

КОНЦЕПЦИЯ РАЗВИВАЮЩЕГО ОБУЧЕНИЯ Л.С. ВЫГОТСКОГО: ПЕДАГОГИКА СОТРУДНИЧЕСТВА И КИБЕРНЕТИКА

В статье проектируется и исследуется кибернетическая модель обучения в диалоге на основе активизации «зон ближайшего развития» (по Л.С. Выготскому) и педагогики сотрудничества. Установлено, что реализация технологии сотрудничества в учебном процессе на основе анализа кибернетической модели приводит к снижению информационной энтропии и обеспечивает лучшее понимание и усвоение учебного материала.

V.E. Firstov

THE CONCEPT OF DEVELOPING TRAINING OF L.S. VYGOTSKY: PEDAGOGICS OF COOPERATION AND CYBERNETICS

In the article the cybernetic model of training in a dialogue on the basis of activization of "zones of the nearest development" (due to L.S. Vygotsky) and cooperation pedagogics is projected and investigated. It is established that realisation of technology of cooperation in educational process on the basis of the analysis of cybernetic model leads to the decrease in information entropy and provides the best understanding and teaching material mastering.

Развивающее обучение по Л.С. Выготскому. Крупнейший представитель афинской философской школы Сократ (ок. 469-399 гг. до н.э.) разработал оригинальный («сократовский») метод обучения, который сейчас больше известен как «вопросно-ответная система обучения», реализуемая посредством диалога между учителем и учеником. Сократовский метод обучения в диалоге в общих чертах можно рассматривать, следуя за Л.С. Выготским [1], в рамках представления об уровне актуального развития обучаемого, который с помощью наводящих вопросов постепенно наращивается в пределах зоны потенциального развития данного обучаемого субъекта. В этом случае, если, например, уровень знаний S' должен быть поднят до уровня S , то процесс обучения описывается последовательностью:

$$S' = S'_0; S'_1 = S'_0 \cup \square S'_0; S'_2 = S'_1 \cup \square S'_1; \dots; S'_n = S'_{n-1} \cup \square S'_{n-1} = S, \quad (1)$$

где $S'_i; \square S'_i$ – соответственно, уровень актуального и зона потенциального развития на i -м шаге обучения; $i = 0; n - 1$. Из (1) непосредственно следует

$$S'_n = (((S'_0 \cup \square S'_0) \cup \square S'_1) \cup \dots \cup \square S'_{n-1}) = S, \quad (2)$$

То есть знание формируется за счет постепенного приращения зоны потенциального развития. Отметим, что уровень актуального развития S' довольно легко устанавливается с помощью тестирования, а зона потенциального развития $\square S'$ при обучении в диалоге «учитель-ученик» поддерживается автоматически, поскольку если заданный вопрос ставит ученика в тупик, то учитель такой вопрос всегда может скорректировать так, что он окажется в соответствующей зоне потенциального развития этого ученика и, таким образом, диалог продолжится.

При формализованном описании процесса обучения в диалоге «учитель – ученик» используется модель в виде киберсистемы, состоящей из двух конечных автоматов A и A' , в которой автомат $A = (A; S; Z; f; g)$ представляет управляющую систему, моделирующую действия учителя, а автомат $A' = (A'; S'; Z'; f'; g')$, где $S' \subset S$ является управляемой системой, моделирующей поведение ученика в процессе диалога с учителем (рис. 1).

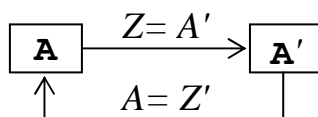


Рис. 1

Процесс обучения в этой модели описывается следующим образом. Выходная информация Z автомата A представляет множество вопросов, формирующих управляющее воздействие,

которое задает входной массив информации A' для автомата A' так, что $Z = A'$, и мы имеем функции переходов, соответственно,

$$f: S \times A \rightarrow S; f': S \times Z \rightarrow S, \quad (3)$$

где $A; S$ соответственно входная информация и множество состояний, содержащее изучаемый предметный материал, транспортируемый в процессе обучения от системы A к объекту A' , обладающему подмножеством состояний $S' = S'_0$ в виде предметного материала, известного A' до начала процесса обучения.

