

**И.С. Нургалиев****Нелинейная несимметричная кинетика демографии**

Основываясь на методах кинетики выведенными уравнение демографического процесса. Выявлено, что полученное уравнение успешно описывает выявленный ранее гиперболический рост населения планеты. Показано, что существуют демографические параметры, отвечающие устойчивому развитию. Модель обобщена на случай учета несимметричной кинетической роли полов.

**Ключевые слова:** кинетика, демография, устойчивое развитие, математическое моделирование, нелинейность, бифуркация, глобальные проблемы, популяционная динамика, дифференциальные уравнения

**I.S. Nurgaliev****Nonlinear Asymmetrical Kinetics of Demography**

The equation of demographic process derived from the point of the kinetics consideration. It is recognized that the equation describes the hyperbolic behaviour of planet population growth discovered earlier. It is represented the demographic parameters of the sustainable development exist. The model was generalized for the case of the nonsymmetrical kinetics roles of the genders.

**Key words:** kinetics, demography, sustainable development, mathematical modeling, nonlinearity, bifurcation, global problems, population dynamics, differential equations

**Введение**

Демографические тенденции заняли достойное место в поле озабоченности общественности и становятся предметом анализа, прогноза, планирования и программирования развития. В то же самое время приходится признать: достаточно научно обоснованные методы и подходы в области демографии в особенности математические не нашли пока своего воплощения в виде комплексного внедрения в требующемся масштабе в самую ткань стратегической, в частности, экономической, мысли. Представляемые результаты дебатировались в ряде международных и всероссийских конференций и рецензировались в институтах РАН по поручению Администрации Президента РФ.

**Предыстория**

Взаимосвязь между ростом народонаселения и уровнем национального благосостояния имеет фундаментальный характер (не путать с взаимоднозначностью). В 1798 г. английский экономист-священник в Ост-Индском колледже в Хейлибери Томас Роберт Мальтус (1766-1834) опубликовал свой “Опыт о законе народонаселения” [1]. Его основные выводы до сих пор остаются дискуссионными. Мальтус придерживался чрезвычайно пессимистической точки зрения, ныне известной как мальтузианство: что население имеет тенденцию расти

быстрее, чем запасы продуктов, необходимых для жизни людей, и, следовательно, конфликты и кризисы неизбежны. Он утверждал, что если сельскохозяйственное производство имеет тенденцию возрастать в арифметической прогрессии, народонаселение растет в геометрической. Карл Маркс полемизировал со многими мальтузианскими принципами и формулировками. Он настаивал на том, что избыток населения или, в частности, рабочего класса зависит не столько исключительно от детородного инстинкта и от наличия фиксированных резервов продовольствия, сколько от наличия возможностей для получения работы. По убеждению Маркса, углубляющийся кризис капиталистической системы имеет первоначально экономический характер и будет вытеснять все большее число рабочих в ряды безработных, что приведет некоторых аналитиков к ошибочному выводу об общем перенаселении общества. Следовательно, по Марксу капиталистическое общество является источником проблем демографического характера, что подтверждается настоящей работой [2-4], а решение проблем народонаселения кроется в оптимизации существующего социального и экономического порядка. Мы приходим к выводу, что эффективная экономика и социальная справедливость, в особенности ощущение социальной справедливости и обоснованный

оптимизм – решение демографической проблемы.

### О феноменологической модели

Демографические процессы, так же как и экономические, очевидно, не являются «официальным» полем исследований такой науки, как физика. Несмотря на это, неоднократно предпринимались попытки развитые методы физики применить в этой нетрадиционной для физики области. Во-первых, из-за колоссальной важности демографических проблем среди других глобальных проблем; во-вторых, возможно, интуитивным ощущением ожидаемой эффективности физических методов в моделировании демографических процессов как статистических. Аналогично, происходит взрывообразный рост работ по экономфизике и, что более важно, реальных результатов, не лишенных таких признаний, как Нобелевские премии. Более глубокий ретроспективный взгляд на историю экономической мысли позволяет проследить предметно и четко просачивание идей физики и математики, начиная от Ньютона, в научные круги Англии в сфере экономической и демографической теории через такие фигуры, как Давид Юм, Адам Смит и др.

Алармистская традиция Мальтуса в демографии была продолжена относительно недавно выводами Римского клуба, однако методы моделирования в демографии до сих пор не включают апробированный в физике арсенал математики в полной мере.

