

**В. Е. Фирстов, Р. А. Иванов**

### **Из истории стенографии и интерпретации закона Ципфа–Мандельброта в учебном процессе**

В работе на основе ретроспективного анализа теории стенографии рассмотрены проявления закона Ципфа–Мандельброта в учебном процессе в виде закономерностей профессиональной направленности, статистики ошибок результатов тестирования и содержания литературных произведений.

**Ключевые слова:** стенография, закон Ципфа–Мандельброта, оптимальное кодирование, обучение, квантитативная когнитология.

**V. E. Firstov, R. A. Ivanov**

### **From stenography history and interpretation of Zipf–Mandelbrot’s law in the educational process**

In the work on the basis of the retrospective analysis of the stenography theory are regarded embodiments of Zipf–Mandelbrot’s law in the educational process in the form of regularities of the professional orientation, statistics of errors of test results and contents of literary works.

**Keywords:** stenography, Zipf–Mandelbrot’s law, education, quantitative cognitology

**1. Из истории языка и стенографии.** Язык человеческого общения – это область, где принцип математической абстракции реализовался раньше всего в виде письменности, представляющей формализацию человеческой речи с помощью символов. По имеющимся данным, письменность возникла в конце 4-го–начале 3-го тысячелетия до н. э. в Египте (иероглифы) и Месопотамии (клинопись). В середине 2-го тысячелетия до н. э. иероглифическое письмо появляется в Китае. Европейская письменность в рамках буквенного алфавита возникает в античной Греции (IX–VIII вв. до н. э.) и, таким образом, в IX–X вв. на основе греческой азбуки создается славянская кириллица, которая легла в основу русского алфавита.

С появлением письменности довольно быстро возникла потребность в придании необходимой конфиденциальности письменных коммуникаций, реализация которой проводится в рамках приложений математики и на этом пути зародились такие междисциплинарные направления, как криптография (шифрование) и криптоанализ (дешифрование). Об этом упоминает известный древнегреческий историк Геродот в V в. до н. э. Одними из первых стали использовать так называемые подстановочные криптограммы, которые формировались посредством некоторой (конфиденциальной) перестановки букв соответствующего алфавита [3]. Однако, вскоре, обнаружили простой способ дешифровки таких криптограмм, особенно, если зашифрованное сообщение достаточно длинное. Причина оказалась психолингвистического свойства и состояла в том, что различные буквы естественного языка в содержательных текстах встречаются не одинаково часто.

Обнаруженный факт отражает одну из важнейших статистических закономерностей языковых структур и является основой современной структурной лингвистики, составляя основу соответствующих частотных словарей. Например, располагая буквы в порядке убывания частот (начиная с самой часто появляющейся буквы), для русского языка появляется последовательность о, с, а, и, т, н, с, ...; для английского – е, t, a, o, n, r, i, ...; для немецкого – е, n, i, s, t, r, a, d, ...; для французского – е, s, a, n, i, t, u, r, ... [17]. Известно [5], что с изобретением электромагнитного телеграфа (1837 г.), передающего сообщения при помощи телеграфного ключа, С. Морзе (1791–1872 гг.) разработал специальную азбуку – двоичный код из точек и тире. При этом, естественно, для наиболее часто встречающихся букв комбинации точек и тире должны быть проще, что, собственно, и сделал Морзе, передавая букву е – точкой, t – одним тире, а – точка-тире и т. д.

Другое важное направление структурной лингвистики, зародившееся в эпоху древней письменности, связано с разработкой методов скоростного письма – стенографией. По имеющимся данным, стенография существовала уже в Древнем Египте, где служила для записи речей фараонов, и затем, примерно в IV в. до н. э., появилась у древних греков. Об этом свидетельствует найденная в Афинах

в 1883 г. мраморная «Акропольская плита» с высеченными стенографическими знаками, которую относят к 350 г. до н. э. [4]. Древняя система стенографии являлась довольно примитивной и имела «словный» характер, т. е. каждый стенографический символ (знак) выражал некоторое слово. Как следствие, алфавит стенографических символов исчислялся тысячами знаков, запомнить которые было очень трудно, и еще труднее реализовать при быстром письме. Стенография оставалась «словной» до начала XVII в., когда появилась более совершенная буквенная система стенографии, основанная на несколько иных принципах, связанных с частотным анализом слов в тексте.

