

А. М. Шитова

### Процесс нейтринного рождения электрон-позитронных пар в пределе «умеренно сильного» магнитного поля

*Исследование выполнено при частичной финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках реализации Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (Соглашение № 14.132.21.1441), а также Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 11-02-00394-а).*

Проведен анализ формулы для вероятности процесса нейтринного рождения электрон-позитронных пар в пределе умеренно сильного магнитного поля. Получена формула для лидирующего вклада в вероятность процесса в рассматриваемом пределе. Выполнено численное интегрирование полученного выражения, результат аппроксимирован аналитической функцией. Полученные асимптотические формулы согласуются с литературными данными.

**Ключевые слова:** нейтрино, магнитное поле, электрон-позитронные пары, вероятность, скрещенное поле, сверхвысокие импульсы, нейтринное излучение, динамический инвариант, соотношение унитарности, керровская черная дыра, взрывы сверхновой.

А. М. Shitova

### Process of the electron-positron pair production by neutrino in the limit of the «moderately strong» magnetic field

An analysis is performed of the formula for the probability of the electron-positron pair production by neutrino in the limit of a moderately strong magnetic field. The formula for the leading contribution into the probability of the process in the considered limit is obtained. Numerical integration of the obtained expression is performed and the result is approximated by the analytical function. The obtained asymptotic formulas are agreed with the data published earlier.

**Keywords:** neutrino, a magnetic field, electron-positron pairs, probability, a crossed field, ultrahigh momentums, neutrino emission, dynamical invariant, unitarity relation, Kerr black hole, supernova explosions.

#### Введение

Процесс нейтринного рождения лептонных пар кинематически запрещен в вакууме, однако наличие интенсивного магнитного поля может привести к тому, что этот процесс станет возможным. Данная проблема может быть разделена на несколько самостоятельных задач, соответствующих различным соотношениям между тремя ключевыми параметрами: энергией начального нейтрино  $E$ , индукцией магнитного поля  $B$  и массой электрона  $m_e$ . Эти соотношения могут быть сформулированы в релятивистски-инвариантной форме (относительно преобразований Лоренца вдоль поля). Действительно, из тензора электромагнитного поля  $F_{\mu\nu}$ , 4-импульса нейтрино  $P^\mu$  и массы электрона  $m_e$  можно составить безразмерную комбинацию, так называемый динамический инвариант:

$$\chi = \frac{(e^2 P_\mu F^{\mu\nu} F_{\nu\sigma} P^\sigma)^{1/2}}{m_e^3} \equiv \frac{(e^2 (PFFP))^{1/2}}{m_e^3}, \quad (1)$$

где  $e$  – элементарный заряд. С другой стороны, полевой инвариант в магнитном поле без электрического будет иметь вид:

$$e^2 F^{\mu\nu} F^{\nu\mu} \equiv e^2 FF \equiv -2\beta^2, \quad (2)$$

где  $\beta = eB$ . С помощью полученных инвариантов, условие сильного по сравнению с  $E^2$  поля запишется в виде:

$$[e^2 (FF)]^{3/2} \gg e^2 (PFFP). \quad (3)$$

В этом случае электроны находятся только на основном уровне Ландау. Значительный вклад в развитие техники вычислений в сильном поле сделали В. В. Скобелев и Ю. М. Лоскутов, построившие так называемую «двумерную электродинамику» [7, 12]. В работах Н. В. Михеева с сотрудниками была развита ковариантная техника вычислений, позволяющая единообразно исследовать как случай сильного поля, так и более общий, когда условие (3) не выполняется [10]. Вероятность процесса  $\nu \rightarrow \nu e^+ e^-$  в пределе сильного поля впервые была получена в статье [11].

Условия для другого предельного случая — слабого относительно  $E^2$  поля — в инвариантной форме могут быть сформулированы следующим образом:

$$\left[ e^2 (FF) \right]^{3/2} \ll e^2 (PFFP). \quad (4)$$

Легко видеть, что условие (4) автоматически выполняется в случае скрещенного поля, в котором полевой инвариант строго равен нулю,  $(FF) = 0$ . Это позволяет производить вычисления в пределе (4), используя приближение скрещенного поля. Даже в сильном магнитном поле  $eB \gg m_e^2$ , но при условии, что  $\chi \gg eB / m_e^2$ , результат, полученный в скрещенном поле, будет правильно описывать лидирующий вклад в вероятность процесса в чисто магнитном поле. Техника вычислений в скрещенном поле была детально разработана А. И. Никишовым и В. И. Ритусом, см. например [6].

