16	52,34	17	50,79	7	52	2704
13.	53,27	4	47,57	6	50	9	52,5	16	43,92	17	52	2704
14.	46,15	19	42,36	18	48,45	14	47,7	19	41,76	18	88	7744
15.	52,45	10	50,15	3	50,85	7	56,14	11	47,83	11	42	1764
16.	54,60	2	52,08	1	49,24	12	53,64	14	51,57	5	34	1156
17.	52,72	7	47,2	8	48,86	13	53,33	15	54,94	3	46	2116
18.	50,25	14	45,81	12	49,46	11	58,5	8	55,34	2	47	2209
19.	52,52	9	46,88	10	50,79	8	65,63	2	41,33	19	48	2304
20.	47,61	18	47,41	7	53,63	4	56,7	9	47,5	12	50	2500
										$\sum=$	1050	62674

* Муниципальные районы расположены в том же порядке, что и в таблице 1.

Соответственно $S=7549$, тогда $W=0{,}454$, что говорит о средней тесноте связи между баллами, показанными по каждому муниципальному району.

По данным ЦОККО [4], распределение тестовых баллов по математике и русскому языку было следующим:



По внешнему виду можно судить о том, что большинство экзаменующихся получили количество баллов, близкое к среднему, и малая часть выпускников не выполнила задания или выполнила с большим количеством баллов. Такое распределение называется нормальным. Проверим, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности с данными эмпирическими распределениями (при уровне значимости 0,05).

Сначала рассмотрим распределение баллов по математике. Найдем выборочную среднюю и среднее квадратическое отклонение: $x_в^* = 49{,}19$ и $\sigma_в = 17{,}44$ (при работе с интервалами значений в качестве вариант принимают среднее арифметическое концов интервала). Составим расчетную таблицу, вычислим теоретические частоты (табл. 3).

Таблица 3

Расчетная таблица для нахождения теоретических частот нормального распределения*

Интервал $x_i - x_{i+1}$	n_i	$z_i = (x_i - x^*)/\sigma^*$	$\Phi(z_i)$ **	$\Phi(z_{i+1}) - \Phi(z_i)$	n_i'	$(n_i - n_i')^2$	$(n_i - n_i')^2 / n_i'$
0-10	0,4	-2,82	-0,5	0,012	1,2	0,64	0,5333
10-20	4,0	-2,25	-0,488	0,0355	3,55	0,2025	0,0570
20-30	12,0	-1,67	-0,4525	0,0882	8,82	10,1124	1,1465
30-40	13,3	-1,10	-0,3643	0,1624	16,24	8,6436	0,5322
40-50	25,4	-0,53	-0,2019	0,2218	22,18	10,3684	0,4675
50-60	17,9	0,05	0,0199	0,2125	21,25	11,2225	0,5281
60-70	15,0	0,62	0,2324	0,1506	15,06	0,0036	0,0002
70-80	8,4	1,19	0,383	0,0786	7,86	0,2916	0,0371
80-90	3,3	1,77	0,4616	0,0288	2,88	0,1764	0,0613
90-100	0,3	2,34	0,4904	0,0096	0,96	0,4356	0,4538
		2,91	0,5				$\chi^2_{эмп}$ = **3,817**

*Для того, чтобы интервалы были одинаковой ширины, считаем конец предыдущего интервала началом следующего.

**Ф(z) – функция Лапласа.

Найдем критическую точку правосторонней области $\chi^2_{кр}(0{,}05;10-3) = 14{,}1$. Так как $\chi^2_{эмп} < \chi^2_{кр}$, нет оснований отвергнуть гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности.

Для нормального распределения находим такие характеристики, как асимметрию и эксцесс:

$$As = 0{,}05,\ Ek = -0{,}49$$

Эти характеристики указывают на незначительную правую асимметрию и плосковершинный (по сравнению с нормальным) график распределения.

Проведем аналогичные вычисления для проверки гипотезы о нормальном распределении баллов по русскому языку.

Найдем выборочную среднюю и среднее квадратическое отклонение: $x_в^* = 52{,}75$ и $\sigma_в = 13{,}77$. Эмпирическое значение критерия Пирсона равно $\chi^2_{эмп} = 1{,}573$, которое сравним с критическим:

$$\chi^2_{эмп} < \chi^2_{кр}(0{,}05;7) = 14{,}1,$$

значит, нет оснований отвергнуть гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности. Для этого ряда данных асимметрия равна 0,05, и эксцесс равен 0,36.

На основании проведенных вычислений можно судить о том, что данные эмпирические распределения близки к теоретическому нормальному распределению. Из этого можно сделать вывод об объективности контроля знаний выпускников средних общеобразовательных учреждений в виде ЕГЭ.

Результаты единого государственного экзамена рассматриваются как вступительные баллы в вузы. В Ярославском педагогическом университете при поступлении на специальность «Математика» абитуриенты сдавали экзамен в форме ЕГЭ (при выпускных экзаменах в школе или «во вторую волну» в июле). Рассмотрим взаимосвязь вступительных баллов по математике в 2006 году и суммарные баллы студентов за первую сессию в университете 2006-2007 уч. года по трем дисциплинам: «Математический анализ», «Алгебра» и «Аналитическая геометрия» (табл. 4).

Для оценки силы связи служит коэффициент корреляции Пирсона

$$r = \frac{\sum x_i y_i - n x^* y^*}{n \sigma_x \sigma_y},$$

где x_i, y_i – варианты, n – объем выборки, x^*, y^* – выборочные средние, σ_x, σ_y – выборочные средние квадратические отклонения.

