УДК 37.02

К. Н. Лунгу, Е. И. Смирнов, В. В. Юдин

Дидактический аспект понимания как необходимого условия формирования профессиональной компетентности студентов

В статье рассматривается вопрос организации понимающего усвоения математики как необходимого условия формирования профессиональной компетентности будущего специалиста. Актуальность задачи обусловлена необходимостью повышения качества математического образования средствами наглядного моделирования, фундирования, установления межпредметных связей.

Ключевые слова: компетентность, понимающее усвоение, понимание и его параметры, наглядность, моделирование, решение линейных систем.

K. N. Lungu, E. I. Smirnov, V. V. Judin

Didactic Aspects of Understanding as a Necessary Condition to Form Students' Professional Competence

In the article the question about organization of understanding learning to Mathematics as a necessary condition to form a future expert's professional competence is considered. Currency of the task is caused by necessity to improve the quality of mathematical education by means of evident modeling, funding, and establishing intersubject communications.

Keywords: a competence, understanding learning, understanding and its parameters, presentation, modeling, solution of linear systems.

Неотъемлемой составляющей полноценной подготовки специалиста технического вуза является математическое образование, служащее основой развития научного и профессионального мышления. Современный инженер должен свободно ориентироваться в математических методах и их использовании, строить и решать математические модели реальных процессов, проводить самостоятельные расчёты, анализировать их и делать правильные выводы. Поэтому формирование высококвалифицированного инженера в своей области невозможно без серьёзной теоретической математической подготовки, которая вносит большой вклад в формирование профессиональной компетентности, трактуемой как важная интегрированная характеристика качеств личности.

Компетентность – это способность и готовность человека применять знания, умения и личностные качества для успешного осуществления практических деятельностей, требующих этапа понимания как интеллектуальной операции, позволяющего оперативно решать возникающие проблемы и задачи в определённой области, в том числе в условиях неопределенности. Компетентность – основное, актуальное, формируемое личное качество; основывающаяся на знаниях, интеллектуально и личностно обусловленная социально-профессиональная характеристика человека. Компетентности, в отличие от обобщённых и универсальных знаний, имеют действенный и практико-ориентированный характер. Компетентность выявляется владением определёнными знаниями и навыками, а также определённым жизненным и профессиональным опытом, на основании которого человек может судить о чём-либо и выполнять какие-либо действия. В то же время компетентность профессионала как интегративная характеристика не может быть сформирована без понимания предмета и метода деятельности, без включения в познавательный процесс элементов теоретического мышления.

Компетенция инженера – это социальное требование (норма) к образовательной подготовке студента, необходимой для эффективной продуктивной деятельности в определённой сфере, она является продуктом междисциплинарного, развивающего образования, имеет интегративную природу и формируется как межпредметный синтез и междисциплинарная кооперация.

Для того чтобы проектировать эффективную методическую систему обучения математике и последующего формирования профессионально-

© Лунгу К. Н., Смирнов Е. И., Юдин В. В., 2013

математических компетенций, необходимо знать, как происходит усвоение учебного материала студентами. Изучение литературы (философской, психологической, педагогической, методической), собственные наблюдения показывают, что процесс усвоения (ПУ) можно представить в виде модели объединения пяти деятельностных компонентов, каждый из которых имеет непустое пересечение с остальными: принимает, понимает, помнит, применяет, переносит. Другими словами, имеет место формула «**пяти П**»: **ПУ=П1+П2+П3+П4+П5**.