Интересно, что асимптотическая формула для вероятности нейтринного рождения электрон-позитронных пар в пределе скрещенного поля содержит логарифмическую зависимость от массы электрона ( $\sim \ln \chi$ ). Следовательно, невозможно осуществить предельный переход от этой формулы в приближении скрещенного поля к соответствующей формуле в пределе «умеренно сильного» поля, когда квадрат массы электрона много меньше полевого параметра  $\beta$ . С другой стороны, именно предел «умеренно сильного» поля следует рассматривать, например, при оценке эффективности излучения нейтрино с сильно замагниченного диска керровской черной дыры. Таким образом, вычисление вероятности процесса в пределе «умеренно сильного» поля представляет самостоятельный интерес. Отметим, что результаты вычислений могут быть обобщены на другие нейтрино-лептонные процессы.

В докладе Н. В. Михеева на научной сессии-конференции Секции ядерной физики Отделения физических наук РАН «Физика фундаментальных взаимодействий» (Москва, 5–9 декабря 2005 г.) был впервые представлен результат для вероятности процесса в пределе (4) и в сильном поле  $eB \gg m_e^2$ , однако конкретные численные данные требовали дополнительных расчетов. Недавно такой расчет был проведен в пределе сверхвысоких импульсов начального нейтрино [4]. В данной работе будет продемонстрировано, что оба рассматриваемых предела — сверхвысоких импульсов и скрещенного поля — могут быть получены из одного более общего выражения, численный расчет которого позволяет получить значение вероятности в случае сверхвысоких импульсов и слабых полей  $E^2 \gg eB \sim m_e^2$ , когда нельзя пренебречь массой электрона. Соответствующая область для вычислений схематически изображена на диаграмме (см. рис. 1).

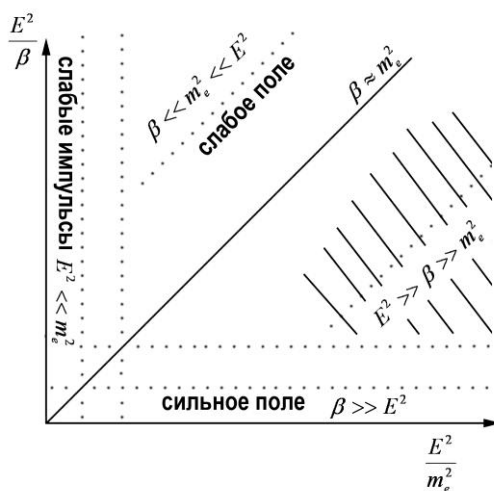


Рис. 1. Схематическая иллюстрация параметров рассматриваемой области вычислений.

### 1. Расчет вероятности процесса $\nu \rightarrow \nu e^+ e^-$ на основе соотношения унитарности

Полная вероятность процесса  $\nu \rightarrow \nu e^+ e^-$  может быть вычислена непосредственно из лагранжиана слабого взаимодействия в локальном пределе на основе точных решений уравнения Дирака для электрона и позитрона в магнитном поле. Другой способ вычисления вероятности процесса нейтринного рождения электрон-позитронных пар заключается в использовании соотношения унитарности. В результате для вероятности процесса получаем [5]:

$$W = \frac{G_F^2}{128\pi^5 E} \int \frac{d^3 P'}{E'} \operatorname{Im} \left[ (C_V^2 Y^{VV(1)} + C_A^2 Y^{AA(1)}) \frac{|q\phi j|^2}{q_\perp^2} + (C_V^2 Y^{VV(2)} + C_A^2 Y^{AA(2)}) \frac{|q\tilde{\phi} j|^2}{q_\parallel^2} + (C_V^2 Y^{VV(3)} + C_A^2 Y^{AA(3)}) \frac{q^2 |q\phi\phi j|^2}{q_\perp^2 q_\parallel^2} + 2\beta C_V C_A \left( Y^{VA(1)} + \frac{q^2}{q_\perp^2} Y^{VA(2)} \right) \frac{\operatorname{Re} [(q\tilde{\phi} j)(q\phi\phi j^*)]}{q_\parallel^2} \right]. \quad (5)$$

