

**А. М. Маскаева, Е. И. Смирнов, С. В. Сергеев, В. С. Абатурова**

### **Спирали и кластеры фундирования в предметной подготовке и деятельности педагога**

Предлагается эффективный механизм формирования интеллектуальных операций обучающихся в процессе обучения математике, как школьников, так и будущих педагогов. Таким интегративным конструктом являются спирали и кластеры фундирования предметной деятельности, основанные на методе наглядного моделирования и приемах актуализации и развития личностных качеств обучающихся. Предложенные примеры иллюстрируют и конкретизируют теоретические инновации.

**Ключевые слова:** интеллектуальные операции, спирали и кластеры фундирования, наглядное моделирование, обучение математике.

**A. M. Maskaeva, E. I. Smirnov, S. V. Sergeev, V. S. Abaturova**

### **Spirals and Clusters of Founding in the Teacher's Subject Training and Activity**

The effective mechanism of formation of students' intellectual operations in the course of Mathematics training, as well as school students and future teachers, is offered. Such an integrative construct is spirals and clusters of founding of the subject activity, based on the method of visual modeling and methods of actualization and development of students' personal qualities. The offered examples illustrate and concretize theoretical innovations.

**Key words:** intellectual operations, spirals and clusters of founding, visual modeling, Mathematics training.

Рассмотрение концепции фундирования в рамках культурно-исторической парадигмы Л. С. Выготского [1] приводит к необходимости проектирования в процессе обучения поэтапного развертывания интегративных конструктов знания и образцов деятельности в соответствии с наличным состоянием опыта и развития высших психических функций индивида (социальное). При этом должно диагностироваться появление обобщенных конструктов состояния приобретенного опыта и «прирост» личностных характеристик в «зонах ближайшего развития» («цепь качественных изменений» по Л. С. Выготскому) на фоне совместной деятельности педагога и ученика в явно актуализированном спиралевидном или кластерном формате процессов представления знаний и способов деятельности (индивидуализация). Качественная особенность появления фундирующего эффекта в развертывании спиралей или кластеров фундирования заключается в «априорном» выявлении и дальнейшей актуализации обобщений существенных связей не только в рассматриваемых процессах, явлениях и фактах в ходе познавательной деятельности, но и в становлении психических процессов и функций, обучаемых в «зонах ближайшего развития». Так, по мнению Л. С. Выготско-

го, процесс психического развития состоит в перестройке системной структуры сознания, которая обусловлена изменением его смысловой структуры. То есть уровень развития обобщений – «зона ближайшего развития – определяет функции, не созревшие еще, но находящиеся в процессе созревания, которые созреют завтра, которые сейчас находятся еще в зачаточном состоянии; функции, которые можно назвать не плодами развития, а почками развития, цветами развития то есть, тем, что только созревает». В развертывании метафор «плод», «почка», «цветы» в цитате Л. С. Выготского явно прослеживаются атрибуты фундирования: этапность и переходы одного состояния сущности в другое, при этом наличие существенных связей «психической функции» безусловно подразумевается внутренним контекстом «психической функции» вплоть до актуализации обобщающего конструкта (в данном случае, метафора «плода»). Отметим, что по классификации А. В. Карпова и И. М. Скитяевой [2] психические процессы подразделяются на два уровня: процессы «первого порядка» – когнитивные, эмоциональные, мотивационные, волевые, и процессы «второго порядка» – интегральные процессы регуляции деятельности и поведения – целеобразования, антиципации,

принятия решения, прогнозирования, программирования, планирования, контроля, самоконтроля. Очень важно отметить, что понятие «зоны ближайшего развития» применимо к различным сторонам личности, в т. ч. и к расширению опыта личности. При этом, как правило, психологи отмечают латентность созревающих функций (опыта), внешнюю и внутреннюю детерминацию ее процессуальных различий. Как показали ученые Харьковской школы психологии: А. Н. Леонтьев, А. В. Запорожец, П. Я. Гальперин и др., в основе развития обобщений лежит непосредственно практическая деятельность индивида. Поэтому, в нашей концепции фундирования [10] уровень потенциального развития функций (расширения опыта) задается совместной деятельностью педагога и ученика по освоению в предметной деятельности идеальной моделью факта, явления или процесса – спирали или кластера фундирования, задаваемых «априори» и определяющих «расстояние», «расхождение», «как далеко простирается такая возможность» по Л. С. Выготскому между актуальным и потенциальными уровнями развития функций (расширения опыта). «Зона ближайшего развития – это расстояние между уровнем его актуального развития, определяемым с помощью задач, решаемых самостоятельно, и уровнем возможного развития ребенка, определяемым с помощью задач, решаемых ребенком под руководством взрослых и в сотрудничестве с более умными его товарищами» [3]. Успешное формирование зон ближайшего развития психических функций (расширения опыта) на основе концепции фундирования предполагает также проектирование эффективных процедур мониторинга и методик диагностики результатов как в когнитивной так и в аффективной областях.