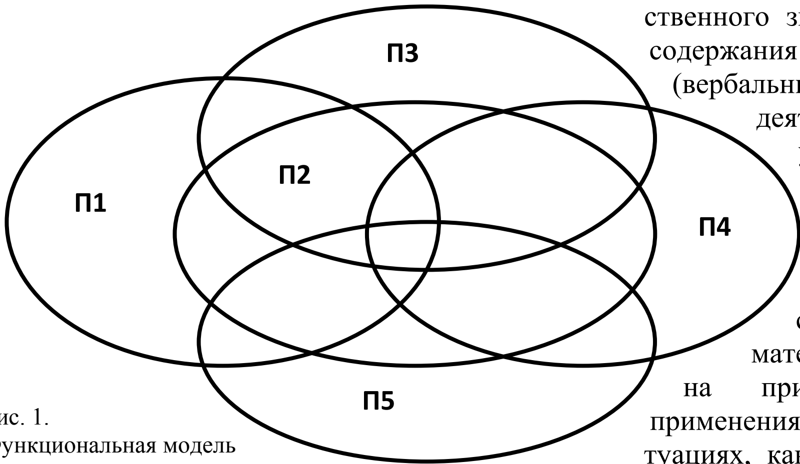

Рис. 1. Функциональная модель процесса усвоения

Формула усвоения «**пяти П**» даёт основания проектировать достижимые цели и надёжные критерии организации эффективного процесса обучения. Компоненты этой формулы зависят: **П1** – от необходимой мотивации студента; **П2** – от уровня владения приёмами мыслительной деятельности и организации внимания; **П3** – от владения приёмами запоминания, а также структуризации и систематизации учебного материала; **П4** – от организации учебного и задачного математического материала, его структуры; **П5** – от профессионально-прикладной ориентации математического содержания. Интегративным механизмом включения всех компонентов эффективного обучения математике являются концепции и технологии наглядного моделирования объектов и процессов и фундирования опыта личности [2, 3].

Каждая педагогическая проблема может найти адекватное решение проектированием и реализацией специальных систем задач – фундирующих комплексов. Поэтому для организации эффективности освоения математической деятельности необходимо иметь пять различных по назначению, объёму и структуре систем задач и определить их технологию и результативность освоения. Авторами разработаны системы математических задач, согласованных со структурой процесса усвоения материала по большинству разделов высшей математики.

Необходимо выявить условия и технологию обучения математике, которые обеспечивают: 1) постижение адекватных значений, роли, функций учебных элементов (объектов, явлений, процессов и методов); 2) выявление содержательных, структурных и логических связей между математическими элементами как элементов собственного знания; 3) перевод математического содержания на разные языки представления (вербальный, символический, визуальный и деятельностный); 4) прочность усвоенного математического содержания, включающая знаково-символическое представление, методы и приёмы его преобразования; 5) целостность, структурность и системность математики, направленность усвоения на приобретение личностного опыта применения математики в конкретных ситуациях, как в учебной, так и в практической деятельности.

Понимание – это психический процесс в мышлении обучаемого, характеризующий адекватность сущности исследуемого математического объекта и перцептивного образа, формируемого в процессе обучения посредством устойчивых усвоенных знаний и актуализированной познавательной деятельности. Уточняем, понимание – это способность человека выявить признаки и свойства учебного элемента, устанавливать содержательные, системные и логические связи между разными учебными элементами, переводить математическое знание на разные языки представления. Интеллектуальная операция понимания является основой для эффективного развития теоретического мышления обучаемых, успешности в освоении предметного содержания обучения.

Это определение является процессуальным, оно позволяет превратить «понимание» в наблюдаемую педагогическую категорию, отвечающую требованиям эмпирической верификации. Понимание можно диагностировать специальными тестами и вопросами: Что? Как? Почему? Откуда? Обучение без понимания лишено всякого смысла; учебный процесс, который ориентирован на накопление сведений без их понимания, приводит к бессмысленному загромождению памяти, рассеиванию внимания, восприятия и мышления, застою в развитии.

Сила и значение математики состоит в универсальности её языка, в общности её методов. Поэтому при изучении математики не обойтись без абстрактных понятий, но излишняя общность изложения, необоснованное введение понятий, недостаточная их интеграция сильно затрудняют восприятие и понимание материала.

Учитывая особенности курса математики, его насыщенность фундаментальным содержанием, сложными теоретическими положениями и вопросами, требующими привлечения большого вычислительного, функционального и процессуального аппарата, множество абстракций, смыслов и интерпретаций, связанных с реальной жизнью, необходимость владения знаково-символическими и изобразительными средствами, важнейшей дидактической и методической проблемой обучения математике, мы выдвигаем **«проблему понимания»**: если правильно ориентировать образовательный процесс на развитие интеллектуальной операции понимания, а не на запоминание математического материала, то эффективность образования существенно возрастёт – результатом образования будет не то, чему человека учили, а то, что он при этом понял и сделал сам.

Компетентностный подход к обучению предполагает модернизацию содержания образования, средств, методов и форм организации учебного процесса с целью повышения его качества и достижения понимающего усвоения. Реализация компетентностно-ориентированного математического образования будущего специалиста возможна, если содержание математического образования будет иметь интеграционный характер, профессионально-прикладную направленность, стимулировать мотивацию к учению, обеспечивать восприятие и понимание специальных и профильных дисциплин, определяющих уровни профессиональной компетентности.