Многими авторами отмечено (см. [5], богатую библиографию в [6]), что весь массив глобальных демографических данных за многие века с поразительной точностью описывается моделью  $\dot{n} = \alpha n^2$  (Ферстер), где  $n$  численность народонаселения,  $\dot{n}$  - ее производная по времени,  $\alpha$  - постоянный коэффициент. Оценка статистической обоснованности такого утверждения и выявившаяся большая статистическая достоверность предложенной в данном сообщении более общей модели лежит за пределами данных тезисов и обсуждаются в самом докладе. Начнем с вывода, вытекающего из модели  $\dot{n} = \alpha n^2$ .

На основе такой простейшей модели можно было бы выдвигать закон с названием «закон одной стомиллиардной»: средняя вероятность рождения девочки у произвольной пары мужчина-женщина жителей планеты в течение года – была величина постоянная до середины 20

века, равнялась такой же вероятности рождения мальчика и составляла с высокой точностью одну стомиллиардную.

### От феноменологического уравнения к выводимому кинетическому

Уравнение гораздо более реалистической динамики народонаселения с учетом смертности при сохранении предположения статистической некоррелированности как рождений, так и смертей **выведено** автором из кинетических соображений

$$\dot{n} = \alpha n^2 - \beta n \quad (2).$$

Здесь  $\alpha$  - одна вторая вероятности рождения мальчика (она такая же для девочек) у одной потенциальной пары в течение года,  $\beta$  - вероятность смерти одного человека в течение года. Точка над символом обозначает дифференцирование по времени. Член, отвечающий за смертность, появившийся, как ни странно, впервые, имеет ясный и четкий смысл - средне-постоянное распределение смертности по возрастам (младенцы рискуют при рождении, средний возраст – получают травмы, старики – болеют). Известно от демографов, например, что вероятность смерти в течение первого года жизни точно равна аналогичной вероятности 55-го года жизни. Тем самым в данной тоже достаточно простой модели среднестатистический человек уходит из жизни по тому же вероятностному закону, по которому распадается неустойчивое атомное ядро.

Решение (2) имеет вид

$$n = \frac{\beta}{\alpha - (\alpha - \frac{\beta}{n_0})e^{\beta t}} \quad (3).$$

Равновесное значение – база для устойчивого развития человечества – в отличие от упомянутых моделей с бессмертными людьми – существует:

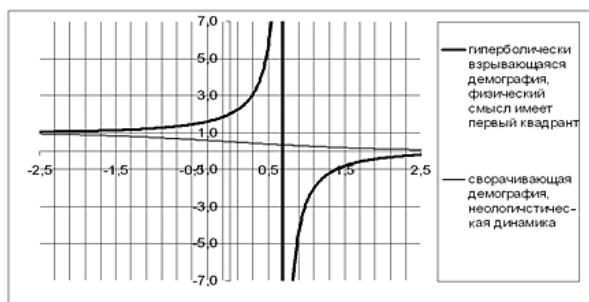
$$n_{\text{равновесн.}} = \beta / \alpha. \quad (4)$$

Например, при смертностях 10, 20, 50, 100 (на тысячу живых) при выполнении закона одной стомиллиардной соответственно получим 2, 4, 10 и 20 миллиардов. Это вполне согласуется с выводами из феноменологических моделей. Простота и характер закономерности (4) впечатляют. Таким образом, идею устойчивого

развития и соответствующую роль ООН в продвижении этой концепции в современном мире всячески следует поддерживать как реалистическую, а не занижать как утопическую, а авторитет ООН использовать для внедрения в жизнь идей устойчивого развития, демографической политики. Строго говоря, обнаруженное равновесное значение населения планеты (4) неустойчиво:  $n$  всегда, хотя и очень медленно, при малых отклонениях в меньшую сторону от  $\beta/\alpha$  будет всегда убывать и уменьшаться асимптотически до нуля, а при малых превышениях  $\beta/\alpha$  начнет сначала очень медленно возрастать, потом, правда, уже за конечное время, возрастая до бесконечности при

$$t = t_{\infty} = \frac{1}{\beta} \ln \frac{\alpha}{\alpha - \frac{\beta}{n_0}}. \quad (5)$$

Из-за слабой неустойчивости равновесия (4) к малым возмущениям хочется назвать ее мягкой неустойчивостью или даже квазиустойчивостью, несмотря на то, что глобальная неустойчивость взрывная, с режимом обострения. При численности населения, близкой к равновесному значению, малейшее изменение параметров или возмущение текущего значения в  $n$  нужном направлении приводит к качественной смене одного режима на другой (бифуркация). Это является основанием для механизма эффективной регулируемой обратной связи тонкой демографической настройки для решения демографической проблемы.