Тип моделирования идеального объекта (потенциальное развитие) на основе выявленной сущности может быть феноменологическим и генетическим. Следуя теории В. В. Давыдова и Д. Б. Эльконина, можно отметить, что *феноменологический* тип соответствует атрибутам и свойствам формирования эмпирического мышления, когда происходит обозначение чувственно данных свойств объектов и их связей, абстрагирование этих свойств, объединение их в классы и обобщение на основе формального тождества их отдельных свойств и их внешних изменений во взаимодействии. *Генетический* тип моделирования, соответствует атрибутам и свойствам формирования теоретического мышления, когда

осуществляется установление неявных скрытых существенных связей объектов, процессов и явлений роли и функций отношения компонентов внутри системы, условия их происхождения и преобразования. После анализа выявления сущности и самого идеального объекта происходит восхождение к истинному чувственно-конкретному целому.

Фундирование опыта личности становится особенно актуальным в современный период, когда возрастают тенденции к развитию мотивационной сферы, метакогнитивного опыта, процессов самоактуализации и самореализации личности на фоне развертывания адекватных педагогических условий, предметного содержания, средств, форм и технологий обучения предметам естественнонаучного и гуманитарного циклов. Фундирующие процедуры перехода от наличного состояния сущности и ее актуального представления к обобщенному потенциальному развитию сущности в форме идеального объекта (процесса или явления, состояния личностных качеств) являются многоэтапными, полифункциональными, направленными и интегративными по актуализации внутри и межпредметных связей. При этом процедуры перехода в зонах ближайшего развития будут более выраженными и направленными, если ориентировочная и информационная основы учебной деятельности обучаемых цементируются специально проектируемым содержанием обучения, наглядно моделируемым в форме спиралей или кластеров фундирования базовых учебных элементов. Выделим ряд этапов развертывания фундирующих процедур в соответствии с теорией поэтапного формирования умственных действий П. Я. Гальперина и Н. Ф. Талызиной [4]:

– **мотивационный** (актуализация ценностных и личностно-смысловых характеристик познавательной деятельности обучаемых и результатов диагностических процедур на: значимость, раскрытие внутренней сущности, красоты и единства учебного предмета; поиск и анализ выявления этапов научного познания, методов исследования и механизмов осуществления внутрипредметных и межпредметных связей на основе профессионально-ориентированного и исследовательского подходов; настрой личности на самоопределение и самоактуализацию, освоение принципов и стилей научного мышления: индукции, дедукции, инсайта, аналогии, инверсии и антиципации;

– **ориентировочно-информационной насыщенности** (проектирование наглядных моделей

фундирующих процедур представления учебных элементов, действий, компетенций, характеристик личностных качеств на основе выявления существенных связей и преемственности обобщений (эмпирических и теоретических), адекватности и эффективности соотнесения направленности «цель-результат», базовости и интегративности проектируемых конструктов как ориентировочной и информационной основы целенаправленной и вариативной учебной деятельности;

– **процессуально-деятельностный** (проектирование и организация технологических процедур освоения обучаемыми предметного содержания в ходе развертывания этапов и приемов познавательной деятельности на основе актуализации спиралей и кластеров фундирования наличного состояния опыта (характеристик личностных качеств). При этом разрабатываются и реализуются формы, методы и средства освоения учебного предмета, адекватные своим локальным, модульным и глобальным проявлениям развертывания фундирующих процедур на основе познавательной самостоятельности и творческой активности обучаемых;

– **контрольно-коррекционный** (проектирование функций и этапов мониторинга и диагностических процедур измерения состояния и расширения опыта, развития психических функций и характеристик личностных качеств обучаемых; определение и оптимизация технологических процедур и предметного содержания образования, уровня освоения сущности и этапов развертывания спиралей и кластеров фундирования; определение целостного комплекса спиралей и кластеров фундирования опыта личности в ходе освоения учебного предмета как необходимого компонента дидактического поля и основы вариативности содержания профессионально-ориентированного обучения.

Рассмотрим некоторые примеры развертывания фундирующих процедур.

*Пример 1.* В настоящем примере представлена технологическая цепочка реализации концепции наглядного моделирования интегративных конструктов (сущности) математических объектов [11] посредством конструирования и освоения *оснащенной спирали фундирования* в процессе обучения математике. Цель инновационного подхода – генерирование студентами-гуманитариями на занятиях по математике конкретных проявлений сущности математического понятия, метода, теоремы, алгоритма, процедуры

и т. п. Эти конкретизации могут находиться в поле актуальных интересов (как учебных, так и профессиональных) и опыта личности, быть доступными для восприятия и самостоятельного исполнения, иметь достаточный уровень вариативности и информационной насыщенности, стимулировать рефлексивные и коммуникативные процессы. Такая активность студентов-гуманитариев генерируется на разных уровнях (подражания, творческой самостоятельности или имитации творчества) и характерна также для, так называемых, творческих профессий (актера, танцора, фигурном катании и др.) и оказалась эффективной в обучении математике студентов гуманитарных специальностей. Актуализация интегративных связей между математикой и гуманитарными науками как предметов, лежащих в основании профессионального образования студентов, ответственна за усиление гуманитарного потенциала будущего педагога, определяя процессы социализации и адаптации к изменяющимся явлениям в мировом образовательном процессе, так же как и стимулирующего гармоничное развитие интеллектуальных сил и личных качеств студентов. Гуманитарные науки (иностранные языки, например) всегда стремятся решать свои проблемы с помощью представления вербальной информации, широких социальных взаимодействий и приоритета практической реализации теоретических построений при опоре на использование личного опыта. Математика же хочет достигнуть логической завершенности в теории и конкретной деятельности, стремится оперировать математическими знаниями, основанными на моделях и целостности, которые служили бы инструментом для решения проблем и объяснения социально-гуманитарных процессов и явлений. Содержание математического образования студентов гуманитарных направлений и специальностей (как правило) состоит на теории множеств, дискретной математики, элементов математической логики и анализа, теории вероятностей и математической статистики. При этом у студентов-гуманитариев существуют определенные трудности в изучении и освоении математики: они не усматривают реальных связей между математикой и специальными предметами, диагностируется слабая способность к пониманию математических идей, слабая мотивация к изучению математики. Намечается некоторый разрыв между направленностью личности к самореализации и целями математического образования, тенденциями к комфортному воспри-