Множество Z следует считать частично упорядоченным, поскольку задаваемые вопросы подчинены определенной логической стратегии, и, таким образом, выделяется класс $Z_0 \subset Z$, содержащий минимальные элементы частично упорядоченного множества Z и представляющий те вопросы, которыми иницируется моделируемый процесс обучения в диалоге. Если выбран исходный вопрос $z_0 \in Z_0$, который поставлен перед A' , то тем самым формально происходит запуск этого процесса.

Дальнейший сценарий развивается следующим образом. Поступив на вход A' автомата A' , вопрос $z_0 \in Z = A'$ «обдумывается» учеником, после чего принимается резолюция $s''_{01} \in S'_0$, которая позволяет перейти к состоянию с более высоким уровнем знаний $s'_{11} = f'(s''_{01}; z_0) \in \square S'_0$ в зоне потенциального развития уровня S'_0 и сформулировать ответ $a_1 = g'(s''_{01}; z_0) \in Z'$, который по каналу обратной связи (рис. 1) поступает на вход A управляющей системы A так, что $Z' = A$, и мы имеем функции выходов, соответственно,

$$g: S \times A \rightarrow Z; g': S \times Z \rightarrow A \quad (4)$$

Поступив на вход A автомата A , ответ $a_1 \in Z' = A$ анализируется учителем, после чего принимается некоторая резолюция $s_{11} \in S$, которая переводит A в состояние $s_{12} = f(s_{11}; a_1) \in S$ и формулирует следующий вопрос $z_1 = g(s_{11}; a_1) \in Z$, затем описанный процесс повторяется. Таким образом, автомат A последовательно реализует «обучение» A' с уровня S' до уровня S по схеме (1), и затем отдается команда о прекращении этого процесса.

Таблица 1

Формальное описание процесса обучения в диалоге «учитель – ученик»

Автомат А (учитель)			Автомат А' (ученик)			Уровень обучения	
А	Резолюция	S	Z = A'	Резолюция	S		Z'
-	-	-	z_0	$s''_{01} \in S'_0$	$s'_{11} \in \square S'_0$	a_1	$S'_1 = S'_0 \cup \square S'_0$
a_1	$s_{11} \in S$	$s_{12} \in S$	z_1	$s''_{02} \in S'_0$	$s'_{12} \in \square S'_0$	a_2	
a_2	$s_{21} \in S$	$s_{22} \in S$	z_2	$s''_{03} \in S'_0$	$s'_{13} \in \square S'_0$	a_3	
.....							$S'_2 = S'_1 \cup \square S'_1$
a_{r_1-1}	$s_{r_1-1;1} \in S$	$s_{r_1-1;2} \in S$	z_{r_1-1}	$s''_{0r_1} \in S'_0$	$s'_{1r_1} \in \square S'_0$	a_{r_1}	
a_{r_1}	$s_{r_1;1} \in S$	$s_{r_1;2} \in S$	z_{r_1}	$s''_{11} \in S'_1$	$s'_{21} \in \square S'_1$	a_{r_1+1}	
.....							$S = S'_n = S'_{n-1} \cup \square S'_{n-1}$
$a_{r_1+r_2-1}$	$s_{r_1+r_2-1;1} \in S$	$s_{r_1+r_2-1;2} \in S$	$z_{r_1+r_2-1}$	$s''_{1r_2} \in S'_1$	$s'_{2r_2} \in \square S'_1$	$a_{r_1+r_2}$	
.....							
a_k	$s_{k1} \in S$	$s_{k2} \in S$	z_k	$s''_{n-1;1} \in S'_{n-1}$	$s'_{n1} \in \square S'_{n-1}$	a_{k+1}	$S = S'_n = S'_{n-1} \cup \square S'_{n-1}$
.....							
a_{k+r_n-1}	$s_{k+r_n-1;1} \in S$	$s_{k+r_n-1;2} \in S$	z_{k+r_n-1}	$s''_{n-1;r_n} \in S'_{n-1}$	$s'_{nr_n} \in \square S'_{n-1}$	a_{k+r_n}	
a_{k+r_n}	$s_{k+r_n;1} \in S$	$s_{k+r_n;2} \in S$	-	-	-	-	