Система профессионально-математических компетенций может быть сформирована в вузе при следующих условиях:

– содержание и структура математической подготовки отражают интеграционные процессы науки и последующей производственной, экспериментально-исследовательской практики, междисциплинарного взаимодействия в системе профессионального образования;

– образовательный процесс формирования компетенций строится целенаправленно и последовательно, обеспечивая условия для овладения студентами профессионально-математическими знаниями и умениями прикладной направленности;

– содержательное наполнение вузовского математического содержания формируется на основе профессионально-прикладного подхода, стимулирующего овладение студентами системой математико-практических компетенций с учетом специфики и вариативности профессиональной деятельности, актуальных и перспективных потребностей рынка труда и тенденций развития соответствующей отрасли;

– студенты мотивированы и активны при овладении в учебных и вариативных формах аудиторной и внеаудиторной математической деятельности математическими методами решения профессиональных задач;

– созданы необходимые условия для реализации технологии формирования в вузе профессионально-математических компетенций будущего специалиста.

Из всего вышесказанного вытекает следующая деятельностная формула: **компетентность = понимание + опыт.**

В научной литературе [1] рассматривают также следующие четыре параметра понимания: отчётливость, полноту, глубину и обоснованность. Отчётливость понимания – это степень осмысления признаков и свойств воспринимаемого объекта. Отчётливость понимания носит субъективный характер, и критичный человек сам должен определить её степень. Недостаточно отчётливое понимание обычно называют смутным, туманным, расплывчатым. Полнота понимания предполагает максимальное выявление содержания усваиваемого объёма информации, и ее можно характеризовать числом как отношение количества понятых человеком элементов, связей и отношений между ними ко всем имеющимся в объекте понимания таким элементам и связям. Глубина понимания характеризуется степенью проникновения в сущность воспринимаемого. Глубину можно связывать с пониманием определений, утверждений, формул, законов, принципов, правил, мыслей, т.е. с тем, что может иметь глубокий смысл. Глубину понимания можно также характеризовать числом: чем больше количество понятий и связей между ними понято в рассматриваемой системе, тем глубже понимание. В зависимости от глубины различают глубокое и поверхностное понимание.

Обоснованность понимания – это осознание оснований, которые обусловливают уверенность в правильности понимания. Эти основания уверенности формируются комплексом аргументов, которые человек использует для доказательства выдвинутых гипотез в ходе процесса понимания. Чем выше уровень логичности мышления, тем выше и субъективная, и объективная обоснованность понимания. Недостаточная обоснованность, как правило, вызывает чувство сомнения в истинности, правильности понимания. Полноту, глубину и обоснованность понимания можно диагностировать системой тестов и вопросов.

Закономерностью развития высшего технического образования является объективный рост количества учебных предметов, видов образовательной деятельности, интеграционных процессов. Это происходит по причине стремительного развития технических и технологических наук, роста их объёма, уровня и степени дифференциации, повышения уровня обобщённости и абстрагирования научных знаний, ведущего к универсализации идей, методов их преподавания. Достигнутый уровень обновления научных знаний в учебных предметах и степень фундаментализации содержания образования свидетельствуют об их разобщённости, неоправданных повторах элементов содержания в различных учебных предметах, отсутствии целостности отражения научных знаний в учебном предмете.

Поэтому необходимо проводить процедуру углубления теоретической и практической составляющих математического образования будущего инженера, изменив содержание и структуру математической подготовки в направлении усиления школьного компонента с последующим фундированием знаний и опыта личности на разных уровнях. Принципиальным проявлением структурообразующего принципа фундирования является определение основы для спиралевидной схемы моделирования базовых знаний, умений, навыков математической подготовки студентов техвузов. Начиная со школьного предмета через послойное фундирование в теоретических дисциплинах, объём и содержание предметной подготовки должны подвергаться изменениям в направлении практической реализации теоретического обобщения школьного знания, которые должны выступать структурообразующим фактором, позволяющим отобрать теоретические знания из предметной области более высокого уровня, через которые происходит фундирование.