В этом выражении  $Y$  — функции, входящие в обобщенные вектор-векторные, вектор-аксиальные и аксиал-аксиальные амплитуды процесса  $j \rightarrow \bar{f} f \rightarrow j'$ ,  $P'$  — 4- импульс конечного нейтрино,  $\phi$  — безразмерный тензор внешнего поля,  $q = P - P'$  и используются обозначения:  $q_\perp^2 = (q\phi\phi q)$ ,  $q_\parallel^2 = (q\tilde{\phi}\tilde{\phi} q)$ .

Нужно отметить, что последнее слагаемое в выражении (5) связано с нарушением четности и асимметрией разлета вдоль и против направления поля и не может давать вклад в конечное выражение для вероятности процесса. Тем не менее, это слагаемое может быть существенно при вычислении асимметрии средней потери импульса нейтрино (к примеру, в связи с возможным объяснением начальных толчков пульсаров). Предварительный анализ показывает, что в пределе  $\chi \gg 1$  можно ограничиться рассмотрением только функции  $Y^{VV}$ , полагая что множитель при  $C_A^2$  восстановится аналогичным образом. Кроме того, в пределе «умеренно сильного поля» при вычислении интегралов можно считать, что  $q_\perp^2 / \beta \gg 1$ , поэтому основной вклад в величину интегралов будет вносить область малых значений переменной интегрирования. В этом случае из общего вида выражений  $Y^{VV}$ ,  $Y^{AA}$ ,  $Y^{VA}$  обобщенной двухточечной петлевой амплитуды,  $j \rightarrow \bar{f} f \rightarrow j'$  [1] можно получить более простые выражения:

$$Y^{VV(1)} = -\int_0^1 du \left[ \frac{1}{6} q_\perp^2 \frac{\beta^{2/3}}{q_\perp^{4/3}} \left( \frac{4}{1-u^2} \right)^{1/3} \left\{ 3 + \left( 2 \frac{q_\parallel^2}{q_\perp^2} - 1 \right) u^2 \right\} \frac{df(x)}{dx} - \frac{q^2(1-u^2)}{2} f_1(x) \right],$$

$$Y^{VV(2)} = -\int_0^1 du \left[ \frac{1}{3} q_\perp^2 \frac{\beta^{2/3}}{q_\perp^{4/3}} \left( \frac{4}{1-u^2} \right)^{1/3} \left\{ 3 \frac{q_\parallel^2}{q_\perp^2} - u^2 \right\} \frac{df(x)}{dx} - \frac{q^2(1-u^2)}{2} f_1(x) \right], \quad (6)$$

$$Y^{VV(3)} = \int_0^1 du \left[ \frac{q^2(1-u^2)}{2} f_1(x) \right], \quad f_1(x) \equiv \int_0^\infty \frac{dt}{t} \left( e^{-i(tx+t^3/3)} - e^{-itx} \right),$$

где  $x = \left( \frac{4m^3}{e(qFFq)^{1/2}(1-u^2)} \right)^{2/3} \left( 1 - \frac{q^2}{4m^2}(1-u^2) \right)$ , а  $f(x)$  — функция Харди – Стокса,

Мнимая часть производной от функции Харди–Стокса с точностью до множителя  $\pi$  равна производной функции Эйри, а мнимая часть функции  $f_1(x)$  — интегралу от функции Эйри. В скрещенном поле инвариант поля строго равен нулю:  $(FF) = 0$ , поэтому  $q_\perp^2 = q_\parallel^2$ . При переходе к пределу «умеренно сильного» поля может возникнуть вопрос о правомерности использования функции Харди–Стокса. Предварительный численный анализ общего выражения для функций  $Y^{VV}$ ,  $Y^{AA}$ ,  $Y^{VA}$  не показал существенных отличий от аппроксимирующих формул (6) в пределе  $q_\perp^2 \gg \beta$ . Тем не менее, в общем случае этот вопрос заслуживает отдельного исследования. Заметим, что существенной в этом случае является область  $\delta \equiv 1-u \rightarrow 0$ . И производная функции Эйри, и интеграл от функции Эйри экспоненциально стремятся к нулю при больших значениях аргумента, следовательно, можно ограничиться приближением  $x \sim 1$ . Отсюда можно получить условие, существенно упрощающее вычисление: отношение  $-q^2 / (e^2(qFFq))^{1/3}$  должно быть малым параметром. Такое допущение было сделано в работе [4]. Однако в пределе, где масса электрона строго равна нулю, это становится несправедливым в области  $1-u \rightarrow 0$ . Ниже мы будем предполагать, что эта область не существенна, что значительно упростит вычисления.