ятию вербальных и наглядных конструктов и слабым уровнем и способностями к математическим обобщениям и восприятию теоретических конструкций, явно проявляющимися тенденциями избегать деятельности с математическими объектами и процедурами.

В свете нашей концепции фундирования влияние гуманитарных наук и математики на формирование профессиональных компетентностей будущего педагога будет особенно сильным, если процесс их освоения и изучения (так же как и выбор соответствующего содержания) будет интегрирован и взаимоувязан на уровне диалога культур. При этом необходимо максимально способствовать актуализации личностного опыта студентов настолько это возможно для повышения эффективности образовательного процесса. Однако стоит упомянуть, что воздействие гуманитарных наук на математику и математики на гуманитарные науки не пропорционально и имеет определенные особенности интеграции как в средствах, так и в формах представления. Математика, будучи объективно чрезвычайно формализованной наукой, требующей высокого уровня абстракции и понимания связей и генезиса математических конструкций от фактов и процессов реального мира, нуждается в актуализации конкретных управляющих процедур, мотивирующих и моделирующих когнитивную деятельность студентов-гуманитариев во время ее изучения. Это определяет следующие основные компоненты влияния гуманитарного содержания на процесс изучения математики с развивающимся и профессионально-ориентированным эффектом:

– *мотивационный* (определение личностного смысла деятельности в направлении вектора «цель-результат»). Например, возникновение мотиваций, стимулируемых гуманитарным содержанием, может быть проявлено в факторности критерия *целостности диалога культур* (ожидание процессов актуализации гуманитарного опыта для проявления интеллектуальных действий в освоении математических знаний: ожидание может формироваться как в репродуктивной, так и в продуктивной учебной деятельности). Таким образом, в первом случае, они могут сформироваться путем исследования педагогом совместно с обучаемыми математической сущности гуманитарных проблем, явлений и процессов, приводящих к мотивированному введению и освоению математических понятий, процедур и теорем в ходе учебной деятельности.

Во втором случае, это может сформироваться, например, в исследовательской деятельности студентов в малых группах, нацеленных на решение гуманитарных проблем посредством математических инструментов и моделирования;

– *достижения* (создание ситуации разрешения гуманитарной проблемы, которая стимулирует появление и использование новой математической информации, на основе актуализации личностного опыта);

– *фоновый* (создание содержательно-гуманитарных условий развертывания фундирующих процедур для направленного восприятия и стимулирования умственной деятельности в процессе освоения математики);

– *самоопределения* (создание ситуативного доминантного признака социального выбора студентов при решении социально-гуманитарных проблем с максимальным использованием математических ресурсов и моделирования).

В этой ситуации мы должны определить инновационные методы, формы, содержание, ресурсы и технологии обучения математике, в условиях, когда учебная и исследовательская деятельность студентов развертывается на фоне интеграции математики и гуманитарных наук, актуально просматривающегося диалога естественнонаучной и гуманитарной культур. Студенты должны показать в своей учебной и исследовательской деятельности с гуманитарно-ориентированным математическим знанием такие признаки научного мышления и интеллектуальных действий как: способность проникновения в существо гуманитарного знания посредством математического моделирования; умение генерировать и обосновывать суждения на основе нелинейного мышления; готовность к наглядному моделированию гуманитарного знания, процессов и явлений на фоне адаптации к ситуациям интеллектуального напряжения; развертывание фундирующих процедур в контексте социальных взаимодействий и актуализации личностного опыта.

Основная идея конструирования *оснащенной спирали фундирования математического знания* в условиях гуманитарного образования – освоение математики на основе актуализации личностного опыта и творческого потенциала гуманитарного знания в процессе решения студентами математических задач непосредственно на основе наглядного моделирования и анализа обобщенного образца математической деятельности,

исследуемого педагогом совместно со студентами. Такая учебная и исследовательская деятельность студентов-гуманитариев будет представлять собой личностно-ориентированную деятельность на основе обобщенной математической модели, включенную в процесс создания нового опыта на базе имеющегося гуманитарного, и предполагает наличие системных изменений условий и способов использования математических действий на основе их поэтапного фундирования во время решения гуманитарных задач. Такой подход будет способствовать побуждению к ментальной активности студентов, росту творческого потенциала в направлении профессии, деятельности и осмыслению наглядного моделирования конкретных форм гуманитарного знания, процесса или явления.

