Н.И. Мерлина, А.А. Садыкова

Содержательный компонент подготовки будущих учителей математики к использованию метода моделирования

В статье обосновывается необходимость подготовки будущих учителей математики к использованию моделирования в обучении школьников, описывается этапная модель подготовки, раскрывается специфика компонентов методики подготовки будущих учителей математики к использованию моделирования в обучении школьников.

Ключевые слова: моделирование, обучение математике, методика, подготовка учителей.

N.I. Merlina, A.A. Sadykova

Substantial component of preparation of the future mathematics teachers to use of a method of modeling

In article gives a substantiation of necessity of preparation of the future mathematics teachers to modeling use in training of schoolboys is proved, described stage preparation model, specificity of components of a technique of preparation future mathematics teachers to modeling use in training of schoolboys reveals.

Key words: modeling, training to the mathematician, a technique, preparation of teachers.

Моделирование является одним из основных методов познания окружающей действительности. По словам М.М. Постникова, «чтобы понять, изучить и использовать какое-нибудь явление природы или общества, имеется только один путь – создать его модель» [1]. Математика является наукой о количественных отношениях и пространственных формах – моделях действительного мира.

Одной из основных задач школьного математического образования А.Г. Мордкович считает ознакомление учащихся с соотношениями между явлениями реального или проектируемого мира и его математическими моделями. «Практическое обучение школьников построению математических моделей для встречающихся жизненных ситуаций, объяснение школьникам того, что абстрактная математическая модель, в которой отброшено все несущественное, позволяет глубже понять суть вещей» [2].

Раскрытие характера математических понятий с точки зрения моделей окружающего мира способствует полноценному усвоению учащимися содержания математического знания. Целенаправленное использование учителем представлений о моделировании оказывает влияние на решение таких педагогических задач, как развитие мировоззрения учащихся, воспитание творческих способностей, усиление межпредметных связей и связей обучения с практикой и т.д. Умение осуществлять моделирование является одной из важнейших составляющих математической и информационной культуры школьников.

На современном этапе моделирование в педагогическом процессе применяется в двух направлениях: в связи с планированием и управлением учебным процессом и в самом учебном процессе [3]. В соответствии с первым направлением моделирование применяется в проектировании и конструировании процесса обучения. В работах С.И. Архангельского, В.Г. Болтянского, Л.Б. Ительсона, В.Н. Мизинцева, Ю.О. Овакимян и других моделирование рассматривается как метод исследования закономерностей учебного процесса и поиска средств наиболее эффективного управления им.

Второе направление моделирования предполагает использование его в самом процессе обучения. Оно имеет два аспекта: 1) содержание, которое должно быть усвоено в процессе обучения; 2) способ познания, которым обучаемые должны овладеть, одно из учебных действий, входящее в состав учебной деятельности.

Первый аспект обусловлен задачей формирования у учащихся научно-теоретического типа мышления, то есть мышления о действительности посредством моделей реальных явлений и процессов. Этот аспект обосновывает необходимость включения в содержание образования понятий модели и моделирования и раскрывается в исследованиях В.В. Давыдова, О.Б. Епишевой, О.А. Ивашовой, В.И. Крупича, А.Г. Мордковича, Г.И. Саранцева, Л.М. Фридмана и др.

Второй аспект означает формирование у учащихся умений и навыков моделирования различных явлений и ситуаций, широкое использование моделей как внешних опор для внутренней мыслительной деятельности, для развития научно-теоретического стиля мышления. В исследованиях Г.А. Балла, О.Б. Епишевой, А.Л. Жохова, Л.С. Капкаевой, Ю.М. Колягина, В.И. Крупича, А.Г. Мордковича, Е.И. Турецкого, Г.М. Морозова, Е.С. Муравьева доказана эффективность моделирования при введении отдельных понятий школьного курса математики, например, при изучении действий над числами, при решении текстовых задач.

Однако в имеющихся исследованиях практически не затрагивается вопрос обучения студентов педагогических вузов математических специальностей моделированию как одному из основных методов обучения школьников математике. Ни в одном из исследований не рассматривается комплексная подготовка будущих учителей математики к включению моделирования в содержание предмета и к применению моделирования в обучении школьников.