В России история стенографии восходит ко временам Псковского и Новгородского вече (X–XVI вв.). При Петре Первом существовала группа стенографистов, известная как «Компания писак». В 1858 г. появляется первая отечественная система стенографии, разработанная М. И. Ивановым, которая дала государству первых стенографистов-практиков. На сегодняшний день в России на государственном уровне действует система стенографии Н. И. Соколова, принятая 10 июня 1933 г. [4].

**2. Закон Ципфа-Мандельброта (Ц–М)** – это частотная закономерность всякого семантически коррелированного сообщения. На этот факт, впервые, обратил внимание стенографист французского парламента Ж.-Б. Эступ (1916 г.) в поисках оптимальных методов стенографии [8], который обнаружил, что при достаточно большом объеме информации в таких сообщениях имеет место следующая частотная зависимость:

$$p(i)i = K = \text{const}, i=1;2;\dots, \quad (1)$$

где  $p(i)$  – относительная частота  $i$ -го слова в словарном списке.

В 1935 г. вышла монография американского лингвиста Дж. Ципфа «Психобиология языка» [17], в которой приведена содержательная трактовка обнаруженной зависимости (1), после чего, собственно, она и стала именоваться «законом Ципфа». *Фактически, установленная закономерность (1) показывает, что слова, требующие больше времени для их прочтения вслух, должны встречаться реже, чем слова короткие, т. е. легко произносимые.*

В 50-х гг. XX в. Б. Мандельброт к интерпретации закона Ципфа привлек кибернетические соображения на основе теории оптимизации кодирования информации [8], и, таким образом, пришел к следующей зависимости:

$$p(i)(B+i)^\gamma = K, K;B;\gamma = \text{const}; i=1;2;\dots, \quad (2)$$

которая известна как закон Ципфа-Мандельброта (Ц–М) и, в частности, при  $B=0, \gamma=1$  этот закон переходит в закон Ципфа (1). Попутно обнаружился поразительный факт: закон Ц–М (2) хорошо согласуется с частотными данными отдельных литературных произведений с четкой сюжетной линией и практически не выполняется для частотных данных по произвольным лексическим выборкам, не обладающих смысловой корреляцией. Иными словами, закон Ц–М оказался законом не языка, а текста, представляющего отдельное семантически коррелированное информационное сообщение.

**3. Универсальные проявления закона Ц–М.** Рангово-степенные статистики (1); (2), выявленные в психолингвистике при анализе частот слов семантически коррелированного сообщения, в дальнейшем обнаружили универсальный характер, например:

- итальянский экономист В. Парето, рассматривая распределение богатства и доходов в Англии XIX в., обнаружил, что большая часть доходов и материальных ценностей (80 %) принадлежит меньшинству людей (20 %). Если провести ранжировку социума по возрастанию капитала, то получается распределение со статистикой вида (2), где  $B=0, \gamma=1,5$  [16];

- немецкий географ Ф. Ауэрбах, анализируя численность населения городов в административном регионе, выявил зависимость, аналогичную закону Ципфа (1) [2];

- американский математик А. Лотка [2] показал, что деятельность ученых, выраженная количеством их публикаций, выражается законом (2) с параметрами  $B=0, \gamma=2$ ;

- закономерности (2) наблюдаются в статистике чрезвычайных ситуаций (аварий, наводнений, ураганов, и т. п.), с ранжировкой по числу погибших [7];

- степенные статистики (1); (2) описывают распространение вирусов в Интернете и ВИЧ-инфицированного населения [6];

- отмечается устойчивая тенденция прикладного использования законов Ципфа (1) или Ц–М (2) при построении прогнозов, минимизации рисков, для составления тезаурусов поисковых компьютерных систем [7], [6];

• анализ структуры живописных и музыкальных форм творчества [10] также обнаруживает статистики вида (2).