Подготовку инженера в системе высшего технического образования необходимо рассматривать как в практическом, так и в теоретическом планах, обращая особое внимание на возможность максимальной эффективности обучения для формирования профессиональных компетентностей и личностного развития студентов. Поэтому концепция фундирования процесса становления личности инженера выступает как эффективный механизм преодоления профессиональных кризисов становления специалиста и актуализации интегративных связей между наукой, профессиональным образованием и производством.

Фундирование – это процесс становления личности инженера в опоре на поэтапное расширение и углубление качеств личности студента, необходимое и достаточное для теоретического обобщения школьного образования, в направлении развития мышления, личностных и профессиональных качеств будущего специалиста [3].

Приведём здесь только один из многих примеров использования названных аспектов в практике обучения студентов.

1. Учебный вопрос «Системы линейных уравнений» (СЛУ) пронизывает весь курс высшей математики как технических, так и экономических специальностей и направлений. СЛУ применяются в аналитической геометрии, математическом анализе, дифференциальном и интегральном исчислении, теории рядов, линейном программировании и т.д. Задачи профессионально-прикладного характера приводятся в основном в курсе линейной алгебры и линейном программировании. Как правило, в задачах линейной алгебры число уравнений равно числу неизвестных. В качестве примера приведём задачу о производственном предприятии [2].

Задача 1. Предприятие специализируется по выпуску продукции трёх видов P_1, P_2, P_3: сапог, кроссовок и ботинок; при этом используется сырьё трёх типов S1, S_2, S_3. Норма расхода сырья каждого на одну пару обуви и объем расхода сырья на один день заданы таблицей:

Вид сырья	Запас сырья ед. на 1 день	Нормы расхода на 1 пару		
		P_1	P_2	P_3
S1	4100	5	3	4
S2	1600	2	1	1
S3	2700	3	2	2
План выпуска		x_1	x_2	x_3

Найти ежедневный объём выпуска каждого вида обуви.

Очевидно, что математическая модель задачи представляет совместную систему из трёх уравнений с тремя неизвестными и X=(200; 250; 100). Решение квадратных систем, по существу, составляет основную цель линейной алгебры. Прочие системы, так или иначе, сводятся к квадратным.

Между тем, вряд ли можно говорить о точных объёмах сырья, необходимых для строительства дорог, заводов, сооружений или изготовления нестандартизованной продукции. Поэтому уместно говорить о приближённом решении подобного типа задач, которые в учебной литературе по алгебре не рассматриваются. Рассмотрим такую задачу.

Задача 2. Дорожная бригада должна отремонтировать три дороги А, Б и В, на что используют камень, щебень, песок и асфальт. Примерные потребности в этих материалах на 1 км длины для каждой дороги, а также наличные запасы на начало работ показаны в таблице.

Вид материала	Запас материала (в тоннах)	Нормы расхода на 1 км. дороги		
		А	Б	В
Камень	105	2	3	5
Щебень	85	1	4	3
Песок	50	2	2	1
Асфальт	45	0	1	3
	План выпуска	x_1	x_2	x_3

Определить примерную длину (в км) дорог А, Б и В, требующих ремонта и для которых будет хватать нужных материалов.

Решение. Математическую модель задачи представляет система

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 105, \\ x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 85, \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 50, \\ x_2 + 3x_3 = 45. \end{cases} \quad (1) \quad \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x_2 + 4x_3 = 55, \\ x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 85, \\ 6x_2 + 5x_3 = 120, \\ x_2 + 3x_3 = 45. \end{cases} \quad (2)$$

Прежде чем какую-либо систему решать, имеет смысл упростить её для визуального и содержательного анализа. В данном случае из первого уравнения вычли третье, второе сохранили, затем из третьего вычли второе, умноженное на 2, и поменяли знаки полученного результата.

Из первого и последнего уравнений системы (2) получаем x_3= 10, x_2=15, а эта пара чисел не удовлетворяет третьему уравнению. Система (2), а тогда и (1), несовместна. Проблемная ситуация средствами алгебры не снимается. Систему совместной не сделаешь.