Умение учителя математики применять моделирование в соответствии с указанными выше направлениями, т.е. при проектировании и конструировании процесса обучения математике и в самом процессе обучения в качестве объекта изучения и метода обучения математике, понимается нами как *использование учителем математики моделирования в обучении школьников.*

Подготовка будущих учителей математики к использованию моделирования в обучении школьников осуществляется в период обучения в вузе. Методика этой подготовки строится на основе поэтапной модели подготовки.

Указанная модель включает в себя: первоначальные сведения о моделировании математических объектов и педагогических ситуаций, полученные в рамках изучения курса информатики, математических, психолого-педагогических дисциплин (*пропедевтический этап*); формирование эмоционально-ценностного отношения к моделированию, потребности будущих учителей математики в приобретении знаний и умений по использованию моделирования в профессиональной деятельности (*мотивационный этап*); знания о моделях, моделировании, видах моделей в обучении математике в школе, этапах моделирования (*теоретический этап*); обучение студентов использованию моделирования при решении различных математических задач, формирование умений, необходимых для осуществления моделирования (*практический этап*), и обучение студентов применению моделирования при анализе, проектировании процесса обучения и непосредственно в процессе обучения математике (*компетентностный этап*).

Методика подготовки будущих учителей математики к использованию моделирования в обучении школьников, разработанная на основе поэтапной модели подготовки, выражается в единстве целевого, содержательного и процессуального компонентов. Целевой компонент методики подготовки содержит в себе: формирование умений моделирования объектов науки (пропедевтический этап); создание мотивации к изучению моделирования и использованию моделирования в профессиональной деятельности (мотивационный этап); формирование знаний об особенностях применения моделирования при решении задач школьного курса математики (теоретический этап); формирование умений осуществлять моделирование при решении задач (практический этап); формирование умений и приобретение опыта использования моделирования в обучении школьников математике (компетентностный этап). Процессуальный компонент включает проблемный, эвристический, исследовательский методы обучения; фронтальные, групповые и индивидуальные способы организации учебной работы студентов.

Содержательный компонент пропедевтического этапа определяется содержанием дисциплин общепредметной и психолого-педагогической подготовки.

Первоначальные представления о моделировании у студентов математических факультетов педагогических вузов формируются в процессе изучения дисциплин предметной подготовки. В рамках этих предметов моделирование используется в двух аспектах: объект изучения (математическая логика, компьютерное моделирование); средство обучения (все математические дисциплины). Студенты изучают понятия «модель», «моделирование», «информационная модель», «кибернетическая модель» и т.п.; знакомятся с классификацией научных моделей.

В курсе дисциплин предметной подготовки студенты осуществляют моделирование как оперирование математическими объектами, представляющими собой преимущественно знаково-символическую деятельность, содержание которой составляет использование и преобразование системы знаково-символических средств. Работа с понятиями алгебры, математического анализа, логики, информатики, программирования и так далее предполагает умение воспроизводить содержание в знаково-символической форме – осуществлять кодирование (формализацию). В рамках дисциплин общепедагогической подготовки у студентов формируются знания по моделированию различных педагогических ситуаций и психической деятельности человека, по изучению компонентов математического содержания.

Содержательный компонент мотивационного этапа включает следующие темы: моделирование как метод познания, моделирование в математике как в науке и в школе. Этот этап направлен на формирование у студентов целостного представления о математике как языке науки, как источнике методов познания окружающей действительности (иллюстрация прикладной направленности математики), как науке, имеющей многосторонние межпредметные связи и связи с жизненным опытом каждого человека.

Для успешной подготовки студентов к моделированию необходимо сформировать у них устойчивый интерес к данному вопросу. Для этого целесообразным представляется предъявление им сведений, отражающих историю развития метода моделирования, использования данного метода в познании окружающей действительности. Проиллюстрировать это можно на примерах из различных областей науки и практики.

Для осознания необходимости получения знаний и приобретения умений по применению моделирования в профессиональной деятельности будущие учителя должны понимать, что математика изучает количественные и пространственные формы, все понятия математики абстрактны и непосредственное рассмотрение этих форм и понятий возможно лишь на их моделях. Для успешной профессиональной деятельности необходимо усвоение содержания математического знания в виде моделей, умение строить и преобразовывать модели.