Мы будем использовать следующие методологические идеи для эффективной гуманизации математического образования студентов – гуманитариев и решения профессионально – ориентированных задач на основе использования наглядного моделирования и развертывания фундирующих процедур:

– *постановка гуманитарных проблем с эффективным решением математическими средствами* (актуализация гуманитарных наук и математического знания на основе интеграции; участие в постановке и обсуждении образова-

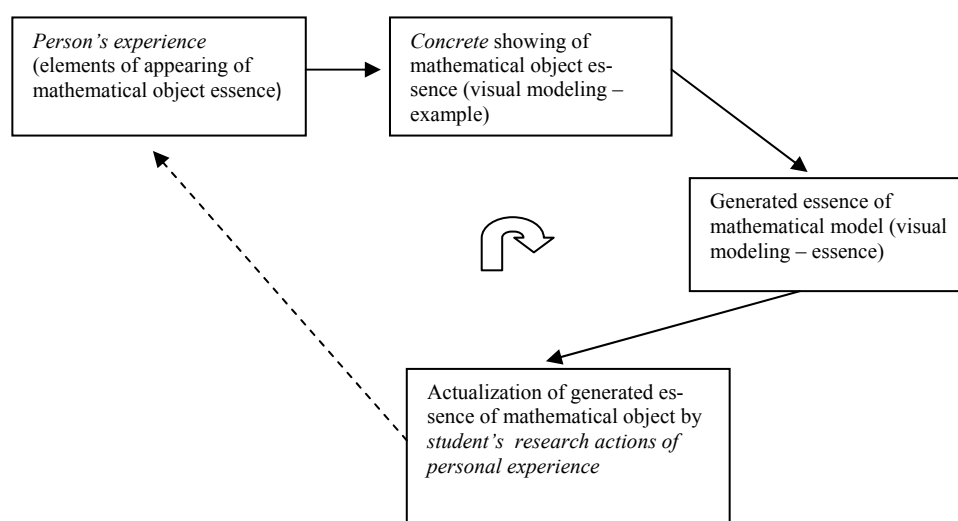
тельных задач; построение гуманитарных и математических моделей реальных процессов или явлений; способность к отбору и консолидации (в мышлении и когнитивной деятельности студентов) исходных данных и математического аппарата для решения гуманитарных проблем);

– *познавательная активность студентов при использовании обобщенной математической модели-образца* (учебная и исследовательская деятельность студентов, нацеленная на создании и поиск новых моделей; поисковый эксперимент, на основе использования численных методов и вычислительных процедур, в т. ч. использования информационных технологий и диагностики информационной динамики параметров; мониторинг, контроль и анализ полученных результатов, поиск интегративных связей и перспектив развития; навыки наглядного моделирования и оценки состояния реальных процессов);

– *эффективность использования ресурсов (материальных, материализованных, идеальных) для актуализации когнитивных процессов и социального взаимодействия* (презентация адекватных результатов в практической деятельности, групповом анализе, информационном обмене, презентации результатов; наглядное моделирование в когнитивной деятельности; рефлексия и внутренний план действий студентов).

Схема 1

Оснащение спирали фундирования математических знаний



Анализ результатов внедрения оснащенных спиралей фундирования в процесс обучения математике студентов-гуманитариев заставил нас убедиться, что гипотеза относительно возможности повышения интереса к изучению математики на основе интеграции учебной и исследовательской деятельности с математическим знанием и личным гуманитарным опытом студента последовательна, логична и подтверждается экспериментальными данными. Это может быть достигнуто посредством развития комплексов ресурсных занятий и развертывания фундирующих процедур на фоне актуализации познавательной и творческой деятельности студентов.

Проводимое исследование показало также важность выбранной тематики и частично подтвердило выдвинутую гипотезу о значении комплексного подхода во взаимодействии гуманитарных наук и математики. Исследование результатов наглядного моделирования гуманитарных и математических процессов на основе интеграции фундирующих процедур и личного гуманитарного опыта студентов, активизация мотивационных и когнитивных структур в процессе изучения математики способствовала положительным изменениям в личностном развитии и успешности освоения математической деятельности студентами-гуманитариями. Рекомендуется развивать технологию внедрения *оснащенных спиралей фундирования математических знаний* в процесс обучения математике студентов гуманитарных направлений и специальностей университетов на основе обоснованного отбора обобщенных математических конструктов и дидактического анализа выполнимости и адекватности технологических новшеств в актуальном поле гуманитарного знания.