## 2. Расчет вероятности в пределе «умеренно сильного» магнитного поля

В пределах скрещенного и «умеренно сильного» полей удобно использовать следующие лоренц-инвариантные переменные:

$$\kappa = \frac{-q^2}{[4e^2(PFFP)]^{1/3}}, \quad \xi = \sqrt{\frac{(qFFq)}{(PFFP)}}, \quad \phi = \arctg \frac{(PFP')}{(P\tilde{F}P')}. \quad (7)$$

Рассмотрим систему отсчета, в которой начальное нейтрино движется поперечно направлению вектора  $B$ . Выбирая направление оси  $z$  вдоль вектора  $B$ , можно записать компоненты 4-импульсов начального и конечного нейтрино следующим образом:

$$P^\mu = (E, E, 0, 0); \quad P'^\mu = (E', E' \cos \theta, E' \sin \theta \sin \phi, E' \sin \theta \cos \phi);$$

где  $E$  и  $E'$  – энергии начального и конечного нейтрино соответственно, а  $\theta$  – угол между импульсами начального и конечного нейтрино, так что  $PP' = EE'(1 - \cos \theta)$ . В общем случае условие для получения пределов интегрирования по переменным  $\kappa$  и  $\xi$  содержит полевой параметр  $\beta$ . В случае, если электроны занимают основной уровень Ландау, в выражении для вероятности процесса возникает  $\theta$ -функция, накладывающая ограничение на  $q_0$  и  $q_z$ . При условии  $q_0^2 > q_z^2$  получаем ограничение на  $E'/E : E'/E < (1 - \sin \theta \cos \phi)^{-1}$ . Менее жесткое естественное ограничение на величину  $E'/E$  получается из закона сохранения энергии:  $E'/E < 1$ . Наконец, надо учесть положительную определенность величин:  $E'/E > 0$ . Все три вышеперечисленные условия выполняются в области ниже поверхности, показанной на рисунке 2.

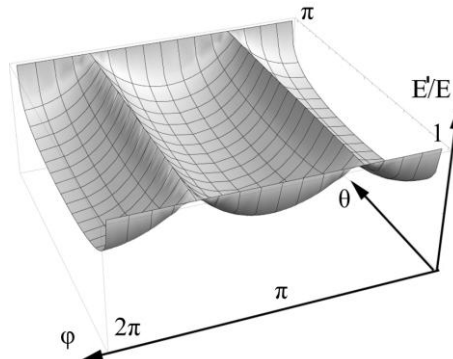


Рис. 2. Область допустимых значений отношений энергий конечного и начального нейтрино.

Соответствующая область интегрирования в терминах  $\xi$ ,  $\kappa$  и  $\phi$  с учетом описанных выше приближений будет иметь вид:

$$\int \frac{d^3 P'}{E'} = 4\pi m_e^2 \left( \frac{\chi}{4} \right)^{2/3} \left( \int_0^1 d\xi \int_0^{\xi^2 A} d\kappa \int_0^{2\pi} \frac{d\phi}{2\pi} + \int_1^2 d\xi \int_{4A(\xi-1)}^{\xi^2 A} d\kappa \int_0^{2\pi} \frac{d\phi}{2\pi} \right), \quad (8)$$

где  $A$  – безразмерная комбинация полевого параметра и энергии  $A = 4^{-1/3} E^{4/3} \beta^{-2/3}$ . Полная вероятность процесса в пределе «умеренно сильного» поля имеет вид:

$$W = \frac{G_F^2 (C_V^2 + C_A^2) E^{2/3} \beta^{2/3}}{2^{1/3} \cdot 128 \pi^5} \times \int_0^{4A} d\kappa \int_{\kappa/A}^{(1+\kappa/(4A))^2} \frac{d\xi^2}{2\xi} \int_0^{2\pi} d\phi \operatorname{Im} \left[ Y^{VV(1)} \frac{|q\phi j|^2}{q_\perp^2} + Y^{VV(2)} \frac{|q\tilde{\phi} j|^2}{q_\parallel^2} + Y^{VV(3)} \frac{q^2 |q\phi\phi j|^2}{q_\perp^2 q_\parallel^2} \right], \quad (9)$$