Природа рангово-степенных статистик стала проявляться только в последние десятилетия. Оказалось, что, если для нормально распределенной случайной величины действует «правило 3-х сигм» (среднеквадратических отклонений), по которому вероятность отклонения случайной величины от среднего значения более чем на три сигмы, ничтожно мала (менее 0,001), то для степенных статистик эта вероятность убывает гораздо медленнее. Поэтому вероятность редких событий для степенных статистик оказывается выше, чем для статистик с нормальным законом распределения. Поведение такого рода является характерной чертой многих сложных систем, для которых одно неординарное событие обуславливает возникновение длинных причинно-следственных корреляций, порождающих лавину изменений (не исключая катастрофический сценарий), посредством которых система переходит в новое качество или приобретает новое содержание.

Цель данной работы – проиллюстрировать на примерах проявления закона Ц–М в учебном процессе. Во всех случаях проводимый анализ, в той или иной форме, сопровождался разработкой необходимого программного продукта и его реализацией в процессе обучения в виде ИКТ.

**4. Закон Ц–М при анализе профессиональной направленности ЕГЭ-респондентов в Саратовской области (2009–2011).** В табл. 1 представлены данные о профессиональной направленности ЕГЭ-респондентов, полученные по результатам ЕГЭ в Саратовской области в 2009–2011 гг. [14] посредством ранжировки значимости предметов по числу респондентов, избравших данный профильный ЕГЭ (в скобках указан % от общего количества выпускников).

*Таблица 1. Данные о профессиональной направленности ЕГЭ-респондентов в Саратовской области в 2009–2011 гг.*

Ранг	Количество респондентов	Предмет 2009 г.	Ранг	Количество респондентов	Предмет 2010 г.	Ранг	Количество респондентов	Предмет 2011 г.
1	9041	Обществознание	1	8032	Обществознание	1	9313	Обществознание
2	5120	История	2	3757	История	2	3764	История
3	3869	Физика	3	2776	Физика	3	3631	Физика
4	2513	Биология	4	2462	Биология	4	3131	Биология
5	1834	Химия	5	1410	Химия	5	1735	Химия
6	968	Инф-ка и ИКТ	6	775	Инф-ка и ИКТ	7	785	Литература
7	850	Литература	7	612	Литература	6	763	Инф-ка и ИКТ
8	742	Англ. язык	8	589	Англ. язык	8	536	Англ. язык
9	564	География	9	151	География	9	486	География
10	144	Немецкий язык	10	80	Немецкий язык	10	80	Немецкий язык
11	30	Франц. язык	11	18	Франц. язык	11	21	Франц. язык

Анализ данных табл. 1, проведенный в работе [14], показывает, что имеют место ранговые корреляции с количеством респондентов по профильным предметам. Результаты анализа в двойных логарифмических координатах представлены на рис. 1, откуда видно, что результаты ЕГЭ, измеренные методом Гаусса, аппроксимируются прямыми, согласно закону Ц–М (2), поскольку степенная функция (2) в двойных логарифмических координатах представляет прямую:

$$\ln p(i) = \ln K - \gamma \ln (B + i), \quad (3),$$

где постоянные  $B$ ;  $K$  и  $\gamma$  в законе Ц–М (2) находятся методом наименьших квадратов по данным табл. 1. Для результатов ЕГЭ-2009 получается  $K=11,07$ ,  $\gamma=2,13$ ; для ЕГЭ-2010:  $K=11,04$ ,  $\gamma=2,20$  и во всех случаях  $B=0$ .