*Пример 2.* Фундирование опыта личности, осуществленное в предыдущем примере на основе оснащенной спирали, следовало известному тезису А. Н. Леонтьева о целевой установке и представляло явный феноменологический тип. Проектирование и реализация такого рода спиралей фундирования в процессе обучения очень эффективно так, как создает дополнительные ориентиры и интегративные конструкты в зонах актуального развития обучаемых. Развертывание таких спиралей охватывает активность обучаемых во всех стадиях когнитивной деятельности по П. Я. Гальперину и Н. Ф. Талызиной: ценностно-мотивационной, ориентировочной, исполнительской и контрольно-коррекционной. Создание средств управления когнитивными процессами и поддержка познавательной активности обучаемых позволяет создавать технологии формирования и расширения предметного опыта в ходе профессиональной подготовки (и школьного обучения также). Однако целостно и

целенаправленно может формироваться на основе концепции фундирования не только опыт личности, но и отдельные психические функции и интеллектуальные операции. Развитие последних очень важны (например, в контексте развития способностей) и следуя В. Д. Шадрикову [5] под «интеллектуальной операцией будем понимать осознанные психические действия, связанные с познанием и разрешением задач, стоящих перед индивидом». Интеллектуальные операции (как когнитивные, так и метакогнитивные) определяют содержание универсальных учебных действий таких как: моделирование, целеполагание, планирование, анализ, синтез, аналогии и др. Формирование интеллектуальных операций (также как и универсальных учебных действий) представляет собой далеко не решенную дидактическую проблему. Немаловажным аспектом является и то, что Федеральные образовательные стандарты общего образования второго поколения ориентированы, в частности, на формирование универсальных учебных действий как ключевых в раскрытии «умения учиться».

Категория моделирования как метод научного познания, как интеллектуальная операция, как способ формирования обобщенных действий обучаемого (в том числе, универсальных учебных действий), как средство решения социально-гуманитарных и естественнонаучных задач рассматривалась многими философами, психологами, педагогами (В. В. Давыдов, Л. М. Фридман, В. Д. Шадриков, Л. А. Венгер, Н. Г. Салмина, П. Я. Гальперин, Н. Ф. Талызина, В. А. Штофф, Д. Б. Эльконин и др.). Следуя Н. Г. Салминой [6], дадим определение моделирования как процесса целенаправленного оперирования со знаково-символическими средствами в построении и использования модели, в котором представлены структурные, функциональные, генетические связи объекта на уровне сущности. В работах, проводимых под руководством Л. А. Венгера [7], сформированы требования к обучению моделированию: целесообразно начинать с моделирования единичных конкретных ситуаций, а позднее – с построения моделей, имеющих обобщенный смысл; следует начинать с иконических, сохраняющих известное внешнее сходство с моделируемыми объектами, приходя к моделям, представляющим собой условно-символические изображения отношений (типа кругов Эйлера, графиков и др.); обучение моделированию осуществляется легче, если начинается с применения готовых моделей, а затем – их построения; начинать следует с формирования моделирования пространственных отношений, так как в этом случае форма модели совпадает с типом отраженного в ней содержания; затем переходить к

моделированию временных отношений, а еще позднее – моделированию всех других типов отношений (механических, социальных, математических), заканчивая логическими. Основываясь на принципе психофизического единства (И. М. Сеченов, П. К. Анохин, С. Л. Рубинштейн, В. Д. Шадриков и др.) – «положения о единстве строения и функции, строения аппарата восприятия и функции интеллектуальной операции» [5], выделим уровни развития моделирования как интеллектуальной операции. Это прежде всего уровень *целеполагания* (цель-образ, цель-задание, цель-уровень достижений), уровень *практических действий* с реальным объектом (различение, группировка, сериация, выделение в предмете отдельных частей, свойств, признаков и т. п.), уровень *интеллектуальных действий* (анализ, синтез, сравнение, классификация, ассоциации, выделение опорных пунктов, доказательность и т. п.), уровень *обобщения* интеллектуальных действий по построению модели (категоризация, кодирование, символизация, суждение, абстрагирование, формирование гипотезы, систематизация и т. п.), уровень установления *адекватности модели с реальным объ-*

*ектом* (верификация устойчивости и опорности базовых связей, саморефлексия, интерпретация, понимание, вариативность, принятие решения и т. п.), уровень *переноса* в новую реальность (интерпретация, аналогия, сравнение, контроль, анализ, синтез, перекодирование и т. п.). Ниже предлагается модель поэтапного процесса формирования универсального учебного действия (интеллектуальной операции) моделирования на основе концепции фундирования.

Так, например, определение и обеспечение наглядности ООУД в процессе проектирования исследовательского поведения студентов-физиков путем построения спирали фундирования *универсальных учебных действий моделирования* создает основы для формирования положительной мотивации достижения результатов, самореализации личности и мотивации интеллектуального напряжения. Содержание и структура наглядного моделирования при исследовании фундирующих процедур моделирования физических процессов и явлений средствами математики может актуализироваться в реализации следующей модели.

Схема 2

Спираль фундирования путем наглядного моделирования физических явлений



Таким образом, может быть построена технология реализации концепций наглядного моделирования и фундирования интегративных конструкций (сущности) универсальных учебных

действий моделирования естественнонаучным фоном в процессе обучения математике будущих физиков.

*Пример 3.* Физика и математика как учебные предметы, являясь основой естественнонаучного образования школьника и студента, несут в себе мощный гуманитарный потенциал, определяющий в том числе процессы социализации и адаптации личности к изменяющимся явлениям окружающего мира, равно как и стимулирующий развитие интеллектуальных сил и личностных качеств обучаемого.

