

**С. Ф. Митенева**

### **Особенности использования нестандартных задач в обучении математике**

В данной статье педагогическое управление деятельностью учащихся в процессе решения нестандартных задач рассматривается в тесной взаимосвязи с формированием эвристических приемов умственной деятельности. Обращается внимание на самостоятельное составление учащимися нестандартных задач и решение задач несколькими способами.

**Ключевые слова:** педагогическое управление, умственная деятельность, прием, эвристика, творческий поиск, нестандартные задачи.

**S. F. Miteneva**

### **Features of Use of Non-Standard Problems in Mathematics Teaching**

The article considers pedagogical management of pupils' activity in the course of the solution of non-standard problems in close interrelation with formation of heuristic ways of cerebration. It draws attention to the independent making non-standard problems by pupils and the solution of problems in several ways.

**Key words:** pedagogical management, cerebration, method, heuristics, creative search, non-standard problems.

В педагогике и психологии рассматривается широкий круг вопросов, связанных с решением некоторой задачи. При этом основной смысл обучения решению задач состоит в том, чтобы научить самостоятельно решать относительно новые задачи, то есть такие, которые являются для субъекта задачами в подлинном смысле слова требующими творческих поисков путей решения, изобретательности, оригинальности суждений.

Педагогическое управление мыслительной деятельностью учащихся в процессе решения задач должно опираться на закономерности мышления и быть связанным с формированием приемов умственной деятельности [7]. Прием деятельности по решению нестандартных задач называют обобщенным, если он «получен на основе анализа частных приемов путем выделения общего, неизменного содержания деятельности по решению конкретных частных задач» [2]. Задача учителя – сформировать тем или иным путем обобщенный прием, так как именно он создает ориентировочную основу необходимой деятельности по решению учебных задач и обеспечивает «переносимость» приема на широкий круг новых частных задач. Самостоятельный перенос знаний и приемов деятельности в новую ситуацию – это уже черта творчества. Организация обучения учащихся переносу усвоенных приемов служит одним из путей обучения их способам усвоения опыта творческой деятельности.

Выделяют два принципиально различных способа деятельности по решению задач: алгоритмический и неалгоритмический (эвристический). Первый характеризуется тем, что решающий задачу осуществляет свою деятельность в соответствии с некоторым известным ему алгоритмом. Второй характеризуется отсутствием или незнанием такого алгоритма решающим, поэтому деятельность главным образом состоит в поиске плана, способа и метода решения конкретной задачи. Отметим, что распознавание вида задачи, выбор наиболее удобной формулы для ее решения, составление алгоритма-программы реализации решения – все эти части деятельности по решению задачи, для которой известен алгоритм, носят неалгоритмический характер, так как в них много эвристических элементов. Вместе с тем в решении задач, алгоритм которых неизвестен, содержатся, как правило, алгоритмические элементы в виде составных частей [4].

В соответствии с существующими принципиально различными способами деятельности по решению задач выделяют 2 группы обобщенных приемов умственной деятельности:

- 1) приемы алгоритмического типа;
- 2) приемы эвристического типа (эвристические приемы).

Формирование приемов мыслительной деятельности алгоритмического типа, ориентирующих на формально-логический анализ задачи, за-

кономерно приводящий к выбору соответствующего конкретного способа решения, является необходимым, но недостаточным условием развития мышления [5]. Приемы алгоритмического типа содействуют совершенствованию репродуктивного мышления как важного компонента деятельности, создают фонд знаний. Они ориентируют человека на установление некоторых связей и отношений между объектами, через которые можно прийти к искомому. Если мы уже знаем, какие связи необходимо учесть при решении задачи, это избавляет нас от повторных открытий. Однако эти приемы не соответствуют специфике продуктивного мышления, а, следовательно, не стимулируют развитие этой стороны мыслительной деятельности. Кроме того, длительные упражнения в решении задач на основе приемов алгоритмического типа формируют установку на действия по готовому образцу, сковывают поиск решения рамками уже известных приемов, возникает так называемый «барьер прошлого опыта».

В отличие от приемов алгоритмического типа, «эвристические приемы ориентируют не на формально-логический, а на содержательный анализ проблем» [4], то есть именно они соответствуют самой природе, специфике творческого мышления, так как стимулируют поиск решения новых проблем, открытие новых для субъекта знаний. Кроме того, многие эвристические приемы стимулируют включение наглядно-образного мышления в процесс решения задач. Тем самым используется преимущество этого вида мышления: у человека появляется возможность «увидеть» ситуацию, описанную в условии задачи, что ведет к целостному восприятию проблемы. Эвристические приемы нацеливают учащихся на использование мыслительного эксперимента, который облегчает постановку и предварительную проверку гипотез, что в конечном итоге приводит к решению задачи. Использование эвристических приемов ведет к появлению новых признаков, свойств объектов, элементы задачи включаются в новые связи, то есть используется оптимальный для творческого процесса «анализ через синтез». Обучение эвристическим приемам оказывает положительное влияние на уровень готовности учащихся к решению нестандартных задач, так как эти приемы помогают действовать в условиях неопределенности, в принципиально новых ситуациях.

Поскольку эвристические приемы самостоятельно формируются лишь у очень немногих учащихся, этому надо специально обучать. Тогда

процесс освоения можно рассматривать как переход от простого ознакомления с их описанием к выработке устойчивых операционных структур, на основе которых разворачивается достаточно сложный эвристический поиск [5]. Рассмотрим задачу, которая может служить иллюстрацией вышеуказанных функций эвристик.