r_i – количество вопросов, которое задается учителем при обучении на уровне S'_i при активации зоны потенциального развития $\square S'_{i-1}$ актуального уровня S'_{i-1} , $i = \overline{1; n}$; $k = r_1 + r_2 + \dots + r_{n-1}$; z_j – j -й вопрос в процессе обучения, $j = \overline{0; k + r_n}$; $s''_{i-1; m_i} \in S'_{i-1}$ – резолюция по вопросу z_j , $m_i = \overline{1; r_i}$; $s'_{im_i} = f'(s''_{i-1; m_i}; z_j) \in \square S'_{i-1}$; $\square S'_{i-1} = \{s'_{i1}; s'_{i2}; \dots; s'_{ir_i}\}$; $a_{j+1} = g'(s''_{i-1; m_i}; z_j) \in Z' = A$ – ответ на вопрос Z_j ; $s_{j+1; 1} \in S$ – резолюция по ответу a_{j+1} ; $s_{j+1; 2} = f(s_{j+1; 1}; a_{j+1}) \in S$; $z_{j+1} = g(s_{j+1; 2}; a_{j+1})$ – формулировка вопроса в контексте ответа a_{j+1} ; $s_{k+r_n; 1} \in S$ – резолюция на завершение опроса; $s_{k+r_n; 2} = f(s_{k+r_n; 1}; a_{k+r_n}) \in S$ – команда на остановку процесса обучения с уровня S' до S .

Представленная кибернетическая модель обучения в диалоге является достаточно хорошим приближением к реальности, тем не менее, полной адекватности в этой модели не достигается, поскольку не учитывается ряд обстоятельств:

1. В реальной ситуации уже на первом шаге диалога учитель реализует некоторый выбор исходного вопроса z_0 среди других возможных представителей класса Z_0 и далее на выбранный вопрос $z_0 \in Z_0$ ученик дает некоторый ответ $a_1 \in Z'$, который, если следовать традиционной шкале, может оказаться плохим, удовлетворительным, хорошим или отличным. С учетом результата $a_1 \in A$ учитель ставит вопрос z_1 опять же из некоторого класса Z_1 и получает ответ $a_2 \in Z'$ и т.д. Следовательно, в реальности функции переходов $f; f'$ и функции выходов $g; g'$ автоматов A и A' – это случайные процессы, а сценарий, представленный в табл. 1, – одна из возможных реализаций процесса обучения. Поэтому процесс обучения в диалоге «учитель–ученик» с позиций кибернетики более корректно описывается киберсистемой из двух конечных стохастических автоматов.

2. Поскольку каждое новое состояние обозначенной киберсистемы зависит только от ее предыдущего состояния, то поведение этой системы описывается некоторым марковским процессом с конечным множеством состояний. Такие киберсистемы можно представлять в виде семантических сетей [2; 3], где пропускные способности между элементами сети определяются вероятностями переходов между соответствующими состояниями системы в данном марковском процессе [4]. В этой интерпретации на сетях можно рассматривать задачи оптимизации, имея в виду, например, эффективное обучение в диалоге.

Педагогика сотрудничества. Наиболее важным моментом педагогики сотрудничества является разбиение обучаемого контингента на коалиции, при этом реализуется оптимальный учебный эффект. Для разрешения проблемы предлагаются следующие теоретико-информационные соображения.

Пусть $A = \{a_1; a_2; \dots; a_m\}$ – конечное множество, представляющее некоторый обучаемый контингент, в рамках которого проводится следующее педагогическое измерение: данной аудитории предлагается выполнить некоторое задание, после чего засекается время его выполнения отдельными учащимися. Пусть результат такого измерения дает цепочку неравенств $0 < t_1 < t_2 < \dots < t_m < T$, где $t_1; t_2; \dots; t_m$ – моменты времени, соответствующие выполнению задания 1-м; 2-м; ...; m -м учащимся, T – некоторый временной регламент. Предполагая, что данная цепочка неравенств – это результат статистического осреднения по нескольким таким измерениям, далее вводим параметр $\alpha_i = 1 - t_i/T$, определяющий распределение вероятностей

$$p(a_i) = \frac{\alpha_i}{\alpha} = \frac{\alpha_i}{\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_m}, \quad i = \overline{1; m}, \quad (5)$$

которые, очевидно, образуют полную систему, характеризующую рейтинги отдельных учащихся при выполнении этого задания.

Пусть теперь для улучшения показателей при обучении контингента A задействована технология группового сотрудничества. Формально это выражается посредством разбиения множества

$$A = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n, A_j \cap A_k = \emptyset, j \neq k, j; k = \overline{1, n}, \quad (6)$$

причем параметры этого разбиения, связанные с формированием классов $A_j \subset A$, в данном случае выступают как параметры оптимизации рассматриваемой технологии обучения. Проведение самой оптимизации в рамках излагаемой модели осуществляется следующим образом.