Естественно, что физика всегда стремится решать свои задачи, опираясь на интуицию, аналогии и эксперимент, а математики хотят добиться логической завершенности модельности и целостности математических знаний, обслуживающих физические процессы и явления. Физическая наука на протяжении столетий стимулировала математические исследования. Так, механика Ньютона дала мощный толчок к развитию дифференциального и интегрального исчисления, механика упругих сред – тензорному анализу, термодинамика – гармоническому анализу, квантовая электродинамика – теории локально выпуклых пространств и обобщенных функций Л. Шварца и С. Л. Соболева, квантовая механика – теории неограниченных операторов в банаховом пространстве. Поэтому влияние физики и математики на формирование подструктур личности будет тем более весомым, если процесс их преподавания (равно как и отбор надлежащего содержания) будет максимально взаимообусловленным. При этом влияние физики на математику и математики на физику не является симметричным и имеет свои особенности в существе и форме проявления. В то же время *физика*, как педагогическая задача, не может быть эффективно представлена лишь на феноменологической или полукачественной ступени абстракции (без достаточного математического осмысления), по крайней мере, в силу рассмотренного выше ее влияния на математику. Может, однако, создаться впечатление, что математика (особенно в сфере образования) является средством для описания и объяснения физических явлений и процессов или средством для реализации алгоритмических процедур. «Существует широко распространенное заблуждение, что математика полезна для физиков лишь потому, что она дает средства для вычислений». На деле математика играет гораздо более тонкую роль, которая в конечном счете куда важнее. Когда создается удачная математическая модель (физического явления, то есть модель которая позволяет делать точные вычисления и предсказания, то сама математиче-

ская структура модели открывает новые стороны этого явления [8].

В более глубоком анализе влияние математического содержания на освоение физики типологизируется в следующих компонентах:

– *алгоритмико-вычислительном* (определяющим возможность проведения алгоритмических процедур и численных расчетов физических явлений);

– *формализационном* (определяющим степень формализации физических процессов и явлений): измерения, представления и преобразования величин, функциональные зависимости между физическими величинами, знаково-символическая формализация и графическая визуализация физических законов;

– *сущностном* (определяющим возможность проникновения и вскрытия сущности физических явлений и процессов); это становится внешним агентом требований к математической подготовленности ввиду адекватности объяснения сути разнородных физических явлений и процессов информирования мыслительной культуры. Уровень математического образования должен удовлетворять объективные потребности в доказательности, логической завершенности формируемых математических знаний, устойчивости и прочности умений и навыков оперировать с математическими объектами в процессе обучения физики.

– *модельном* (определяющем моделирование физических процессов и явлений), при этом, когда создается и анализируется удачная математическая модель физического явления, то создаются предпосылки для открытия новых сторон этого явления или процесса;

– *эвристическом* (способствующим развитию физического знания и креативности личности);

Это становится важным аспектом математической подготовки студентов-физиков ввиду адекватности объяснения разнородных физических явлений и формирования математической культуры будущих учителей физики.

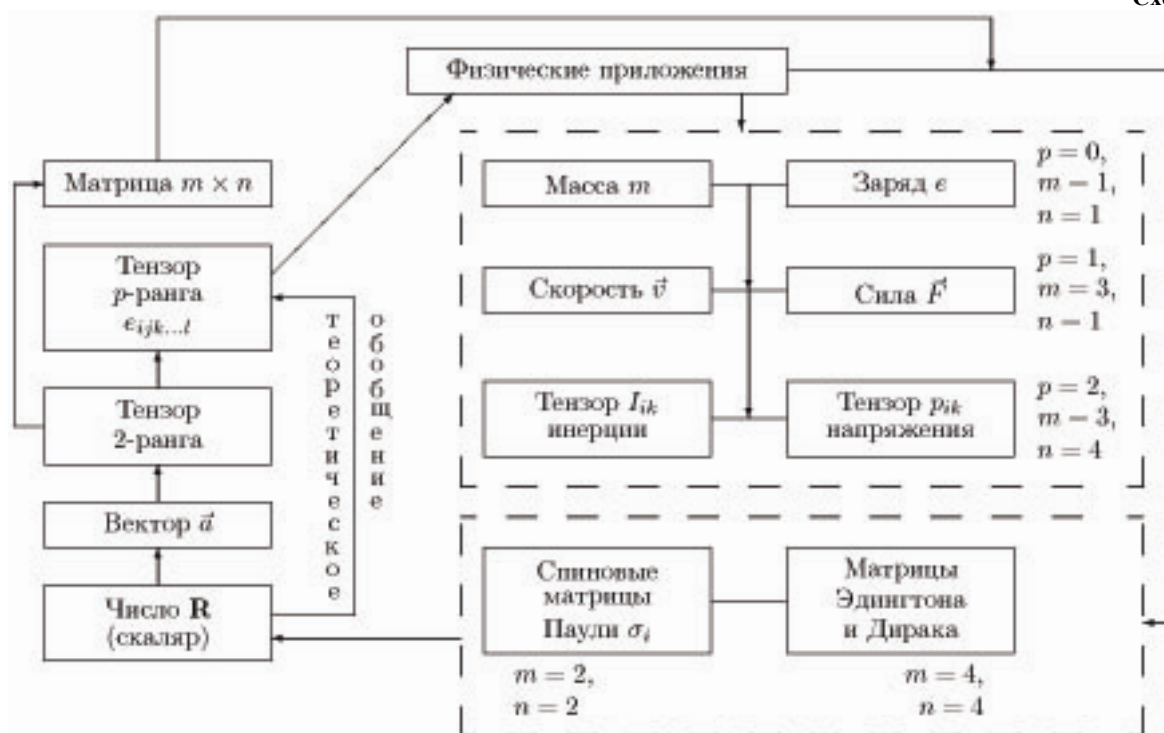
В процесс формирования математических представлений о физических процессах приемами наглядного обучения существенную роль играет специфика математических знаний, умений, навыков и методов. Математика оперирует объектами, уже представляющими абстрагирование от действительного мира и, как правило, обобщающими разнородные реальные и идеальные ситуации: интеграл как обобщение и абстрагирование понятий площади, длины, объема, но в то