Содержательный компонент теоретического этапа включает следующие темы: моделирование в обучении математике, этапы моделирования, функции моделирования в обучении. На данном этапе обобщаются и систематизируются приобретенные ранее знания студентов о моделях и моделировании. Далее выявляются отличия в использовании моделирования в математике и других науках, отличия моделирования в математике как науке и в обучении математике в школе, а также функции, выполняемые моделированием в процессе обучения. При этом важно подчеркнуть определяющую роль учителя при обучении школьников моделированию и выделить рекомендации по использованию моделирования в процессе обучения математике в школе.

Практический этап направлен на формирование у студентов умений по использованию моделирования при решении различных задач курса элементарной математики. Этот этап включает в себя следующие темы: способы построения моделей, выделение существенных связей между элементами задачной ситуации, переформулирование прикладной задачи, моделирование при решении текстовых задач, решение задач межпредметного содержания, использование моделей-графов при решении задач, моделирование при решении уравнений и неравенств, моделирование при решении геометрических задач (см., например, [4, 5]).

Первая тема этого этапа «Способы построения моделей» включает в себя задачи, направленные на обучение студентов переводу данных на «язык» математики – формализации, то есть переформулировке, кодировке, замещению объектов ситуации математическими объектами, а также переводу полученных в результате исследования модели данных на «язык» ситуации, т.е. декодировке, переходу от математических объектов к объектам решаемой задачи. Например, перейти от словесной формулировки к математической записи и наоборот, сопоставить схему, график с уравнением или неравенством, составить алгоритм по правилу и т.п.

Следующая тема направлена на обучение выделению существенных связей между элементами задачной ситуации. Многообразие задач школьного курса математики не позволяет создать единую схему анализа существенных связей между элементами задачной ситуации. Поэтому необходимо показать студентам способы выделения этих связей для различных видов задач, проиллюстрировать важность такого анализа, его влияние на процесс и результат решения задачи, а также научить фиксировать существенные связи между элементами задачи в виде таблиц, рисунков, схем, графов и т.п. При формировании умения выделять существенные связи полезно предлагать студентам задачи с недостающими и избыточными данными. В связи с тем, что таких задач практически нет в школьных учебниках, необходимо научить будущих учителей составлять такие задачи самостоятельно на основе имеющихся у них знаний и задач из учебников.

Задачи с недостающими данными. Для составления таких задач можно использовать такой методический прием, как недоопределение условия задачи. Сущность его заключается в том, что из условия задачи убираются данные, которые учащиеся могут восполнить на основе анализа реального смысла учебной прикладной задачи. Рассмотрим применение этого способа на примере следующей задачи.

Задача 1*. Сплав меди с цинком, содержащий 5 кг цинка, сплавлен с 15 кг цинка. В результате содержание меди в сплаве понизилось по сравнению с первоначальным на 30%. Какова была первоначальная масса сплава?*

Переработанная задача имеет следующий вид:

«Сплав меди с цинком, в котором меди больше, чем цинка, и содержащий 5 кг цинка, сплавлен с 15 кг цинка. В результате содержание меди в сплаве изменилось по сравнению с первоначальным на 30%. Какова была первоначальная масса сплава?»

Задачи с избыточными данными. В основе составления таких задач лежит такой методический способ обработки задачи, как переопределение ее условия. Этот способ аналогичен предыдущему, только вместо снятия определенных данных в условие задачи вводят дополнительные данные, которые в процессе решения задачи не используются, а учащийся отбрасывает эти лишние данные на основе анализа реального смысла задачи. Приведем пример.

Задача 2*. Из пункта А в пункт В, расстояние до которого 20 км, выехал велосипедист, а через 15 мин. вслед за ним со скоростью 15 км/ч отправился другой велосипедист, который, догнав первого, повернул назад и возвратился в пункт А за 45 мин. до прибытия первого велосипедиста в пункт В. Найти скорость первого велосипедиста.*

Переработанная задача имеет вид:

«Из пункта А в пункт В, расстояние до которого 20 км, выехал велосипедист, а через 15 мин. вслед за ним со скоростью 15 км/ч отправился другой велосипедист, который, догнав первого, остановился с ним на отдых, продолжавшийся 20 мин. После этого второй велосипедист повернул назад и возвратился в пункт А за 45 мин. до прибытия первого велосипедиста в пункт В. Найти скорость первого велосипедиста».

В рамках темы «Переформулирование прикладной задачи – перевод на математический язык» рассматриваются задачи, для которых создаются цепочки моделей на основе перехода от одной математической задачи к другой (более простой), являющейся моделью исходной, от прикладной задачи к геометрической и т.д.