Прежде всего, заметим, что для мощностей $|A_j|$ классов разбиения (6) должно выполняться соотношение:

$$|A_1| + |A_2| + \dots + |A_n| = |A| = m \quad (7)$$

Теперь определим вероятности

$$p_j = \sum p(a_i), \forall a_i \in A_j, \quad (8)$$

$$q_j = \frac{|A_j|}{|A|}, j = \overline{1; n}, \quad (9)$$

которые, учитывая (5)-(7), представляют полные системы. Иными словами, p_j есть вероятность того, что некоторый элемент из A входит в класс A_j , а q_j есть вероятность того, что выбранный наугад класс из разбиения (6) содержит $|A_j|$ элементов. Тогда с распределением вероятностей (8) связана энтропия информации

$$H(p) = - \sum_{j=1}^n p_j \log_2 p_j, \quad (10)$$

а с распределением вероятностей (9) – энтропия

$$H(q) = - \sum_{j=1}^n p_j \log_2 q_j. \quad (11)$$

Оптимум в рассматриваемой информационной модели достигается, если минимальна энтропия $H(q)$. В работе А.М. Яглом, И.М. Яглом [5] установлено, что искомым минимум $H(q)$ обеспечивается при условии

$$p_j = q_j, j = \overline{1, n}. \quad (12)$$

Условие (12) показывает, что при оптимизации группового сотрудничества в учебном процессе разбиение (6) должно формироваться с учетом рейтингов (5) таким образом, чтобы при определении групповых вероятностей (рейтингов) (8) обеспечивался минимум энтропии $H(p)$ в (10). Впрочем, помимо «интеллектуальных» (рейтинговых) показателей при формировании групп должна также учитываться психологическая совместимость учащихся в группе, и этот фактор можно контролировать методом социометрической матрицы [6].

Покажем на данном примере, что внедрение в учебный процесс технологии сотрудничества повышает его эффективность и теоретически этот факт проявляется в снижении информационной энтропии рассматриваемого учебного процесса, которое в данном случае выражает более глубокое восприятие учебного материала. Для этого рассмотрим разность

$$\Delta H = H(A) - H(p) = \sum_{j=1}^n p_j \log_2 p_j - \sum_{i=1}^m p(a_i) \log_2 p(a_i) \quad (13)$$

между информационной энтропией $H(A)$ при обучении этого контингента A как целого и энтропией $H(p)$ при обучении аудитории, разбитой на группы согласно (6). Разворачивая вероятности p_j по компонентам разбиения (6)

$$\begin{aligned} p_1 &= p_{11} + p_{12} + \dots + p_{1j_i} \\ p_2 &= p_{21} + p_{22} + \dots + p_{2j_2} \\ p_n &= p_{n1} + p_{n2} + \dots + p_{nj_n}, \end{aligned} \quad (14)$$

где $j_1+j_2+\dots+j_n=m$; $1 \leq j_1; \dots; j_n < m$, после подстановки (10) в (9) получаем

$$(p_{1j_1}+\dots+p_{1j_1})\log_2(p_{1j_1}+\dots+p_{1j_1})+\dots+(p_{nj_n}+\dots+p_{nj_n})\log_2(p_{nj_n}+\dots+p_{nj_n})- \\ -(p(a_1)\log_2 p(a_1)+\dots+p(a_m)\log_2 p(a_m))= \quad (15)$$

Поскольку, в связи с (14), $p_{1j_1}; \dots; p_{nj_n}$ – это некоторая перестановка $p(a_1); \dots; p(a_m)$, то, полагая для определенности, например, $p_{1j_1} = p(a_1); \dots; p_{nj_n} = p(a_m)$, и продолжая (15), получаем

$$= p(a_1)\log_2\left(1+\frac{p(a_2)+\dots+p(a_{j_1})}{p(a_1)}\right)+\dots+p(a_m)\log_2\left(1+\frac{p(a_{m-j_n})+\dots+p(a_{m-1})}{p(a_m)}\right) > 0.$$

Таким образом, установлено, что $H(A) > H(p)$, то есть, по сравнению с $H(A)$, реализация технологии сотрудничества в учебном процессе приводит к снижению соответствующей информационной энтропии до значения $H(p)$, поскольку при разбиении на группы учебная информация прорабатывается не отдельным учащимся, а группой, что снижает неопределенность этой информации и, как следствие, обеспечивает ее лучшее понимание и усвоение. Помимо условия (12), процесс оптимизации технологии сотрудничества в учебном процессе, естественно, зависит от способа разбиения контингента на группы, параметрами управления для которого выступает количество классов n в разбиении (6), а при фиксированном n ($1 < n < m$) каждое такое разбиение может иметь различную информационную энтропию в силу особенностей распределения вероятностей (5), и, разумеется, следует выбрать конфигурацию, отвечающую минимуму энтропии (10).