же время абсолютно непрерывная функция; производная как обобщение и абстрагирование понятий касательной, скорости, плотности, но в то же время переменная площадь, заключенная под непрерывной кривой. Эти идеальные объекты являются основными для формирования других абстракций: свертка функций, обобщенная производная – распределение, мера, преобразование Лапласа и т. д. Поэтому опоры для внутренних действий обучаемых в процессе наглядного обучения математике следует искать не только во внешних действиях учителя, но и среди остаточных фреймов – следов предыдущих знаний в памяти обучаемых. В процессе выделения основ-

ных компонентов наглядного обучения мы пришли к следующему выводу: в процессе обучения математике студентов-физиков важно предварительно провести подготовку обучаемого к восприятию, четко поставить цель, затем не только предъявить объект изучения, но и организовать деятельность обучаемого при работе с объектом адекватно модели организованного набора математических знаний. Например, более адекватному освоению обобщенных формализованных сущностей физических величин может способствовать развертывание *оснащенной спирали фундирования интегративного единства физики и математики*.

Схема 3



При этом желательно для n-й абстракции основного математического знания (умения, навыка, метода) указывать и обсуждать не менее двух физических приложений (дидактически физические приложения могут предшествовать появлению n-ой абстракции, выполняя функции мотивационного блока). Данная конструкция будет эффективно влиять на целостность и единство физического и математического знания, если ее использовать как мотивационный и интегральный механизмы в проектировании содержания образования.

*Пример 4.* В процессе обучения математике на основе проектирования индивидуальных образовательных траекторий старшеклассников в совместном исследовании с А. М. Маскаевой [9]

были выделены следующие этапы развития рефлексивных умений:

– *функциональный этап:* сознание и коррекция цели и результатов деятельности; слабое проявление социальной перцепции и эмпатии; интеграция когнитивной и личностной подсистем; одномоментность пространственных преобразований предметности;

– *операционный этап:* осознание временной и функциональной последовательности действий; структурная расчлененность деятельности на основе анализа и синтеза; понимание и структуризация прошлого опыта; способность прогноза и планирования результата;

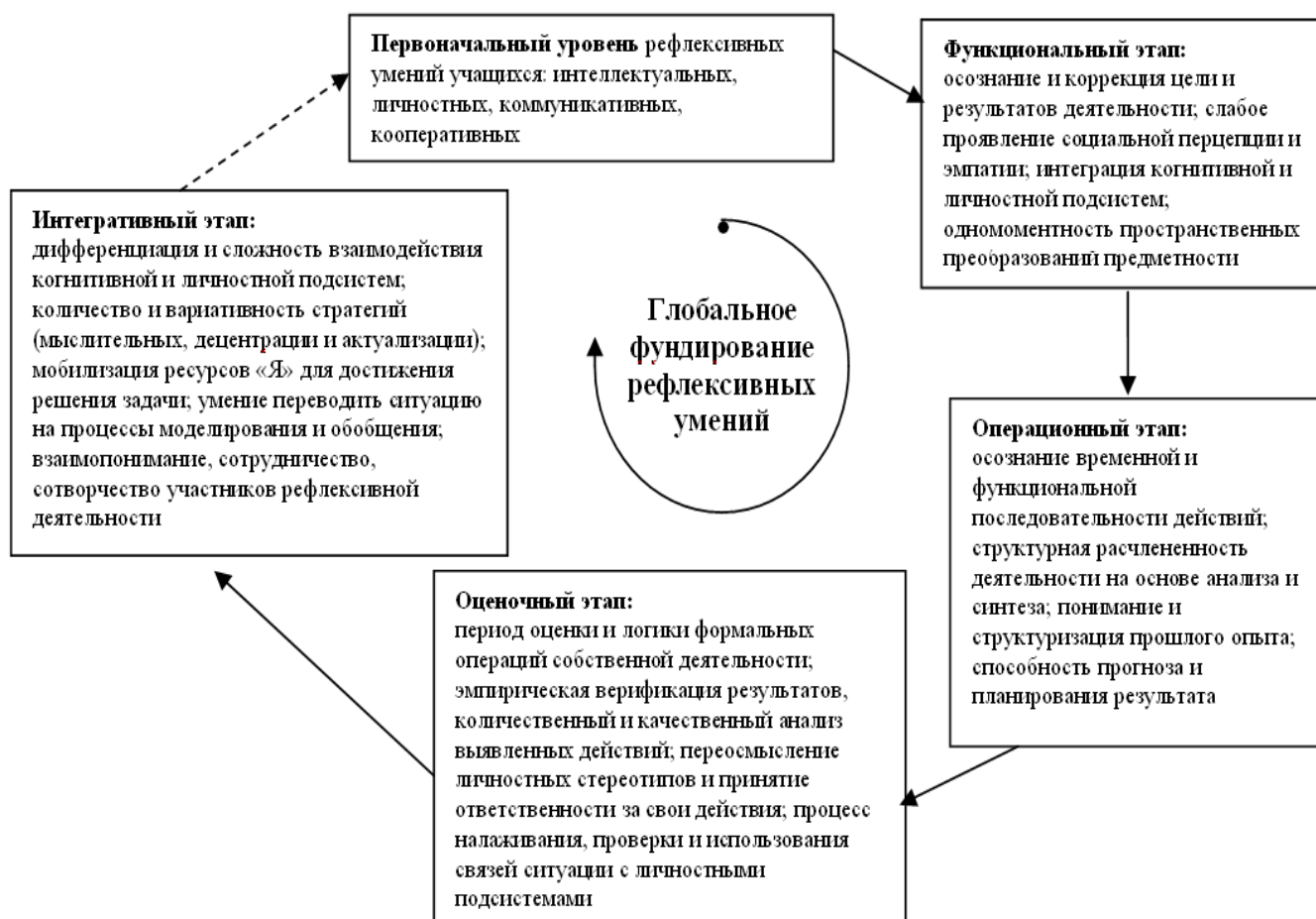
– *оценочный этап:* период оценки и логики формальных операций собственной деятельно-