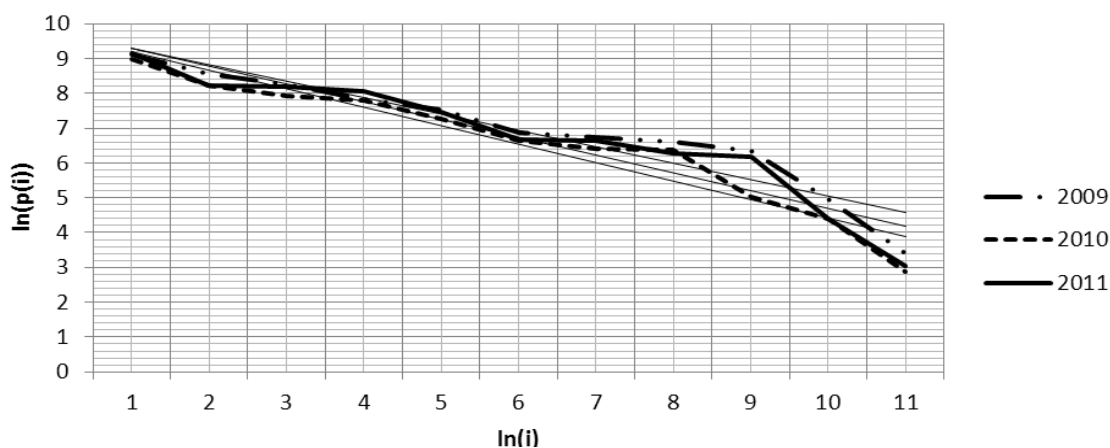


Рис.1

Анализ данных табл. 1 и рис. 1 говорит о том, что при проведении ЕГЭ в Саратовской области в 2009–2011 гг. наблюдались ранговые корреляции профессиональной направленности ЕГЭ-респондентов, аппроксимируемые законом Ц–М (2); (3). Видно, что коэффициенты  $B$ ;  $K$ ;  $\gamma$  за данный период изменились слабо, и «лидирующая» группа предметов *обществознание–история–физика–биология–химия* сохранилась. Относительно первенства обществознания более тонкие наблюдения говорят о том, что для многих выбор этого предмета руководствовался не профессиональным выбором, а соображениями прагматического характера (приема в вуз, возможности реализации на рынке труда, величины зарплаты, карьерного роста и т. п.) [14]. Косвенно, это также подтверждается результатами ЕГЭ-2012 [10], по которым «лидирующая» группа изменилась и приняла следующую конфигурацию: *обществознание-физика-биология-история-химия*. Таким образом, видно, что профессиональные предпочтения ЕГЭ-респондентов перемещаются в область естественных наук.

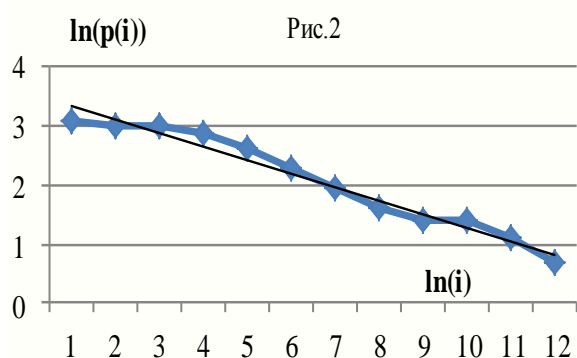
**5. Закон Ц–М при анализе ошибок результатов тестирования.** В декабре–мае 2011–2012 гг. на базе Балашовского института (филиала) Саратовского госуниверситета им. Н. Г. Чернышевского в рамках метода бинарной проекции реализована широкомасштабная апробация ИКТ оптимизации группового сотрудничества в учебном процессе [13]. Суть метода состоит в том, что в рамках модулей необходимый дидактический контент для проведения ИКТ проецируется на уровень ВПО (на студентов – будущих учителей информатики по специальности 050202), и далее во время педпрактики этот контент проецируется на уровень среднего образования в рамках школьного учебного процесса. Таким образом, в школах г. Балашова, а также в регионах Саратовской и Волгоградской областей, восемь студентов-практикантов охватили новейшей ИКТ 128-ми школьников из 5–11 классов, половина из которых представляли сельские регионы.