Представленную модель оптимизации технологии сотрудничества при обучении (5)-(12) проиллюстрируем численным примером. Пусть обучаемый контингент представлен множеством $A=\{1;2;3;4;5\}$, и пусть этому контингенту предложено выполнить задание, на которое регламентом отведено $T=10$ мин. Данные по времени t_i (мин.) выполнения задания отдельными учащимися приведены в табл. 2, и по ним с помощью соотношения (5) вычислены величины α_i и $p(i)$.

Таблица 2

Результаты выполнения задания контингентом A

i	1	2	3	4	5
t_i	5	3	6	7	9
α_i	0,5	0,7	0,4	0,3	0,1
$p(i)$	0,25	0,35	0,2	0,15	0,05

Анализ примера начнем с замечания о том, что в ситуации, когда рассматривается полная система из m событий, самый неблагоприятный случай возникает, если эти события равновероятны (каждое с вероятностью $p = 1/m$) и соответствующая информационная энтропия оказывается максимальной $H_{max}(m) = m(-1/m)\log_2(1/m) = \log_2 m$. В данном случае $m=5$, и, следовательно, получается $H_{max}(5) = \log_2 5 \approx 2,322$ бит. Энтропия $H(A)$ с учетом табличных данных оказывается равной: $H(A) = -(p(1)\log_2 p(1)+\dots+p(5)\log_2 p(5)) \approx 2,121$ бит $< H_{max}(5)$.

Теперь вычислим значения информационной энтропии для различных вариантов разбиения множества A на классы. При $m=5$ и $n=2$ возможны два типа разбиений: (1;4) – 1-элементный и 4-элементный классы и (2;3) – 2-элементный и 3-элементный классы. В случае разбиений (1;4) при $A = \{1\} \cup \{2;3;4;5\}$ информационная энтропия равна:

$$H_1 = -0,25\log_2 0,25 - (0,35+0,2+0,15+0,05)\log_2(0,35+0,2+0,15+0,05) \approx 0,811$$

бит.

Аналогично находим: $H_2 \approx 0,934$; $H_3 \approx 0,722$; $H_4 \approx 0,645$; $H_5 \approx 0,29$ бит.

В случае разбиений (2;3) при $A=\{1;2\} \cup \{3;4;5\}$ информационная энтропия равна $H_{(12)} = -(0,25 + 0,35) \log_2(0,25 + 0,35) - (0,2 + 0,15 + 0,05) \log_2(0,2 + 0,15 + 0,05) \approx 0,971$ бит. Аналогично имеем: $H_{(13)} \approx 0,993$; $H_{(14)} \approx 0,971$; $H_{(15)} \approx 0,881$; $H_{(23)} \approx 0,993$; $H_{(24)} \approx 1,0$; $H_{(25)} \approx 0,971$; $H_{(34)} \approx 0,934$; $H_{(35)} \approx 0,811$; $H_{(45)} \approx 0,722$ бит.

При $m=5$ и $n=3$ также возможны два типа разбиений: (1;2;2) – 1-элементный и два 2-элементных класса и (1;1;3) – два 1-элементных и 3-элементный классы. В случае разбиений (1;2;2) при $A=\{1\} \cup \{2;3\} \cup \{3;4\}$ информационная энтропия равна:

$H_{1(23)} = -0,25 \log_2 0,25 - (0,35 + 0,2) \log_2(0,35 + 0,2) - (0,15 + 0,05) \log_2(0,15 + 0,05) \approx 1,438$ бит. Аналогично вычисляем: $H_{1(24)} = 1,5$; $H_{1(25)} \approx 1,471$; $H_{2(13)} \approx 1,512$; $H_{2(14)} \approx 1,559$; $H_{2(15)} \approx 1,581$; $H_{3(12)} \approx 1,37$; $H_{3(14)} \approx 1,522$; $H_{3(15)} \approx 1,485$; $H_{4(12)} \approx 1,353$; $H_{4(13)} \approx 1,458$; $H_{4(15)} \approx 1,406$; $H_{5(12)} \approx 1,18$; $H_{5(13)} \approx 1,235$; $H_{5(14)} \approx 1,219$ бит.