сти; эмпирическая верификация результатов, количественный и качественный анализ выявленных действий; переосмысление личностных стереотипов и принятие ответственности за свои действия; процесс налаживания, проверки и использования связей ситуации с личностными подсистемами;

– *интегративный этап*: дифференциация и сложность взаимодействия когнитивной и личностной подсистем; количество и вариативность стратегий (мыслительных, децентрации и актуализации); мобилизация ресурсов «Я» для дости-

жения решения задачи; умение переводить ситуацию на процессы моделирования и обобщения; взаимопонимание, сотрудничество, сотворчество участников рефлексивной деятельности.

На основе выделенных этапов генезиса рефлексии старшеклассников в процессе обучения математике на основе проектирования и развертывания индивидуальных образовательных траекторий учащихся, работы над учебным проектом в малых группах, выбора направления изучения учебного модуля была построена спираль фундирования рефлексивных умений.



Процессы выбора реализуются на базе актуализации психических процессов (эмоциональных, волевых, мотивационных и др.). Однако, они не сводятся к ним и всегда характеризуются возникновением и развитием качественно нового уровня психических функций и интеллектуальных операций. Их содержанием выступает интеграция всей системы вовлеченных интеллектуальных операций, имеющих в основном регулятивные функции. К этим операциям относятся: интеллектуальные операции целеобразования,

прогнозирования, планирования, контроля и самоконтроля. Выбор учащимися содержания, метода, форм, средств изучения учебного материала, освоение математического содержания и формы представления результатов происходят на основе развертывания *спирали фундирования рефлексивных умений* как базового механизма успешности осуществления регулятивной функции в освоении математических знаний. При этом управление и контроль характеристик становления рефлексивных умений учащихся определяются

вариативным содержанием обучения, учебными заданиями и тестами контроля успешности освоения материала, фиксацией учебных целей, учебных действий, оценки и результатов когнитивной, метакогнитивной и коммуникативной деятельности.

**Примечания:**

1. Выготский Л.С. Развитие высших психических функций. М.: Изд-во АПН РСФСР, 1960. 500 с.
2. Карпов А.В., Скитяева И.М. Психология метакогнитивных процессов личности. М.: Изд-во «Институт психологии РАН», 2005. 352 с.
3. Выготский Л.С. Динамика умственного развития школьника в связи с обучением. М., 1935. С. 42.
4. Талызина Н.Ф. Управление процессом усвоения знаний. М.: Изд-во Московского ун-та, 1984.
5. Шадриков В.Д. От индивида к индивидуальности. М.: Изд-во «Институт психологии РАН», 2009. 656 с.

6. Салмина Н.С. Знак и символ в обучении. М.: Изд-во МГУ, 1988. 288 с.

7. Венгер Л.А. Развитие познавательных способностей в процессе дошкольного воспитания. Под ред. Л.А. Венгера. М.: Педагогика, 1986. 224 с.

8. Рид Е., Саймон Б. Методы современной математической физики. Функциональный анализ. М.: Мир, 1977. 354 с.

9. Маскаева А.М. Проектирование индивидуальных образовательных траекторий учащихся старших классов в условиях вариативного обучения математике. Дис... канд. пед. наук / Ярославский гос. пед. ун-т. Ярославль, 2011.

10. Подготовка учителя математики: Инновационные подходы. Под ред. В.Д. Шадрикова.- Москва, Гардарики, 2002.-383 с

11. Смирнов Е.И. Технология наглядно-модельного обучения математике. Изд-во ЯГПУ, Ярославль, 1997.- 323 с