Легко заметить, что демографическое уравнение (2) является ноль-мерной квадратичной версией уравнения реакция-диффузия.

$$\frac{\partial x_i}{\partial t} = f(\{x_i\}) + \nabla D_i(\{x_i\}) \nabla x_i$$

### Обсуждение

Вышесказанное применимо и для государства, с обычным дополнительным математически тривиальным учетом миграции и иммиграции как неоднородных членов в динамической системе, а также, например, для конкретного сельскохозяйственного региона. Эти выводы демонстрируют существование основания для теоретически возможного ожидания положительного долгосрочного эффекта от инициативы Президента Путина при сочетании новой демографической инициативы с осмысленной в целом социальной политикой и другими компонентами стратегии развития. Это является не просто утверждением-надеждой, а выводом рассмотрения конкретного нелинейного характера процесса. Дело в том, что в ряде нелинейных явлений искусственное внешнее сопротивление развитию процессов (депопуляции, например), фундаментально характерных рассматриваемой системе, не только не приводят к остановке процесса, которому оказывается сопротивление, но, напротив, накачке потенциальной энергией для его дальнейшего качественно (нелинейного) более сильного усиления, даже скачка. Или другой механизм: например, если причиной уменьшения популяции существ было исчерпание ресурсов (кормов), то добавление дополнительной порции особей приведет к еще более быстрому исчезновению популяции из-за более быстрого исчезновения кормов. Данная модель, показав чисто демографическую обоснованность обсуждаемой инициативы, раскрывает платформу для более отчетливого обсуждения иной – пожалуй, политической – неустойчивости программируемого развития, когда увеличивается именно та часть населения, которая решается на такой ответственный шаг, как деторождение, под воздействием государственной помощи. И такое программирование происходит, когда и в государственном и глобальном масштабе именно эта устойчивость (увеличивающийся разрыв между богатыми и бедными) – основная опасность.

Вывод о возможности равновесия с его вычисляемыми параметрами говорит, что критикуемая в последнее время концепция устойчивого развития имеет теоретическую демографическую базу и может дальше развиваться в качестве канвы международной демографической политики, равно и как и платформа для реалистических концепций устойчивого разви-

тия локальных систем, таких, как сельские территории. Приобретает актуальность четкая трактовка понятий, кочующих из математики и механики в общую лексику и в политику [7].

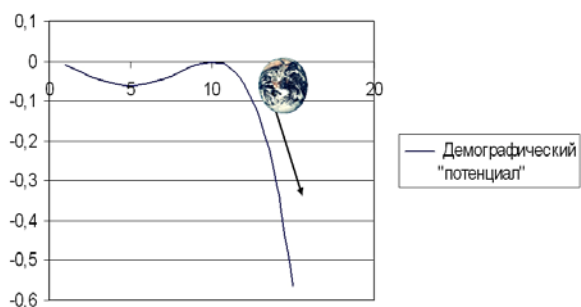
Теорию горячо дебатированного демографического перехода можно представить на еще более наглядном языке нелинейного механического потенциала. Нетрудно показать, что системе (2) соответствует динамическое уравнение второго порядка

$$\ddot{m} = -\frac{\partial}{\partial m} V(m), \quad V = -\frac{1}{2} m^2 (m-1)^2, \quad (7)$$

где произведены масштабные преобразования  $t \rightarrow \beta t$ ,  $n \rightarrow \beta m / \alpha$ .

Если вспомнить, что профиль потенциала (7) (назовем его демографическим потенциалом) в действительности переменен, т.е.  $\alpha$  и  $\beta$  зависят от времени, а предложенная модель строится на фоне пока неизвестной более медленной модели изменений  $\alpha$  и  $\beta$ , то удастся построить красивую аналогию между демографическим переходом и физикой серфинга, катания на волнах. На рисунке проиллюстрировано проваливание серфингиста (аналогично, количество населения планеты) за гребень назад первоначально оседланной волны и прекращения скатывания с крутого склона. Заметим, что склон (он же, одновременно, и механический и демографический потенциал) и сам движется в том же направлении, что и серфингист, и обгоняет серфингиста. В этот момент скатывание прекращается (на сленге серфингистов: происходит wipe out).