Рассмотрение задач межпредметного содержания на уроках позволяет раскрыть перед учащимися значение математики в познании окружающего мира. Для этого предлагаются задачи, требующие от них применения знаний других дисциплин. Здесь целесообразно использовать задания двух видов: задачи, в которых сформулирована реальная ситуация и требуется построить соответствующую математическую модель; задачи, в которых предложен математический объект и требуется сформулировать задачу или описать реальную ситуацию таким образом, чтобы этот объект был ее математической моделью. Рассмотрим пример задачи первого из указанных видов.

Задача 3*. Грузовой автомобиль был в пути три дня и проехал 1800 км. Треть пути он преодолел в первый день, в третий день он проехал 80% пути, пройденного им во второй день.*

Задание: внести при необходимости в условие задачи недостающие данные и переформулировать исходную задачу в задачу, отражающую связь математики с другими дисциплинами (физика, химия, экономика, география и т.д.).

Варианты переформулирования исходной задачи:

1. Известно, что автомобиль вез груз в 4 т. Определить минимальную себестоимость груза, если известно следующее: транспортные затраты на каждые 10 км пути составляют 120 рублей, на погрузку и выгрузку товара будет потрачено 4000 рублей, необходимо получить прибыль не менее 150%.
2. Определите путь, пройденный автомобилем в каждый из дней, и его среднюю скорость, если известно, что в первый день он был в пути 6 часов, а в каждый последующий день он был в пути на 1,5 часа дольше, чем в предыдущий (скорость во время движения была постоянной).
3. Изобразите схему движения автомобиля и определите расстояние между пунктами отправления и прибытия, если известно, что в первый день автомобиль двигался в направлении на восток, во второй день половину пути – по направлению на северо-запад, а вторую – на северо-восток, в третий день – по направлению на восток. Отрезком какой длины будет изображено искомое расстояние на карте масштабом 1: 100 000?
4. Определите какое количество (моль) угарного газа было выделено автомобилем за время

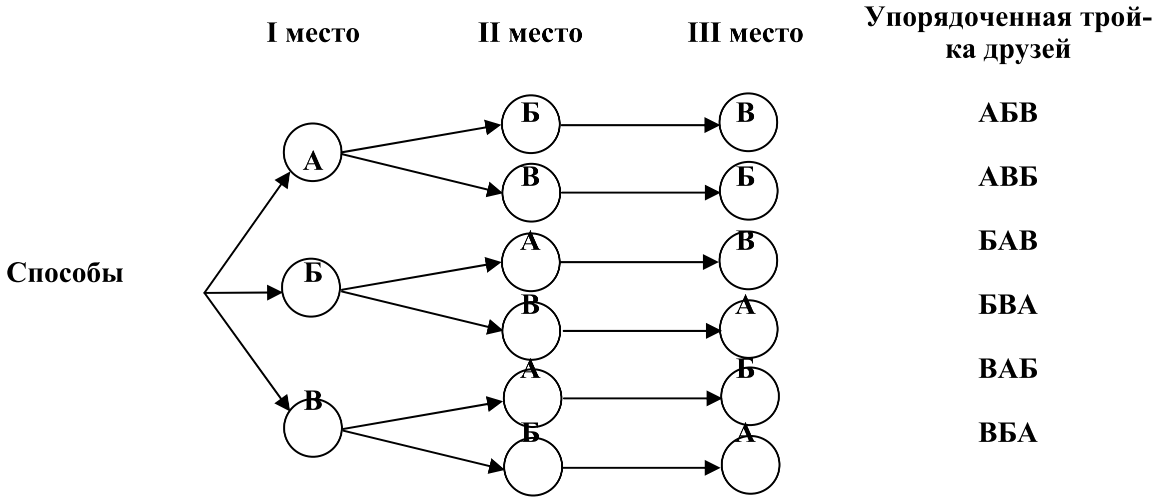
движения, если известно, что он выделяет в атмосферу примерно 2000 граммов угарного газа на каждые 100 км (можно при формулировке указать зависимость от марки бензина и тем самым получить еще несколько задач).

Использование моделей – графов при решении задач позволяет эффективно решать задачи на подсчет всевозможных комбинаций вариантов (такие задачи часто включаются в олимпиадные задания), иллюстрировать процесс анализа и поиска решения задачи. Построение и изучение моделей-графов помогает избегать формализма в знаниях, когда ученик не видит связи математических понятий и фактов с реальным миром.