Вместе с этим, в экспериментах обнаружилось важные научные факты, касающиеся распределения ошибок, допущенных в процессе тестирования обучаемого контингента в рамках оптимизации группового сотрудничества посредством ИКТ [11], [12]. Для примера рассмотрим результаты выполнения тестов студентами по теме «Элементы теории множеств, отношений и комбинаторики» на этапах определения интеллектуального портрета группы и оптимизации ее разбиения на подгруппы в процессе ИКТ [13] (варианты тестовых заданий приведены в Приложении 1 [13]).

В табл. 2 представлен анализ результатов тестирования с ранжировкой значимости допущенных ошибок, который представлен в логарифмических координатах на рис. 2.

Таблица 2. Ранжировка значимости ошибок на этапе формирования «интеллектуального» портрета студенческой группы

Ранг; $i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
№ задания	6	11	12	5	9	1	7	4	2	10	8	3
Количество ошибок	22	20	20	18	14	10	7	5	4	4	3	2

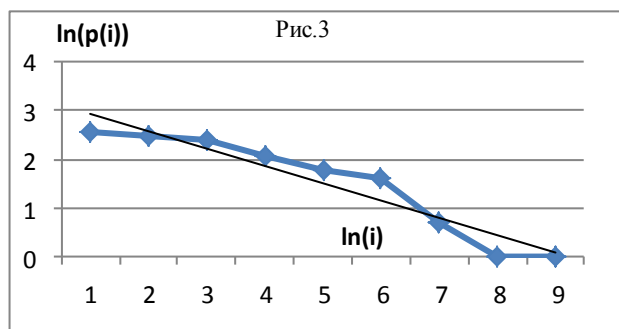


Обработка данных табл. 2 показывает, что экспериментальные точки на рис. 2 аппроксимируются законом (2) в виде прямой (3) с коэффициентами  $A=3,735; B=0; \gamma=0,99$ . Как видим, ранжировка значимости ошибок в процессе тестирования подчиняется закону Ц–М (2).

В табл. 3 представлен анализ результатов тестирования с ранжировкой значимости ошибок, допущенных при выполнении тестовых заданий в подгруппах при оптимальном разбиении обучаемого контингента по критерию минимума групповой информационной энтропии, представленный в логарифмических координатах на рис. 3.

Таблица 3. Ранжировка значимости ошибок при выполнении тестов контингентом, разбитым на подгруппы в рамках ИКТ

Ранг; $i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
№ задания	11	5	4	6	12	1	7	2	10	3	8	9
Кол.ошибок	13	12	11	8	6	5	2	1	1	0	0	0



Как и ранее, обработка данных табл. 3 дает аппроксимацию точек в рамках закона (2) в виде прямой (3), но с коэффициентами  $A=3,238; B=0; \gamma=1,213$ . При этом ранжировка значимости ошибок в процессе тестирования также следует закону Ц–М (2).

Анализируя данные табл. 2 и 3, можно заметить, что за счет реализации ИКТ группового сотрудничества в процессе обучения количество ошибок со 129 (табл. 2) уменьшилось до 59 (табл. 3). Это говорит о высокой эффективности

данной технологии, которая обусловлена возникновением дополнительных каналов целевого общения в подгруппах в процессе обучения. Отражение данного факта передается коэффициентами закона Ц–М (2): положительная динамика обучения с использованием ИКТ группового сотрудничества дает уменьшение параметра  $A$  и увеличение степени  $\gamma$ , т. е. поведение параметров  $A; \gamma$  в данном случае выступает индикатором эффективности обучения.

**6. Закон Ц–М при анализе литературных текстов.** Исследование закономерностей семантически коррелированных информационных массивов значительно облегчается при использовании компьютеров и с этой целью создана программа для анализа текстов литературных произведений. В основу этой программы положена методика обработки литературных текстов, изложенная в частотном словаре Л. Н. Засориной [1]. На рис. 4 в двойных логарифмических координатах представлены реализации закона Ципфа-Мандельброта для произведения Ф. М. Достоевского «Преступление и наказание» в русской (слева) и английской (справа) версиях [15]. Видно, что языковые особенности (разное количество букв в алфавите) сказываются на характере коэффициентов корреляций (сплошные линии). Однако качественный вид зависимостей на обоих рисунках одинаковый, что можно интерпретировать как адекватность содержания литературного произведения на разных алфавитных языках. Подобные исследования имеют дидактический аспект, реализуемый при отборе материала для формирования математического обучения в области филологии и лингвистики, посредством иллюстрации опыта математического моделирования при анализе закономерностей гармонии композиционной структуры литературных произведений.