*Задача.* Решите уравнение:

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots + \frac{1}{x}}}}} = x$$

в выражении слева знак дроби повторяется  $n$  раз.

*Решение:* Будем последовательно упрощать дробь:

$$1 + \frac{1}{x} = \frac{x+1}{x}; \quad 1 + \frac{1}{\frac{x+1}{x}} = 1 + \frac{x}{x+1} = \frac{2x+1}{x+1};$$

$$1 + \frac{1}{\frac{2x+1}{x+1}} = \frac{3x+2}{2x+1}; \dots$$

Пока мы не можем решить предложенную задачу, но заметив, что окончательно мы получим какое-то уравнение вида  $\frac{ax+b}{cx+d} = x$ , где  $a, b, c, d$  – некоторые числа, попробуем рассмотреть более общую задачу и использовать ее результат или метод решения.

Уравнение равносильно квадратному уравнению  $x \cdot (cx + d) = ax + b$ , следовательно, может иметь не более двух различных корней. Тогда и исходное уравнение имеет не более двух различных корней (мы учли, что предложенное уравнение не является тождеством, иначе бы ему удовлетворяли любые значения  $x$ , а  $x=0$ , очевидно, не удовлетворяет уравнению).

Но два корня данного уравнения нетрудно найти. Действительно, предположим, что  $x$  таково, что  $1 + \frac{1}{x} = x$ . Тогда, последовательно упрощая левую часть, будем иметь:

$$1 + \frac{1}{x} = x; \quad 1 + \frac{1}{x} = x; \quad 1 + \frac{1}{x} = x; \quad \dots \text{ и окончатель-}$$

тельно приходим к тождеству  $x = x$ . Таким образом, корни уравнения  $1 + \frac{1}{x} = x$  или  $x^2 - x - 1 = 0$ ,

$$\text{То есть } x_1 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}; \quad x_2 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \text{ удовлетво-}$$

ряют заданному уравнению и других корней это уравнение иметь не может.

В специальных исследованиях представлены различные виды и классификации эвристических приемов [1, 3, 5, 6]. Перечислим некоторые эвристические приемы, которые могут использоваться при решении нестандартных задач:

1) конкретизация: ученик придает абстрактным данным более конкретную форму;

2) обобщение: нестандартная задача заменяется более общей, из решения которой непосредственно следует решение данной;

3) упрощение: варьирование состояния объекта при неизменности его качественных характеристик;

4) графический анализ: использование этого приема позволяет вводить наглядные опоры различной степени символизации;

5) абстрагирование: отбрасывание конкретных деталей, выделение данных, их связей и соотношений;

6) варьирование: ученик произвольно отбрасывает или изменяет величину одного из данных (иногда нескольких) и на основе логических рассуждений выясняет, какие следствия вытекают из такого преобразования;

7) аналогия;

8) парадигма: иначе сформулировать задачу и увидеть в ее переформулировке идею решения данной задачи;

9) неполная индукция: непосредственная проверка истинности единичных высказываний, а частные посылки помогают установить общее заключение;

10) моделирование;

11) движение от конца к началу;

12) введение вспомогательных неизвестных с помощью каких-либо соотношений;

13) выдвижение любых гипотез.

Для решения нестандартных задач необходимо сочетание эвристик, причем их разнообразие зависит от специфики задачи. Чем глубже, сложнее отношения и чем более они замаскированы, тем должны быть разнообразнее преобразования, на-

правленные на вычленение скрытых соотношений.

В исследованиях психологов и методистов убедительно показано, что умение школьников решать задачи не пропорционально числу решаемых задач. Действительно, при выделении и усвоении общего способа решения частных задач учащиеся сопоставляют пути их решения, выделяя при этом некоторый общий путь.

Итак, необходимо отметить, что педагогическое управление деятельностью учащихся в процессе решения нестандартных задач должно быть связано с формированием эвристических приемов умственной деятельности. Необходимо обратить особое внимание на самостоятельное составление учащимися нестандартных задач и решение задач несколькими способами.

Перед учителем математики стоит нелегкая задача – преодолеть в сознании учеников возникающее представление о «сухости», формальном характере математики. Одним из способов решения этой проблемы является решение нестандартных задач на уроках математики со всеми учащимися.

#### Библиографический список:

1. Балк, М. Б. Поиск решения [Текст] / М. Б. Балк, Г. Д. Балк. – М. : Дет. лит., 1983. – 143 с.
  2. Епишева, О. Б. Учить школьников учиться математике: Формирование приемов учебной деятельности [Текст] : кн. для учителя / О. Б. Епишева, В. И. Крупич. – М. : Просвещение, 1990. – 128 с.
  3. Ильясов, И. И. Система эвристических приемов решения задач [Текст] / И. И. Ильясов. – М. : Изд-во Российского открытого университета, 1992. – 140 с.
  4. Калмыкова, З. И. Продуктивное мышление как основа обучаемости. [Текст] / З. И. Калмыкова. – М. : Педагогика, 1981. – 200 с.
  5. Кулюткин, Ю. Н. Эвристические методы в структуре решений [Текст] / Ю. Н. Кулюткин. – М. : Педагогика, 1970. – 231 с.
  6. Развивающие задачи для математического досуга [Текст] / сост. Э. А. Кремнев, З. С. Сухотина. – М. : Школа-пресс, 1993. – 95 с.
- Слепкань, З. И. Психолого-педагогические основы обучения математике [Текст] : Метод. пособие / З. И. Слепкань. – Киев: Рад. шк., 1983. – 192 с.