Для иллюстрации использования графа студентам предлагается, например, такая задача.

Задача 4. *Трое друзей Антон, Борис и Василий купили 3 билета на 1-е, 2-е и 3-е места первого ряда на футбольный матч. Сколькими способами они могут занять имеющиеся места?*

Решение: На 1-е место может сесть любой из трех друзей, на 2-е – любой из двух оставшихся, а на 3-е – последний. Сказанное изобразим с помощью дерева, помещая в вершины графа первые буквы имен А, Б и В:



В рамках темы «Использование моделирования при решении уравнений и неравенств» моделирование используется следующим образом: уравнения и неравенства рассматриваются как модели реальных ситуаций, в процессе решения уравнений и неравенств используются различные виды моделей (таблицы, схемы, алгоритмы, графики функций), способ решения конкретного уравнения или неравенства фиксируется в виде модели процесса решения.

При иллюстрации уравнений и неравенств как моделей реального мира изучение каждого из их видов необходимо предварять задачей, построение математической модели к которой приводит к рассматриваемому виду уравнения или неравенства. Например, перед изучением дробно-рациональных неравенств можно рассмотреть задачу.

Задача 5. *Расстояние между двумя пристанями $\grave{A}$ и $\hat{A}$ плот проплывает за 112 часов. Скорость течения реки 1 км/ч. Катер должен отвезти груз с пристани $\grave{A}$ на пристань $\hat{A}$ и вернуться назад. На разгрузку катера требуется 1 час. Какова должна быть минимальная скорость катера, чтобы он вернулся в $\grave{A}$ не позже, чем через 16 часов?*

В процессе выделения существенных связей между элементами задачной ситуации строится модель условия в виде таблицы.

	S	V	t	
Плот	112 км	1 км/ч	112 ч	
Катер (из $\grave{A}$ в $\hat{A}$)	112 км	$x+1$ км/ч	$\frac{112}{x+1}$ ч	$t=\frac{S}{V}$
Катер (из $\hat{A}$ в $\grave{A}$)	112 км	$x-1$ км/ч	$\frac{112}{x-1}$ ч	$t=\frac{S}{V}$

		$V_{ê} + V_{òå÷}$ (из $\grave{A}$ в $\hat{A}$) $V_{ê} - V_{òå÷}$ (из $\hat{A}$ в $\grave{A}$)	$t_1 + t_2 \le 15$	

Далее строится математическая модель ситуации, описанной в задаче:

$$\begin{cases} x > 0 \\ x > 1 \\ \dfrac{112}{x+1} + \dfrac{112}{x-1} \le 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \dfrac{112}{x+1} + \dfrac{112}{x-1} \le 15 \end{cases}$$

Рассмотрение неравенства, полученного в ходе анализа задачи – изучения модели, позволяет выделить этапы решения этого неравенства, а затем обобщить их для решения всех неравенств этого вида. Выделение этапов решения в виде правила (или алгоритма) представляет собой модель процесса решения.

В содержание компетентностного этапа включаются следующие темы: использование моделирования при проектировании деятельности учителя, использование моделирования при введении математических понятий, конструирование процесса обучения математике с учетом функций, выполняемых моделированием на различных этапах обучения.

В рамках первой темы осуществляется обучение студентов использованию моделирования при составлении календарных, тематических планов, проведении логико-дидактического анализа, разработке и написании конспектов. Занятия по следующим темам направлены на формирование умений и приобретение студентами опыта использования моделирования в обучении школьников математике.

Библиографический список

1. Постников, М.М. В плену случайных метафор [Текст] // Литературная газета. – 30 января, 1980.
2. Мордкович, А.Г. Профессионально-педагогическая направленность специальной подготовки учителя математики в педагогическом институте [Текст]: дис. ... докт. пед. н. – М., 1986. – 355 с.
3. Габдреев, Р.В. Моделирование в познавательной деятельности студентов [Текст]: дис. … канд. пед. н. – Казань, 1981. – 193 с.
4. Садыкова, А.А. Моделирование при решении задач элементарной математики [Текст]. – Волгоград: Перемена, 2010. – 20 с.
5. Мерлина, Н.И., Мерлин, А.В., Шоркина, Л.В. Конструирование математических задач [Текст]: учеб.-метод. комплекс. Ч. II. – Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2007. – 78 с.