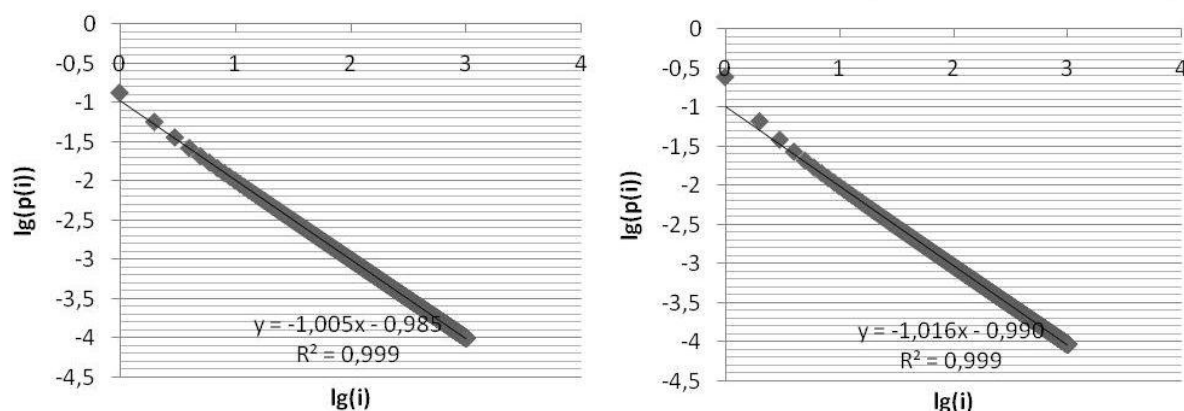


Рис. 4

**Заключение.** В XXI в. набирает обороты глобальный процесс информатизации общественных отношений, который в системе образования позволяет расширить возможности процесса обучения, и, представляет один из приоритетов концепции модернизации российского образования. Однако, определяя в качестве приоритета широкую информатизацию учебных процессов, по сути, ставятся определенные проблемы в области дидактики, связанные с созданием обновленной коммуникационной среды обучения, адаптированной для усвоения больших массивов знаний и формирования необходимых компетенций. Разрешение этих проблем возможно в рамках *квантитативной когнитологии* – нового научного направления в дидактике, предмет которого составляют дидактические процессы, управляемые посредством количественных отношений в метрическом пространстве, представляющем систему знаний, передаваемых в процессе обучения [13]. Данная работа представляет один из вариантов развития указанного научного направления.