В алгебре разрабатывается также векторный аппарат, но он остаётся без практического применения к решению таких задач. Именно идея векторных связей позволяет снять проблему и решить поставленную задачу понятным образом в данный момент. Перепишем систему (2) в векторной форме:

$$A_1x_1 + A_2x_2 + A_3x_3 = B, \qquad (3), \text{ где}$$

$$A_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \ A_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \ A_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} 105 \\ 85 \\ 50 \\ 45 \end{pmatrix}$$

Четырёхмерный вектор **B** в R^4 не может быть разложен по трём четырёхмерным векторам, что следует из несовместности системы, хотя это имеет и векторное объяснение: три вектора не образуют базис в R^4. Если вектор **B** проектировать на гиперплоскость трёх векторов $\mathbf{A}_1$, $\mathbf{A}_2$ и $\mathbf{A}_3$, то его проекцию $\mathbf{B}^1$ можно однозначно разложить по этим трём векторам. Это разложение и даёт наилучшее приближённое решение задачи, которое можно сделать достаточно наглядным, доступным и понятным. Для этого мы используем компьютерные информационные технологии в виде презентаций, в подготовке которых участвуют студенты. Как известно, проектирование вектора на вектор связано с их скалярным произведением.

Переходим к проекциям векторного равенства (3) на пространство первых векторов при помощи рабочей таблицы, в которой приведены результаты скалярного умножения уравнения (2) на векторы $\mathbf{A}_1$, $\mathbf{A}_2$ и $\mathbf{A}_3$.

A_1	A_2	A_3	B	A_1^2	A_1A_2	A_1A_3	A_2A_3	A_2^2	A_3^2	A_1B	A_2B	A_3B
2	3	5	105	4	6	10	15	9	25	210	315	525
1	4	3	85	1	4	3	12	16	9	85	340	255
2	2	1	50	4	4	2	2	4	1	100	100	50
0	1	3	45	0	0	0	3	1	9	0	45	135
Сумма			285	9	14	15	32	30	44	395	800	965

Теперь составим соответствующую систему из трёх уравнений с тремя неизвестными:

$$\begin{cases} 9x_1 + 14x_2 + 15x_3 = 395, \\ 14x_1 + 30x_2 + 32x_3 = 800, \quad (4) \quad \Leftrightarrow \\ 15x_1 + 32x_2 + 44x_3 = 965. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9x_1 + 14x_2 + 15x_3 = 395, \\ -2x_1 + x_2 + x_3 = 10, \qquad (5) \\ x_1 + 2x_2 + 12x_3 = 175. \end{cases}$$

Из третьего уравнения системы (4) вычли второе, затем ко второму уравнению прибавили первое, умноженное на –2, и сократили уравнение на 2. Эту систему можно решить известными тремя способами. Лучший метод решения системы (5), конечно, это метод Гаусса, или арифметических действий, но метод определителей позволяет оценить меру сложности, возникающей при переходе от скалярной системы к векторной.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 9 & 14 & 15 \\ -2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 12 \end{vmatrix} = 365 \qquad \Delta_1 = \begin{vmatrix} 395 & 14 & 15 \\ 10 & 1 & 1 \\ 175 & 2 & 12 \end{vmatrix} = 2395$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 9 & 395 & 15 \\ -2 & 10 & 1 \\ 1 & 175 & 12 \end{vmatrix} = 3980$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 9 & 14 & 395 \\ -2 & 1 & 10 \\ 1 & 2 & 175 \end{vmatrix} = 4460 .$$

Ответ:

$x_1 = \frac{2395}{365} \approx 6{,}56$; $x_2 = \frac{3980}{365} \approx 10{,}9$; $x_3 = \frac{4460}{365} \approx 12{,}2$ Общая длина дорог 29,66. Точное значение – 30 км.

Примечание. Это реальная задача, которая связана с тем, что при необходимости запасов **B**=(106; 84; 48; 46)^T транспорт смог обеспечить только условия задачи 2. Если исходная система совместна (она такова при обозначенных здесь новых условиях), то приближённое решение совпадает с точным, поскольку одно уравнение является следствием остальных; при этом система (4) выражает разложимость трёхмерного вектора по базису.

2. Подобные задачи возникают и в разделе «Аналитическая геометрия». Известно, что через две точки можно провести только одну прямую, через три – только одну плоскость, через четыре – одну трёхмерную гиперплоскость, и т.д.

При необходимости установления тренда рыночных, в частности биржевых, процессов и операций сталкиваемся с задачей построения прямой, которая имитирует сильно искажённый линейный процесс. Заметим, что большинство задач прогноза приводят именно к необходимости использования таких математических моделей.