Введем два новых безразмерных параметра задачи:  $x_1 = \beta/E^2$ ,  $x_2 = m_e^2/E^2$ . Динамический параметр  $\chi$  выражается через них следующим образом:  $\chi = x_1 / x_2^{3/2}$ .

В пределе  $\ln \chi \gg 1$  вероятность процесса  $\nu \rightarrow \nu e^+ e^-$  в пределе скрещенного поля [5, 12] может быть представлена в виде:

$$W^{exp}(x_1, x_2) = \frac{G_F^2(C_V^2 + C_A^2)e^2(PFFP)}{27\pi^3 E} \left( \ln x_1 - \frac{3}{2} \ln x_2 - \frac{1}{2} \ln 3 - \gamma_E - \frac{29}{24} \right), \quad (10)$$

где  $\gamma_E \approx 0.577$  – постоянная Эйлера. Эта формула неприменима в пределе  $x_2 \rightarrow 0$  ( $m_e \rightarrow 0$  или  $P_{\perp} \gg m_e$ ). Рассмотрим полюсное слагаемое из формулы (9):

$$-\frac{G_F^2(C_V^2 + C_A^2)e^2(PFFP)}{27\pi^3 E} \int_0^1 du \int_0^1 d\xi \int_0^N \kappa \frac{2 - 2\xi + \xi^2}{3\xi^{4/3}} \frac{8}{(1-u^2)^{1/3}} Ai'(U) d\kappa, \quad (11)$$

$N = 4^{-1/3} x_1^{-2/3} \xi^2$ . В пределе скрещенного поля имеем  $x_1 \rightarrow 0$ , и выражение (11) переходит в выражение (10). В другом пределе  $m_e \rightarrow 0$ , выражение (11) приобретает вид, совпадающий в лидирующей части с результатом [4]:

$$W^{m_e=0}(x_1) = \frac{2G_F^2(C_V^2 + C_A^2)e^2(PFFP)}{27\pi^3 E} \left( -\ln x_1 - \frac{47}{12} + \gamma_E + \frac{1}{2} \ln 3 \right). \quad (12)$$

Для корректного вычисления постлогарифмической части следует добавить еще один вклад, соответствующий области интегрирования  $1 < \xi < 2$ . Результаты численного вычисления интеграла (11) представлены на рисунке 3 (общий множитель не учитывался). Зависимость (9) от параметров  $x_1$  и  $x_2$  в рассматриваемом пределе, когда энергия нейтрино является максимальным физическим параметром, может быть аппроксимирована формулой вида:

$$W(x_1, x_2) = \frac{2G_F^2(C_V^2 + C_A^2)e^2(PFFP)}{27\pi^3 E} \ln \left( \frac{x_1^{1/2}}{x_2^{3/4} + \alpha x_1^{3/2}} \right), \quad (13)$$

где  $\alpha$  – численный коэффициент порядка единицы. Данная формула позволяет получать путем предельных переходов правильные результаты, с точностью до постлогарифмических членов, как в приближении скрещенного поля, так и в пределе  $m_e \rightarrow 0$ . Значение полной вероятности при конкретно заданных параметрах может быть получено численным интегрированием формулы (9) с учетом пределов интегрирования.

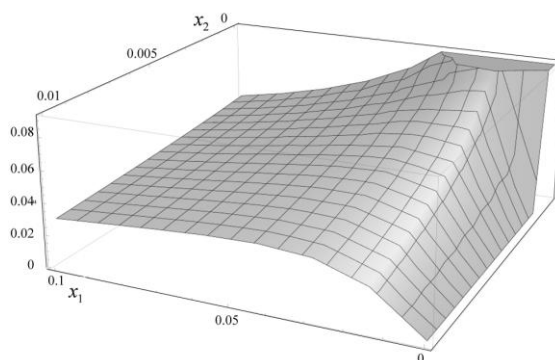


Рис. 3. Зависимость приведенного значения вероятности процесса от параметров  $x_1$  и  $x_2$ .