#### Библиографический список

1. Аграев, В. А. Частотный словарь русского языка [Текст] / В. А. Аграев, В. В. Бородин, Л. Н. Засорина, В. М. Муратова, Э. В. Тисенко. – М. : Русский язык, 1977. – С. 5–17.
2. Арапов, М. В. Системный анализ лексической структуры текстов [Текст] / М. В. Арапов // Системные исследования. Ежегодник. – М. : Наука, 1981. – С. 372–403.
3. Аршинов, М. Н., Садовский, Л. Е. Коды и математика [Текст] / М. Н. Аршинов, Л. Е. Садовский. – М. : Наука, 1983. – 144 с.
4. Гильдебранд, А. Г. Стенография [Текст] / А. Г. Гильденбранд. – М. : Изд-во МГУ, 1968. – 100 с.
5. Кудрявцев, П. С. Курс истории физики [Текст] / П. С. Кудрявцев. – М. : Просвещение, 1982. – 448 с.
6. Малинецкий, Г. Г. Выбор стратегии [Текст] / Г. Г. Малинецкий // Компьютера. – 2003. – № 38 (513). – С. 25–31.
7. Малинецкий, Г. Г., Курдюмов, С. П. Синергетика, прогноз и управление риском [Текст] / Г. Г. Малинецкий, С. П. Курдюмов // Синергетическая парадигма. Нелинейное мышление в науке и искусстве. – М. : Прогресс-Традиция, 2002. – С. 378–405.
8. Мандельброт, Б. Теория информации и психолингвистика: теория частот слов [Текст] / Б. Мандельброт. // Математические методы в социальных науках. Сб. статей. – М. : Прогресс, 1973. – С. 316–337.
9. Орлов, Ю. К. Невидимая гармония [Текст] / Ю. К. Орлов // Число и мысль. – М. : Знание, 1980. – Вып. 3. – С. 70–106.
10. Оценка качества образования в Саратовской области (по результатам сдачи ЕГЭ в 2012 году) [Текст] : Сборник аналитических материалов. (1 этап). Часть 1. / Отв. редактор Гончарова Г. А. – Саратов : ГКУ СО «РЦОКО», 2012. – 95 с.
11. Фирстов, В. Е. Количественные меры информации и оптимизация группового сотрудничества при обучении [Текст] / В. Е. Фирстов // Вестник Саратовского госуд. техн. ун-та. – 2008. – вып.1. – №3 (34). – С. 105–109.
12. Фирстов, В. Е. Концепция развивающего обучения Л. С. Выготского, педагогика сотрудничества и кибернетика [Текст] / В. Е. Фирстов // Ярославский педагогический вестник. – 2008, – № 4 (57). – С. 98–104.
13. Фирстов, В. Е. Практическое руководство по квантитативной когнитологии. Кластеризация обучаемого контингента и оптимизация группового сотрудничества в учебном процессе по критерию минимума информационной энтропии. Часть I. Метод бинарной проекции ИКТ группового сотрудничества в процессе подготовки

учителей информатики на уровне ВПО по специальности 050202 [Текст]: Уч. Пособие / В. Е. Фирстов. – Саратов : Изд-во «Саратовский источник», 2012. – 195 с.

14. Фирстов, В. Е., Иванов, Р. А. Ранговые корреляции профессиональной направленности результатов ЕГЭ в Саратовской области (2009–2011 гг.) [Текст] / В. Е. Фирстов, Р. А. Иванов // Материалы межд. науч. конф.: Компьютерные науки и информационные технологии. 1–4 июля 2012 г. (Саратов, Россия) – Саратов : ИЦ «Наука», 2012. – С. 123–129.

15. Фирстов, В. Е., Фирстов, В. В., Погорелов, И. К. О преподавании математики в гуманитарной области высшего образования [Текст] / В. Е. Фирстов, В. В. Фирстов // Труды VI международных Колмогоровских чтений. – Ярославль : изд-во ЯГПУ им. К.Д. Ушинского, 2008. – С. 287–298.

16. Яблонский, А. И. Стохастические модели научной деятельности [Текст] / А. И. Яблонский // Системные исследования. Ежегодник. – М. : Наука, 1975. – С. 5–43.

17. Яглом, А. М., Яглом, И. М. Вероятность и информация [Текст] / А. М. Яглом, И. М. Яглом. – М. : Наука, 1973. – 512 с.

### Bibliograficheskiy spisok

1. Agraev, V. A. Chastotnyj slovar' russkogo jazyka [Текст] / V. A. Agraev, V. V. Borodin, L. N. Zazorina, V. M. Muratova, Je. V. Tisenko. – М. : Russkij jazyk, 1977. – С. 5–17.

2. Arapov, M. V. Sistemnyj analiz leksicheskoj struktury tekstov [Текст] / M. V. Arapov // Sistemnye issledovaniya. Ezhegodnik. – М. : Nauka, 1981. – С. 372–403.

3. Arshinov, M. N., Sadovskij, L. E. Kody i matematika [Текст] / M. N. Arshinov, L. E. Sadovskij. – М. : Nauka, 1983. – 144 с.