Задача 3. Требуется составить уравнение прямой $y=kx+p$ так, чтобы она проходила как можно ближе к системе точек, координаты которых заданы таблицей

x	$x_1,\ x_2,\ x_3,\ \dots\ x_n$
y	$y_1,\ y_2,\ y_3,\ \dots\ y_n$

С алгебраических позиций задача сводится к приближённому решению системы (в общем случае несовместной) уравнений $\begin{cases} x_1\kappa + p = y_1, \\ . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad , \\ x_nk + p = y_n. \end{cases}$

Более общей является следующая задача.

Задача 4. Требуется составить уравнение плоскости $z=kx+py+q$ так, чтобы она проходила как можно ближе к системе точек, координаты которых заданы таблицей

X	$x_1,\ x_2,\ x_3,\ \dots\ x_n$
y	$y_1,\ y_2,\ y_3,\ \dots\ y_n$
z	$z_1,\ z_2,\ z_3,\ \dots, z_n$

Приближённое решение соответствующих систем уравнений сводится к точному решению модифицированных систем, как это показано выше.

3. Существенно позже в разделе «Функции нескольких переменных» рассматривается «метод наименьших квадратов», который не полностью удовлетворяет требованиям практики: требуется составить уравнение прямой $y=kx+p$ так, чтобы функция $f(k,\ p) = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \kappa x_i - p)^2$ принимала минимальное значение. При этом координаты точек (x_i, y_i) заданы таблицей задачи 3.

Математическая модель этой задачи получается из необходимого условия экстремума функции двух переменных, т.е. условий равенства нулю соответствующих частных производных:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial \kappa} f(\kappa, p) = 0, \\ \dfrac{\partial}{\partial p} f(\kappa, p) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{n} x_i (y_i - \kappa x_i - p) = 0, \\ \sum\limits_{i=1}^{n} (y_i - k x_i - p) = 0 \end{cases}$$

Конечная система из двух линейных уравнений с двумя неизвестными получается, по существу, тем же способом, которым получена система (4) задачи 2.

Между тем постановка этой задачи менее понятна (или вовсе не понятна) потому, что требование, чтобы функция $f(k,\ p)$ принимала минимальное (наименьшее) значение, не обладает наглядностью, не обеспечивает понимание постановки задачи, поскольку не выявляет все содержательные и логические связи практики и теории. Здесь появляется подозрение студентов в том, что математика не может решить другую, более подходящую, задачу, а потому делает то, что может.

Таким образом, рассмотрение только одной задачи, связанной с «методом наименьших квадратов», может и не обеспечивать в сознании обучающихся впечатление о целостности математики. Правда, близкая постановка имеется ещё в разделе «Элементы статистики» при рассмотрении вопроса о корреляционной зависимости между случайными величинами, но в этом случае проблема усугубляется тем, что здесь, как правило, никаких объяснений не приводится. Корреляционная зависимость выражается в терминах математических ожиданий и дисперсий случайных величин Х и У, а потому трудно говорить о каких-либо межпредметных связях.

Приведенная выше схема изучения и применения линейных систем представляет собой фундирование метода «арифметических действий» решения и применения на практике линейных систем как создание совокупности условий (педагогических, психологических, дидактических и методических) для углубления и расширения школьного знания и опыта личности.

Библиографический список

1. Лунгу, К. Н. Понимание как основа формирования профессиональной компетентности инженера [Текст] / Труды IX международных Колмогоровских чтений. – Ярославль, 2011. – С. 153–156.
2. Наглядное моделирование в обучении математике [Текст] : теория и практика / под ред. Е. И. Смирнова. – Ярославль : Индиго, 2007. – 450 с.
3. Подготовка учителя математики: инновационные подходы [Текст] / под ред. В. Д. Шадрикова. – М. : Гардарики, 2002. – 323 с.

Bibliograficheskij spisok

1. Lungu, K. N. Ponimaniye kak osnova formirovaniya professional’noj kompetentnosti inzhenera [Tekst] / Trudy’ IX mezhdunarodny’h Kolmogorovskih chtenij. – Yaroslavl’, 2011. – S. 153–156.
2. Naglyadnoye modelirovaniye v obuchenii matematike [Tekst] : teoriya i praktika / pod red. Ye. I. Smirnova. – Yaroslavl’ : Indigo, 2007. – 450 s.
3. Podgotovka uchitelya matematiki: innovacionny’ye podhody’ [Tekst] / pod red. V. D. Shadrikova. – M. : Gardariki, 2002. – 323 s.