### Заключение

Полученный результат может иметь важное прикладное значение в астрофизике. Среди астрофизических процессов, для исследования которых может оказаться важным знание вероятности процесса  $\nu \rightarrow \nu e^+ e^-$ , следует назвать, в первую очередь, слияние нейтронных звезд. В этом случае можно пренебречь эффективным влиянием плазмы на ход процесса. Другой интересный случай применения полученных результатов – изучение нейтринного излучения с сильно замагниченного диска керровской черной дыры [2, 8]. Использование предела скрещенного поля в этом случае некорректно. Процесс нейтринного рождения электрон-позитронных пар также может вносить вклад в дополнительное нагревание вещества ударной волной при магниторотационном взрыве сверхновой [3, 9].

В дальнейшем развитии задачи требуются обобщения сделанных при расчетах ограничений, к примеру, рассмотрение электронов и позитронов на нулевом, первом и более высоких уровнях Ландау.

Автор выражает глубокую признательность Кузнецову А.В. и Михееву Н.В. за плодотворные дискуссии.

**Библиографический список**

1. Боровков, М. Ю. Однопетлевая амплитуда перехода  $j \rightarrow \bar{j} \rightarrow j'$  во внешнем электромагнитном поле [Текст] / М. Ю. Боровков, А. В. Кузнецов, Н. В. Михеев // Ядер. физика. Т. 62. – 1999. – Вып. 9. – С. 1714–1722.
2. Гвоздев, А. А. Эффективность рождения электрон-позитронных пар нейтринным потоком с аккреционного диска керровской черной дыры [Текст] / А. А. Гвоздев, И. С. Огнев // Письма в ЖЭТФ. Т. 74. – 2001. – С. 330–334.
3. Гвоздев, А. А. Влияет ли сильное магнитное поле на нейтринное нагревание ударной волны сверхновой? [Текст] / А. А. Гвоздев, И. С. Огнев // Письма в Астрон. Ж. Т. 31. – 2005. – С. 496–499.
4. Гвоздев, А. А. Эффективность рождения электрон-позитронной плазмы в процессах взаимодействия нейтрино с сильно замагниченной средой [Электронный ресурс] / А. А. Гвоздев, Е. В. Осокина // презентация доклада на Международной сессии-конференции Секции ядерной физики ОФН РАН «Физика фундаментальных взаимодействий», НИЯУ МИФИ, 2012 г. – Режим доступа: [www.icssnp.mephi.ru/content/file/section9/9\_09\_osokina.pdf].
5. Кузнецов, А. В. Электрослабые процессы во внешней активной среде: монография [Текст] / А. В. Кузнецов, Н. В. Михеев. – Ярославль : ЯрГУ, 2010. – 336 с.
6. Ритус, В. И. Квантовые эффекты взаимодействия элементарных частиц с интенсивным электромагнитным полем [Текст] / В. И. Ритус // Тр. ФИАН СССР «Квантовая электродинамика явлений в интенсивном поле». М. : Наука. Т. 111. – 1979. – С. 5–151.
7. Скобелев, В. В. Поляризационный оператор фотона в сверхсильном магнитном поле [Текст] / В. В. Скобелев // Изв. вузов. Физика. – 1975. – № 10. – С. 142–143.
8. Beloborodov A. M. Neutrino heating near hyper-accreting black holes / A. M. Beloborodov, I. Zalamea // Mon. Not. R. Astron. Soc. – 2011. – Vol. 410. – № 4. – P. 2302–2308.
9. Bisnovatyi-Kogan G. S. Asymmetric neutrino emission and formation of rapidly moving pulsars / G. S. Bisnovatyi-Kogan // Astron. Astrophys. Trans. – 1993. – Vol. 3. – № 4. – P. 287–294.
10. Gvozdev A. A. The radiative decay of a massive neutrino in the external electromagnetic fields / A. A. Gvozdev, N. V. Mikheev, L. A. Vassilevskaya // Phys. Rev. D. – 1996. – Vol. 54. – № 9. – P. 5674–5685.
11. Kuznetsov A.V. Neutrino energy and momentum loss through the process  $\nu \rightarrow \nu e e^+$  in a strong magnetic field / A. V. Kuznetsov, N. V. Mikheev // Phys. Lett. B. – 1997. – Vol. 394. – № 1, 2. – P. 123–126.
12. Loskutov Yu. M. Nonlinear electrodynamics in a superstrong magnetic field / Yu. M. Loskutov, V. V. Skobelev // Phys. Lett. A. – 1976. – Vol. 56. – № 3. – P.151–152.