Таблица 4

Распределение баллов на вступительных экзаменах и суммарных результатов первой сессии

№ п/п	балл ЕГЭ (X)	сумма баллов за I семестр (Y)	№ п/п	балл ЕГЭ (X)	сумма баллов за I семестр (Y)
1	66	10	20	81	10
2	64	12	21	60	11
3	52	9	22	58	9
4	70	12	23	52	9
5	60	9	24	72	9
6	70	11	25	76	9
7	68	9	26	64	9
8	76	12	27	58	10
9	68	13	28	60	9
10	60	9	29	70	9
11	64	10	30	66	9
12	64	10	31	74	9
13	66	10	32	68	9
14	68	11	33	74	14
15	58	11	34	72	9
16	81	12	35	70	11
17	80	14	36	64	12
18	69	10	37	60	11
19	62	9	38	66	9
			$n = 38$	$x^* = 66{,}61$	$y^* = 10{,}26$
				$\sigma_x = 7{,}07$	$\sigma_y = 1{,}49$

Выборочный коэффициент корреляции Пирсона r = 0,39. Он свидетельствует о связи между двумя величинами. Проверим значимость коэффициента r при уровне значимости 0,05.

Находим наблюдаемое значение критерия:

$$T_{эмп} = \frac{r_в \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_в^2}} = \frac{0{,}39 \cdot \sqrt{38-2}}{\sqrt{1-0{,}39^2}} \approx 2{,}54.$$

По таблице критических точек распределения Стьюдента находим критическую точку $t_{кр}(0{,}05;38-2) \approx 2{,}03$. Так как $T_{эмп} > t_{кр}$, отвергаем нулевую гипотезу о равенстве нулю генерального коэффициента корреляции при уровне значимости 0,05. Значит, коэффициент корреляции значим, между двумя случайными величинами существует слабая корреляционная связь. Это говорит о том, что при хорошей подготовке в школе студент будет показывать и в вузе хорошие результаты. Но в вузе другие методики обучения, формы занятий, контроля знаний, соответственно, связь между школьными и вузовскими результатами слабая.

Библиографический список

1. Афанасьев, В.В. Теория вероятностей [Текст]: учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по специальности «Математика» / В.В.Афанасьев. – М.: Гуманит. изд. центр ВЛАДОС, 2007. – 350 с.
2. Афанасьев, В.В. Применение методов математической статистики в научных исследовани-

ях [Текст] // Ярославский педагогический вестник. – 2006. – № 4 (49). – С. 5-13.
3. Афанасьев, В.В., Непряев, И.Н. Математическая статистика в командных видах спорта [Текст]: монография. – 2-е изд., перераб. и доп. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ им. К.Д. Ушинского, 2007. – 168 с.
4. Единый государственный экзамен в Ярославской области в 2007 году [Текст] / под ред. М.В. Груздева. – Ярославль, 2007. – 63 с.

Л.П. БЕСТУЖЕВА, Л.Б. МЕДВЕДЕВА

Решение задачи линейного программирования графическим способом

В статье дается анализ учебной игры по теме «Решение задачи линейного программирования графическим способом». Приводится обзор методов обучения, при этом рассмотрение математической игры как своеобразной педагогической технологии позволяет авторам выделить несколько этапов разработки педагогических технологий.

In the article the analysis of the educational game on a theme "the Solution of a problem of linear programming by graphic way " is given. The review of methods of training is demonstrated, thus consideration of a mathematical game as an original pedagogical technology allows authors to allocate some development cycles of pedagogical technologies.

Авторы данной статьи прошли обучение в экспериментальном центре переподготовки и повышения квалификации преподавателей МГТУ им. Н.Э. Баумана по теме «Современные педагогические технологии», где среди многих других рассматривались теоретические и практические вопросы использования активных методов обучения студентов. Именно тогда на одном из занятий возникла идея разработать учебную игру по одной из тем дисциплины «Математика».

Как показывает опыт, применение активных методов обучения математике в гораздо большей мере способствует формированию познавательных и профессиональных интересов, развитию исследовательского отношения к реальности и решению задач, нежели традиционные классические приемы организации учебных занятий [1], [3]. Кроме того, считается, что эти методы обеспечивают «воспитание системного мышления специалиста» [4. С. 4], решают задачу обучения коллективной мыслительной деятельности, эффективному взаимодействию и общению в коллективе, индивидуальному и совместному принятию решений, ответственному отношению к делу и людям, творческой инициативе, т. е. происходит формирование общенаучных, социально-личностных и профессиональных компетенций.

К активным методам обучения многие авторы относят дискуссии, анализ конкретных ситуаций (метод инцидента или кейсовый метод (case-study)), метод «мозговой атаки», деловые игры (имитационные, операционные, ролевые), метод проектов, метаплановый метод, всевозможные тренинги. Краткое описание каждого метода и условий его применения можно найти в сборнике [4].

При проведении практических занятий по математике далеко не каждое новшество может принести пользу (можно просто потерять драгоценное учебное время). Однако игровые ситуации при изучении этой дисциплины не только оживляют занятие и снимают напряжение, но и способствуют включению в работу всех студентов группы.

Цель игровой ситуации или игры на занятиях по математике в вузе состоит, на наш взгляд, в том, чтобы в сжатой и доступной форме передать как можно большему числу студентов знание ключевых вопросов той или иной темы, того или иного метода, причем в ситуации, которая обеспечивает активную индивидуальную познавательную деятельность каждого.

Обучающая игра на занятиях по математике должна занимать не более 20-25 минут, а поэтому должна быть хорошо подготовлена. Поскольку математическая игра может считаться своеобразной педагогической технологией, то при ее создании необходимо учесть все этапы разработки педагогических технологий [5].

Первый этап – анализ будущей деятельности учащегося:

– выявление видов деятельности учащихся (познавательных и практических); описа-