4. Gil'debrand, A. G. Stenografija [Текст] / A. G. Gil'denbrand. – М. : Izd-vo MGU, 1968. – 100 с.

5. Kudrjavcev, P. S. Kurs istorii fiziki [Текст] / P. S. Kudrjavcev. – М. : Prosveshhenie, 1982. – 448 с.

6. Malineckij, G. G. Vybor strategii [Текст] / G. G. Malineckij // Komp'jutera. – 2003. – № 38 (513). – С. 25–31.

7. Malineckij, G. G., Kurdjumov, S. P. Sinergetika, prognoz i upravlenie riskom [Текст] / G. G. Malineckij, S. P. Kurdjumov. // Sinergeticheskaja paradigma. Nelinejnoe myshlenie v nauke i iskusstve. – М. : Progress-Tradiciya, 2002. – С. 378–405.

8. Mandel'brot, B. Teorija informacii i psiholingvistika: teorija chastot slov [Текст] / B. Mandel'brot // Matematicheskie metody v social'nyh naukah. Sb. statej. – М. : Progress, 1973. – С. 316–337.

9. Orlov, Ju. K. Nevidimaja garmonija [Текст] / Ju. K. Orlov // Chislo i mysl'. – М. : Znanie, 1980. – Вып. 3. – С. 70–106.

10. Ocenka kachestva obrazovaniya v Saratovskoj oblasti (po rezul'tatam sdachi EGJe v 2012 godu) [Текст] : Sbornik analiticheskikh materialov. (1 jetap). Chast' 1. / Otv. redaktor Goncharova G. A. – Saratov : GКУ SO «RCOKO», 2012. – 95 с.

11. Firstov, V. E. Kolichestvennye mery informacii i optimizacija gruppovogo sotrudnichestva pri obuchenii [Текст] / V. E. Firstov // Vestnik Saratovskogo gosud. tehn. un-ta. – 2008. – вып.1. – №3 (34). – С. 105–109.

12. Firstov, V. E. Koncepcija razvivajushhego obuchenija L. S. Vygotskogo, pedagogika sotrudnichestva i kibernetika [Текст] / V. E. Firstov // Jaroslavskij pedagogicheskij vestnik. – 2008, – № 4 (57). – С. 98–104.

13. Firstov, V. E. Prakticheskoe rukovodstvo po kvantitativnoj kognitologii. Klasterizacija obuchaemogo kontingenta i optimizacija gruppovogo sotrudnichestva v uchebnom processe po kriteriju minimuma informacionnoj jentropii. Chast' I. Metod binarnoj proekcii IKT gruppovogo sotrudnichestva v processe podgotovki uchitelej informatiki na urovne VPO po special'nosti 050202 [Текст]: Уч. Пособие / V. E. Firstov. – Saratov : Izd-vo «Saratovskij istochnik», 2012. – 195 с.

14. Firstov, V. E., Ivanov, R. A. Rangovyje korrelyacii professional'noj napravlenosti rezul'tatov EGJe v Saratovskoj oblasti (2009–2011 gg.) [Текст] / V. E. Firstov, R. A. Ivanov // Materialy mezhd. науч. конф.: Komp'juternye nauki i informacionnye tehnologii. 1–4 ijulja 2012 g. (Saratov, Rossija) – Saratov : IC «Наука», 2012. – С. 123–129.

15. Firstov, V. E., Firstov, V. V., Pogorelov, I. K. O prepodavanii matematiki v gumanitarnoj oblasti vysshego obrazovaniya [Текст] / V. E. Firstov, V. V. Firstov // Trudy VI mezhdunarodnyh Kolmogorovskih chtenij. – Jaroslavl' : izd-vo JaGPU im. K.D. Ushinskogo, 2008. – С. 287–298.

16. Jablonskij, A. I. Stohasticheskie modeli nauchnoj dejatel'nosti [Текст] / A. I. Jablonskij // Sistemnye issledovaniya. Ezhegodnik. – М. : Nauka, 1975. – С. 5–43.

17. Jaglom, A. M., Jaglom, I. M. Verojatnost' i informacija [Текст] / A. M. Jaglom, I. M. Jaglom. – М. : Nauka, 1973. – 512 с.