**Bibliograficheskij spisok**

1. Borovkov, M. Ju. Odnopetlevaja amplituda perehoda  $j \rightarrow \bar{j} \rightarrow j'$  vo vneshnem jelektromagnitnom pole [Tekst] / M. Ju. Borovkov, A. V. Kuznecov, N. V. Miheev // Jader. fizika. T. 62. – 1999. – Vyp. 9. – S. 1714–1722.
2. Gvozdev, A. A. Jeffektivnost' rozhdenija jelektron-pozitronnyh par nejtrinnym potokom s akkrecionnogo diska kerrovskoj chernoj dyru [Tekst] / A. A. Gvozdev, I. S. Ognev // Pis'ma v ZhJeTF. T. 74. – 2001. – S. 330–334.
3. Gvozdev, A. A. Vlijaet li sil'noe magnitnoe pole na nejtrinnoe nagrevanie udarnoj volny sverhnovoj? [Tekst] / A. A. Gvozdev, I. S. Ognev // Pis'ma v Astron. Zh. T. 31. – 2005. – S. 496–499.
4. Gvozdev, A. A. Jeffektivnost' rozhdenija jelektron-pozitronnoj plazmy v processah vzaimodejstvija nejtrino s sil'no zamagnichennoj sredoj [Jelektronnyj resurs] / A. A. Gvozdev, E. V. Osokina // prezentacija doklada na Mezhdunarodnoj sessii-konferencii Sekcii jadernoj fiziki OFN RAN «Fizika fundamental'nyh vzaimodejstvij», NIJaU MIFI, 2012 g. – Rezhim dostupa: [www.icssnp.mephi.ru/content/file/section9/9\_09\_osokina.pdf].
5. Kuznecov, A. V. Jelektroslabye processy vo vneshnej aktivnoj srede: monografija [Tekst] / A. V. Kuznecov, N. V. Miheev. – Jaroslavl' : JarGU, 2010. – 336 s.
6. Ritus, V. I. Kvantovye jeffekty vzaimodejstvija jelementarnyh chastic s intensivnym jelektromagnitnym polem [Tekst] / V. I. Ritus // Tr. FIAN SSSR «Kvantovaja jelektrodinamika javlenij v intensivnom pole». M. : Nauka. T. 111. – 1979. – S. 5–151.
7. Skobelev, V. V. Poljarizacionnyj operator fotona v sverhsil'nom magnitnom pole [Tekst] / V. V. Skobelev // Izv. vuzov. Fizika. – 1975. – № 10. – S. 142–143.
8. Beloborodov A. M. Neutrino heating near hyper-accreting black holes / A. M. Beloborodov, I. Zalamea // Mon. Not. R. Astron. Soc. – 2011. – Vol. 410. – № 4. – P. 2302–2308.
9. Bisnovatyi-Kogan G. S. Asymmetric neutrino emission and formation of rapidly moving pulsars / G. S. Bisnovatyi-Kogan // Astron. Astrophys. Trans. – 1993. – Vol. 3. – № 4. – P. 287–294.
10. Gvozdev A. A. The radiative decay of a massive neutrino in the external electromagnetic fields / A. A. Gvozdev, N. V. Mikheev, L. A. Vassilevskaya // Phys. Rev. D. – 1996. – Vol. 54. – № 9. – P. 5674–5685.
11. Kuznetsov A.V. Neutrino energy and momentum loss through the process  $\nu \rightarrow \nu e e^+$  in a strong magnetic field / A. V. Kuznetsov, N. V. Mikheev // Phys. Lett. B. – 1997. – Vol. 394. – № 1, 2. – P. 123–126.
12. Loskutov Yu. M. Nonlinear electrodynamics in a superstrong magnetic field / Yu. M. Loskutov, V. V. Skobelev // Phys. Lett. A. – 1976. – Vol. 56. – № 3. – P.151–152.