"Wipe out" человечества



Также в качестве обсуждения отметим, что открытие связи между приближением равновероятности при применении к одноклеточным существам приведет замечательным образом к очень красивому аналитическому логистическому закону, формально математи-

чески более чем хорошо известному - закону динамики роста популяции, например, одноклеточных-каннибалов.

$$\dot{n} = \alpha n - \beta n^2. \quad (6)$$

Модель позволяет легко оценивать такие параметры, как размеры, характеристики устойчивости популяций и другие. Отметим только принципиально существенно новую трактовку квадратичного члена по сравнению с демографической моделью.

Можно закон (2) назвать антилогистическим против логистического закона (6). Таким образом, математическая популяционная и демографическая теория в течение порядка ста лет, начиная с Мальтуса и Раймона Пирла, исследовала нижнюю область динамической системы от бифуркационной границы первого рисунка. Так как видим, что таким традиционным инструментом, как логистическая зависимость, оказывается, нужно пользоваться «беря его за другой конец», т.е. поменяв закономерности смертности и рождаемости, то, оказывается, следует изучать верхнюю полуплоскость от бифуркационной границы [8, 9], а не нижнюю, как это делалось предшествующие примерно сто лет. Следующим этапом развития модели является учет несимметрической кинетической роли полов в демографическом процессе. Вводим два коэффициента  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$ , отвечающие эффекту «насыщения спроса» аналогично механизму Михаэлиса-Ментена в кинетике ферментативных реакций

$$\dot{n}_1 = \alpha_1 n_1^2 n_2 (1 + \gamma_1 n_1 + \gamma_2 n_2)^{-1} - \beta_1 n_1$$

$$\dot{n}_2 = \alpha_2 n_2^2 n_1 (1 + \gamma_2 n_2 + \gamma_1 n_1)^{-1} - \beta_2 n_2.$$

Приведем также вид соответствующих модифицированных уравнений Лотки-Вольтерра с традиционными обозначениями  $x$  – количество жертв,  $y$  – количество хищников:

$$\dot{x} = \alpha x^2 - \beta xy$$

$$\dot{y} = \delta xy^2 - \gamma y,$$

где учтены обнаруженные закономерности в данной работе.

**Библиографический список**

1. Maltus, T. Essay on the Principle of Population // 2nd ed. – 1803; 3rd ed. – 1806; 6th ed. – 1826.
2. Нурғалиев, И.С. Физическая кинетика демографии [Текст] / И.С. Нурғалиев // Национальная идентичность России и демографический кризис: материалы Второй научной конференции. – М., 2007. – С. 150-161.
3. Нурғалиев, И.С. Международный гелиофизический год – 2007 под эгидой ООН [Текст] / И.С. Нурғалиев // Успехи физических наук. – 2006. – Т. 126. – С. 566.
4. Нурғалиев, И.С. Новое фундаментальное уравнение демографической динамики и предсказания на его основе эффективности инициативы Президента РФ [Текст] / И.С. Нурғалиев // Россия: Приоритетные национальные проекты – Инновации – молодежь: материалы Всероссийской научно-практической конференции. – М., 2006.
5. Капица, С.П. Феноменологическая теория роста населения Земли [Текст] / С.П. Капица // Успехи физических наук. – 1996. – 166.– №1. – С. 63-80.
6. Капица, С.П. Синергетика и прогнозы будущего [Текст] / С.П. Капица, С.П. Курдюмов, Г.Г. Малинецки.– М.: УРСС, 2003.
7. Трубецков, Д.И. Методы нелинейной динамики для анализа глобальных процессов [Текст] / Д.И. Трубецков, А.А. Короновский // Доклад на Международном научном конгрессе «Глобалистика-2009: пути выхода из глобального кризиса и модели нового мироустройства». – М.: МГУ, 2009.
8. Нурғалиев, И.С. Физическая кинетика демографии [Текст] / И.С. Нурғалиев // Прогнозы и стратегии. – 01/2008–01/2009. – С. 170-175. [http://www.intelros.ru/readroom/prog\\_str/](http://www.intelros.ru/readroom/prog_str/)
9. Nurgaliev, I.S. Nonlinearities in the Universe // Report on 12<sup>th</sup> Marcel Grossman Meeting, Paris France, 13-18<sup>th</sup> of July, 2009. <http://ntsrv9-2.icra.it/>