В случае разбиений (1;1;3) при $A=\{1\} \cup \{2\} \cup \{3;4;5\}$ информационная энтропия равна: $H_{12(345)} = -0,25 \log_2 0,25 - 0,35 \log_2 0,35 - (0,2 + 0,15 + 0,05) \log_2(0,2 + 0,15 + 0,05) \approx 1,559$ бит. Аналогично находим: $H_{13(245)} \approx 1,438$; $H_{14(235)} \approx 1,353$; $H_{15(234)} \approx 1,076$; $H_{23(145)} \approx 1,512$; $H_{24(135)} \approx 1,441$; $H_{25(134)} \approx 1,188$; $H_{34(125)} \approx 1,279$; $H_{35(124)} \approx 0,991$; $H_{45(123)} \approx 0,887$ бит.

При $m=5$ и $n=4$ возможен только один тип разбиений вида (1;1;1;2) – три 1-элементных и 2-элементный классы. В этом случае при $A=\{1\} \cup \{2\} \cup \{3\} \cup \{4;5\}$ информационная энтропия равна:

$H_{123} = -0,25 \log_2 0,25 - 0,35 \log_2 0,35 - 0,2 \log_2 0,2 - (0,15 + 0,05) \log_2(0,15 + 0,05) \approx 1,958$ бит. Аналогично находим: $H_{124} \approx 1,941$; $H_{125} \approx 1,776$; $H_{134} \approx 1,903$; $H_{135} \approx 1,68$; $H_{145} \approx 1,719$; $H_{234} \approx 2,044$; $H_{235} \approx 1,739$; $H_{245} \approx 1,793$; $H_{345} \approx 1,727$ бит.

По данным вычислениям из 40 вариантов коалиций определяем интересующий минимум энтропии (10), который в рассматриваемом примере равен: $\min H(p) = H_5 = 0,290$ бит и наблюдается при разбиении $A=\{5\} \cup \{1;2;3;4\}$. Это и есть оптимальное разбиение на коалиции (классы) при обучении контингента A в рамках педагогики сотрудничества, которое в реальных условиях, естественно, должно уточняться с учетом психологической совместимости учащихся.

Отметим, что в реальности поиск оптимальных коалиционных конфигураций, как правило, не требует обработки всех возможных разбиений обучаемого контингента, поскольку обычно всегда имеют место дополнительные ограничения на конфигурации разбиений, обусловленные частными особенностями данного контингента, и, как следствие, объем вычислений при этом заметно снижается. Например, если дополнительно потребовать, чтобы в каждой коалиции было не менее двух учащихся, то, в рамках рассмотренного примера, вместо 40 вариантов разбиений остается только 5 разбиений вида (2;3), из которых минимальной энтропией обладает разбиение $A=\{4;5\} \cup \{1;2;3\}$ с энтропией $H_{(45)} \approx 0,722$ бит.

Таким образом, можно констатировать, что в рамках представленной информационной модели (5)-(15) разработан метод рациональной организации педагогики сотрудничества в обучении путем оптимизации процесса разбиения обучаемого контингента на коалиции по принципу минимизации информационной энтропии системы.

Библиографический список

1. Выготский, Л.С. Педагогическая психология [Текст] / под ред. В.В. Давыдова. – М.: АСТ: Астрель: Люкс, 2005. – 671 с.
2. Искусственный интеллект [Текст] : справочник: в 3-х кн. – Кн. 2. Модели и методы / под ред. Д.А. Поспелова. – М.: Радио и связь, 1990. – 304 с.

3. Фирстов, В.Е. Информационно-стохастическая модель и оптимизация при построении и распространении математического знания [Текст]. – Саратов: Научная книга, 2006. – 55 с.
4. Розанов, Ю.А. Случайные процессы [Текст]. – М.: Наука, 1971. – 286 с.
5. Яглом, А.М. Вероятность и информация [Текст] / А.М. Яглом, И.М. Яглом. – М.: Наука, 1973. – 511 с.
6. Лидл, Р. Прикладная абстрактная алгебра [Текст] / Р. Лидл, Г. Пильц; пер. с англ. И.О. Корякова, под ред. Л.Н. Шеврина. – Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 1996. – 744 с.